

Untersuchung inverser Probleme zur Bestimmung von  
Wärmeübergangskoeffizienten bei der Sprühkühlung

**Dissertation**

zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktoringenieur  
(Dr.-Ing.)**

von: Dipl.-Ing. Dimitar Dontchev

geb. am: 17.04.1973

in: Sofia

genehmigt durch die Fakultät für Verfahrens- und Systemtechnik  
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schmidt

Prof. Dr. rer. nat. Lutz Tobiska

Eingereicht am: 04.01.2007

Promotionskolloquium am: 15.05.2007

## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Strömungstechnik und Thermodynamik der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg.

Sie steht im Zusammenhang mit vielfältigen Bemühungen des Institutes, effiziente Kühlmethoden für die Industrie zu entwickeln. Immer wieder taucht dabei die Frage nach der Genauigkeit der Auswertung von Messdaten und nach der physikalischen Deutung der Ergebnisse auf. Diese Fragen sollen in der vorliegenden Arbeit für die Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten bei der Sprühkühlung betrachtet werden.

Ich danke meinem Betreuer Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schmidt, Leiter des Lehrstuhles Technische Thermodynamik, für die Aufgabenstellung, die wissenschaftliche Beratung und Betreuung und die zahlreichen Anregungen und Fachdiskussionen.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. Lutz Tobiska, Leiter des Instituts für Analysis und Numerik, gilt mein Dank für die Begutachtung der Arbeit.

Herrn Dr.-Ing. Dietrich Handtke gilt mein Dank für die Korrektur der Arbeit.

Nicht zuletzt möchte ich mich herzlich bei Herrn Dr.-Ing. Ingo Hapke für die zahlreichen Fachdiskussionen und insbesondere für die Einführung in der Numerik bedanken.

Bei den Mitarbeitern des Lehrstuhls für Technische Thermodynamik möchte ich mich für die gute Zusammenarbeit und die schöne Zeit bedanken.

Magdeburg, 04.01.2007

Dimitar Dontchev

## Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Einleitung und Ziel der Arbeit</b> .....	<b>6</b>
<b>II</b>	<b>Theoretische Grundlagen und Stand des Wissens</b> .....	<b>9</b>
II.1	Messmethoden zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten.....	11
II.2	Versuchsdurchführung und vereinfachte Auswerteverfahren .....	13
II.3	Inverse Wärmeleitprobleme .....	18
II.3.1	Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten aus der Sicht der inversen Problematik.....	20
II.3.2	Inverse Lösungsverfahren .....	21
<b>III</b>	<b>Sequential FSM</b> .....	<b>30</b>
III.1	Umsetzung für den Fall eines Bleches mit geringer Dicke.....	30
III.2	Sensitivitätskoeffizienten .....	33
<b>IV</b>	<b>Wärmeleitgleichung</b> .....	<b>38</b>
IV.1	Analytische Lösung.....	40
IV.2	Dimensionslose Einflussgrößen .....	45
IV.2.1	Einflussgrößen der stationären Messmethode .....	45
IV.2.2	Einflussgrößen der instationären Messmethode.....	48
<b>V</b>	<b>Simulationsrechnungen</b> .....	<b>51</b>
V.1	Bestimmung der Wärmeverluste .....	51
V.2	Glättung der Messdaten. Vorfilterung.....	52
V.3	Stationäre Simulationsrechnungen .....	56
V.3.1	Versuchsprogramm .....	56
V.4	Instationäre Simulationsrechnungen.....	69
V.5	Modellieren der Abkühlung eines Bleches.....	70
V.5.1	Versuchsprogramm .....	72
V.5.2	Diskussion der Ergebnisse .....	74
<b>VI</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b> .....	<b>103</b>
<b>VII</b>	<b>Anhang A</b> .....	<b>105</b>
<b>VIII</b>	<b>Anhang B</b> .....	<b>107</b>
<b>IX</b>	<b>Anhang C</b> .....	<b>109</b>
<b>X</b>	<b>Anhang D</b> .....	<b>110</b>
X.1	Inconel.....	111
X.2	Duraluminium .....	114
X.3	Kupfer.....	117
<b>XI</b>	<b>Anhang E</b> .....	<b>120</b>
<b>XII</b>	<b>Anhang F</b> .....	<b>127</b>
<b>XIII</b>	<b>Anhang G</b> .....	<b>129</b>

## Symbolverzeichnis

Symbol	Bedeutung	SI-Einheit
A	Fläche	m <sup>2</sup>
A <sub>Q</sub>	Fläche quer zur Stromflussrichtung	m <sup>2</sup>
A <sub>B</sub>	Fläche des Bleches	m <sup>2</sup>
A <sub>Zyl</sub>	Stirnfläche des Zylinders	m <sup>2</sup>
a	Temperaturleitfähigkeit	m <sup>2</sup> /s
C	Geschwindigkeit der Wärmewelle	m/s
c <sub>B</sub>	Spezifische Wärmekapazität des Bleches	J/(kgK)
c <sub>L</sub>	Spezifische Wärmekapazität der Lackbeschichtung	J/(kgK)
h	Zeitvariable	s
Δh	Zeitschritt	s
h <sub>max</sub>	Endzeit	s
h <sub>v</sub>	Verdampfungsenthalpie	J/kg
I	Stromstärke	A
L	Länge	m
$\dot{m}_W$	Wasserbeaufschlagungsdichte	kg/(m <sup>2</sup> s)
$\dot{q}_Q$	Querwärmeleitung	W/m <sup>3</sup>
$\dot{q}_{tr}$	Wärmestromdichte der „trockenen“ Seite des Bleches; Wärmeverluste	W/m <sup>2</sup>
$\dot{q}_{sp}$	Wärmestromdichte der „feuchten“ Seite des Bleches	W/m <sup>2</sup>
$\dot{q}_V$	Wärmequelle	W/m <sup>3</sup>
$\dot{q}_V^*$	Wärmesenke, die der Wärmestromdichte $\dot{q}_{sp}$ entspricht	W/m <sup>3</sup>
r	Aktueller Radius	m
R	Radius; Reelle Zahlen	m; -
S	Summe der kleinsten Fehlerquadrate	K <sup>2</sup>
s <sub>B</sub>	Blechdicke	m
T	Temperatur	K
T <sub>Fl</sub>	Fluidtemperatur	K
T <sub>K</sub>	Kontakttemperatur zwischen Blech und Lackschicht	K
T <sub>tr</sub>	Temperatur der „trockenen“ Seite des Bleches	K
T <sub>U</sub>	Umgebungstemperatur	K
T <sub>W</sub>	Wandtemperatur	K
V	Volumen	m <sup>3</sup>
y	Raumkoordinate	m
$\bar{y}$	Dimensionslose Raumkoordinate	-
y <sub>max</sub>	Dicke des Bleches mit Beschichtung	m
$\bar{Y}_B$	Dimensionslose Blechdicke	-
Y <sub>L</sub>	Lackschichtdicke	m
$\bar{Y}_L$	Dimensionslose Lackschichtdicke	-
$\bar{Y}$	Dimensionslose Gesamtdicke	-
Y <sub>t</sub>	Gemessene Temperatur	K
z	Dimensionslose Variable	-
♣	Grenzwerte der dimensionslosen Blechdicke $\bar{Y}_B$	
♦	Grenzwerte der Biot-Zahl $Bi_{sp,max}$	
♥	Grenzwerte des Verhältnisses $\lambda_L/\lambda_B$	
♠	Grenzwerte der Biot-Zahl $Bi_{tr}$	

## Griechische Symbole

$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient	W/(m <sup>2</sup> K)
$\alpha_{sp}$	Wärmeübergangskoeffizient der „feuchten“ Seite des Bleches	W/(m <sup>2</sup> K)
$\beta$	Polynomkoeffizienten	-
$\hat{\beta}$	Schätzwerte des Polynomkoeffizienten	-
$\gamma$	Regularisierungsparameter	(m <sup>2</sup> /W) <sup>2</sup>
$\delta$	Relativer Fehler	%
$\vartheta$	Temperatur	°C
$\varepsilon$	Emissionsgrad	-
$\theta$	Dimensionslose Temperatur; Temperaturdifferenz	-;K
$\lambda_B$	Wärmeleitfähigkeitskoeffizient des Bleches	W/(mK)
$\lambda_L$	Wärmeleitfähigkeitskoeffizient der Lackbeschichtung	W/(mK)
$\rho_B$	Dichte des Bleches	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_L$	Dichte der Lackbeschichtung	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{el}$	Spezifischer elektrischer Widerstand	$\Omega m$
$\tau$	Relaxationszeit	s

## Indexe

B	Blech
i	Laufindex der Temperatur in der Raumrichtung r
j	Anzahl der Gleichungen
k	Anzahl der Iterationen
m	Laufindex der Wärmestromdichte in der Raumrichtung r
p	Anzahl der Zeitschritte in einem Segment $\equiv$ Anzahl zukünftiger Zeitschritte
t	Laufindex der Zeit
t <sub>max</sub>	Anzahl aller Zeitschritte in einer Messung
v	Aktueller Zeitschritt in einem Segment
W	Wand
y <sub>End</sub>	Anzahl aller Punkte in y-Richtung

## Abkürzungen

AB	Anfangsbedingung
DGL	Differentialgleichung
EID	Einfache Inversion des Differenzen-Schemas
Fl	Fluid
FSM	function specification method
HTC	heat transfer coefficient
IHCP	inverse heat conduction problem
I <sub>0</sub> (x)	Modifizierte Bessel - Funktion erster Art 0. Ordnung
I <sub>1</sub> (x)	Modifizierte Bessel - Funktion erster Art 1. Ordnung
IR	Infrarot
K <sub>0</sub> (x)	Modifizierte Bessel-Funktion zweiter Art 0. Ordnung.
K <sub>1</sub> (x)	Modifizierte Bessel-Funktion zweiter Art 1. Ordnung.
RB	Randbedingung
RM	Regularisierungsmethode, Regularisierungsverfahren
SkF	Summe der kleinsten Fehlerquadrate
TFM	trial function method
VAM	Vereinfachte Auswertemethode
VAM mit WL	Vereinfachte Auswertemethode mit Korrekturterm für die Querwärmeleitung
WL	Wärmeleitung
WÜK	Wärmeübergangskoeffizient

## **Kurzfassung**

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Untersuchung des inversen Problems zur Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten (WÜK) bei der Sprühkühlung.

Die Bestimmung dieses Koeffizienten erfolgt vorwiegend experimentell, wobei unterschiedliche Methoden zur Anwendung gelangen. Eingesetzt werden beheizte Körper bzw. Bleche, die einseitig besprüht werden und für die die Oberflächentemperatur und die Wärmestromdichte der besprühten Seite zu bestimmen sind. Die Oberflächentemperatur ist dabei in der Regel nicht direkt der Messung zugänglich, so dass man zur Bestimmung der Oberflächentemperatur spezielle Auswerterroutinen benötigt. In dem betrachteten Verfahren wird die Temperatur der nicht besprühten Seite mittels Infrarotthermographie gemessen. Diese Methode bietet die Möglichkeit, Temperaturfelder berührungslos, rückwirkungsfrei und ohne zeitliche Verzögerung zu messen. Damit können lokale und zeitliche Unterschiede in den Wärmeübergangskoeffizienten, z. B. durch radiale Abhängigkeit der Wasserbeaufschlagungsdichte, erfasst werden. Für die Versuchsauswertung ist ein inverses Problem zu lösen.

Nach Vergleich unterschiedlicher inverser Lösungsmethoden wird sich für eine „sequential function specification method“ (FSM) entschieden. Die Methode wird an das untersuchte Problem mit stark nichtlinearen Änderungen des WÜK in Abhängigkeit des Ortes und der Temperatur angepasst und ein entsprechendes numerisches Lösungsverfahren wird implementiert. Besondere Aufmerksamkeit wird dabei der Bestimmung der Sensitivitätskoeffizienten gewidmet.

Im Sinne numerischer Experimente werden Simulationsrechnungen für die stationäre und die instationäre Bestimmungsmethode des Wärmeübergangskoeffizienten durchgeführt. Ausgehend von der Ableitung dimensionsloser Einflussgrößen werden die Versuchsbedingungen variiert, um deren Einfluss auf die Genauigkeit der invers bestimmten WÜK zu ermitteln, wobei gleichzeitig ein Vergleich mit vereinfachten Auswertemethoden vorgenommen wird. Speziell untersucht wird das Problem des Wanderns der Benetzungsfrent beim Übergang vom Filmsieden oberhalb der Leidenfrosttemperatur zum Blasensieden.

Im Ergebnis der Simulationsrechnungen und des Vergleiches unterschiedlicher Auswertemethoden werden Empfehlungen für eine effiziente Versuchsauswertung unter Berücksichtigung von Aufwand und Nutzen gegeben. Gleichzeitig werden wichtige Erkenntnisse für die Verbesserung des Versuchsaufbaus und der Versuchsdurchführung mitgeteilt.

## **Abstract**

The present work deals with the study of the inverse problem in the estimation of heat transfer coefficients (HTC) in spray cooling.

Numerical simulations are carried out to examine the influence of the heat conduction model applied in the data reduction on the accuracy of the estimation of HTC. The influencing variables are derived from the used heat conduction model (Fourier's heat conduction equation). The spray cooling of a directly heated thin metal sheet, which is used for the estimation of HTC, is modelled. The simulations include the study of steady and unsteady measuring methods for the determination of HTC. The unsteady analysis includes the simulation of two-dimensional cooling processes in cylindrical coordinates and the evaluation of the „measuring data“ obtained from the simulations. The temperature front that appears when the steam film breaks down and its migration are also modelled. The simulation results allow conclusions to be drawn, which can be used for the improvement of the evaluation method of the HTC. The conclusions of the work can also be helpful for the improvement of the experimental setup and measurement procedure.

## I Einleitung und Ziel der Arbeit

In vielen Produktionsvorgängen spielt die Energieübertragung für die Prozessführung eine große Rolle. In der Metallindustrie sind Abkühl- und Aufwärmvorgänge von großer Bedeutung. Die Abkühlgeschwindigkeit ist entscheidend für die Struktur des Materials, so dass dadurch unterschiedliche Gefügearten bei der Verarbeitung von Metallen erzielt werden können. Ein nicht ordnungsgemäß ausgeführter Abkühlvorgang kann zur Entstehung von Spannungen im Material und damit zur Verschlechterung der Qualität des Produktes führen. Genaue Kenntnisse der Wärmeübertragungsmechanismen sind damit unumgänglich, um bestimmte Eigenschaften der Produkte erreichen zu können. Eigenschaften wie Härte, Festigkeit und Verarbeitungsmöglichkeit der Produkte sind nicht nur in der Metallurgie sondern auch in anderen Bereichen der Industrie gefordert und können durch kontrollierte Abkühlvorgänge erzielt werden. In der Verfahrens-, Kunststoff- und Feuerlöschtechnik, bei der Glas- und Keramikherstellung sowie bei der Kühlung von elektronischen Bauelementen sind definierte Wärmeübergangsbedingungen notwendig.

Andere Aspekte, die ebenfalls Untersuchungen der Mechanismen der Wärmeübertragung erfordern, sind die Wirtschaftlichkeit eines Herstellungsprozesses und der Umweltschutz. Die Herstellungskosten können zum Beispiel durch Einsparen von Kühlmittel gesenkt werden. Aus diesem Grund sind unterschiedliche Kühltechniken unter dem Begriff Minimalkühlung entwickelt worden. Die Einsparung erfolgt einerseits durch die Verwendung eines exakt gerichteten Sprühstrahls, so dass nur die gewünschte Stelle besprüht wird ohne eine flächendeckende Kühlung des gesamten Werkstücks anzuwenden. Andererseits erlaubt die Kenntnis der Wärmeübergangsmechanismen eine genauere Berechnung der Kühlflüssigkeitsmenge, die zum Abführen eines bestimmten Wärmestromes notwendig ist. Demzufolge kann der Überschuss an Kühlmittel bei der Durchführung eines Prozesses reduziert werden.

Der zweite Aspekt nämlich die Umweltverschmutzung sollte auch beachtet werden. Es ist bekannt, dass Kühlmittel chemische Produkte enthalten können, die in der Natur nicht oder schlecht abbaubar sind. Deshalb bleibt die Reduktion von allen produktionsbegleitenden Mitteln ein wichtiger Schritt zur Verringerung der Umweltbelastung.

Wegen der vielfältigen Anwendung sind im Laufe der Zeit eine Reihe von Kühltechniken entwickelt worden. Man unterscheidet hauptsächlich drei Arten - Tauchkühlung, Filmkühlung und Sprühkühlung.

Bei der Tauchkühlung besteht das Bad aus ruhender oder gerührter Kühlflüssigkeit. Dieses Verfahren bietet kaum Möglichkeiten, den Abkühlprozess in bestimmter Weise durchzuführen. Es stehen nur wenige Prozessparameter zur Verfügung, mit deren Hilfe die Abkühlgeschwindigkeit gesteuert werden kann. Das sind z. B. die Art der Kühlflüssigkeit und die Geschwindigkeit des Rührers. Dieses Verfahren wird meistens beim Härten von Metallen eingesetzt.

Die Filmkühlung wird dadurch gekennzeichnet, dass die Werkstückoberfläche von einem fließenden Flüssigkeitsfilm bedeckt wird. Auch bei diesem Verfahren ist eine optimierte örtliche Kühlung nicht möglich.

Die oben genannten Kühlverfahren werden weiter nicht betrachtet, da diese Arbeit sich ausschließlich auf die Sprühkühlung bezieht.

Bei der Sprühkühlung wird die zu kühlende Oberfläche von einer oder mehreren Düsen mit einem Kühlfluid besprüht. Dieses Kühlverfahren bietet viele Möglichkeiten durch Variieren von unterschiedlichen Parametern die Wärmeübertragung definiert durchzuführen. Die Einflussparameter können in drei Gruppen aufgeteilt werden – Parameter des Sprühstrahls [18, 22, 23, 24, 28], Eigenschaften des Kühlmediums [30] und räumliche Parameter [19, 20].

Zu der ersten Gruppe gehören Tropfendurchmesser, Tropfengeschwindigkeit und die Beaufschlagungsdichte. Die Änderung der Tropfengeschwindigkeit und insbesondere der Beaufschlagungsdichte kann bei Werkstücktemperaturen oberhalb der Leidenfrosttemperatur entscheidend die Bildung und die Dicke des Dampffilms beeinflussen [17, 126].

Die zweite Gruppe betrifft die Art des verwendeten Kühlmediums. Im Einsatz sind sowohl reine Kühlflüssigkeiten (meistens Wasser) als auch Flüssigkeit – Flüssigkeit – Gemische/Emulsionen (z. B. Wasser – Öl) und Gas – Flüssigkeit – Gemische (Wasser – Luft). Durch die Verwendung von Kühlmitteln

mit höheren Siedetemperaturen wird die Werkstückoberfläche erst bei höheren Temperaturen von einem stabilen Dampffilm bedeckt. Damit tritt die isolierende Wirkung der Dampfschicht nur bei höheren Temperaturen auf. Dies führt zur Erhöhung der Abkühlgeschwindigkeit. Die sehr unterschiedlichen Siedetemperaturen der Flüssigkeiten eines Gemisches führen, bei einem Abkühlvorgang, zu einem breiteren Bereich der Abkühlkurve, in dem hohe Abkühlgeschwindigkeiten erreicht werden. Die Benutzung von Gas– Flüssigkeit– Gemischen verhindert das Anstauen von Flüssigkeit an der Oberfläche [4], da die Gasströmung die Flüssigkeitstropfen nach dem thermischen Kontakt fortträgt. Darum lässt sich der Abkühlvorgang besser einstellen.

Die dritte Gruppe beinhaltet die Möglichkeit eine oder mehrere Düsen im Raum so einzurichten, dass alle Anforderungen an den örtlichen Wärmeübergang an einem Werkstück mit komplizierter Geometrie zu erfüllen sind. Außerdem können unterschiedliche Bauarten der Düsen, Flachstrahldüsen, Volkegeldüsen u.a., verwendet werden. Damit kann die feine örtliche Justierung des Abkühlvorganges weiter verbessert werden. Der Winkel der Sprühstrahlachse zu der gekühlten Oberfläche, der Abstand Düse – Oberfläche, Bauart der Düse und die Anzahl der eingesetzten Düsen sind räumliche Parameter, die variiert werden können.

Die Möglichkeit, den Abkühlvorgang genau einzustellen, ist ein klarer Vorteil der Sprühkühlung. Aus diesem Grund steigt das Interesse an diesem Verfahren. Dies erfordert intensive Forschung, um die Vorgänge bei der Sprühkühlung systematisch zu untersuchen und für die praktische Anwendung zu beschreiben. Die vielen Einflussparameter, die den Vorteil der Sprühkühlung in der praktischen Anwendung ausmachen, sind für den Forscher eine Herausforderung, da die Wirkung jeder einzelnen Einflussgröße getrennt von der Wirkung der restlichen Parameter zu untersuchen ist.

Eine sehr wichtige Kenngröße bei der Beschreibung von Wärmeübergangsprozessen ist der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$ . Eine Vielzahl von Faktoren beeinflussen den Wärmeübergangskoeffizienten und dessen Bestimmung. Einerseits sind das die thermischen Zustandsgrößen des Kühlmediums - Druck, Temperatur und seine Stoffeigenschaften wie Wärmeleitfähigkeit, Dichte, Siedetemperatur und Oberflächenspannung. Andererseits sind auch die Oberflächentemperatur und die Parameter des festen Versuchskörpers wie Material und Oberflächenrauigkeit vom Einfluss.

Die Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten erfolgt vorwiegend experimentell, wobei unterschiedliche Methoden zur Anwendung gelangen. Eingesetzt werden Körper bzw. Bleche, die einseitig besprüht werden und für die die Oberflächentemperatur und die Wärmestromdichte zu bestimmen sind. Die Oberflächentemperatur ist dabei in der Regel nicht direkt der Messung zugänglich und im Fall der meist verwendeten Thermoelemente sind diese mit einem definierten Abstand zur Oberfläche angeordnet, so dass man zur Bestimmung der Oberflächentemperatur spezielle Auswerterroutinen benötigt.

Bei den in dieser Arbeit betrachteten Messmethoden wird die Temperaturverteilung auf der sprühstrahlzugewandten Seite, der so genannten trockenen Seite, eines elektrisch direkt beheizten Probeblechs mittels Infrarot (IR) - Thermographie bestimmt. Durch die Aufnahme des Temperaturfeldes können in Abhängigkeit vom Düsentyp insbesondere lokale Verteilungen des Wärmeübergangskoeffizienten untersucht werden, wobei sowohl instationäre als auch stationäre Messmethoden realisierbar sind. Die Verteilungen der Temperatur auf der trockenen sowie der Temperatur und des Wärmeübergangskoeffizienten auf der besprühten Seite des Probebleches sind miteinander verknüpft. Die gemessene Oberflächentemperaturverteilung der trockenen Seite stellt sich ein als Wirkung des Wärmeleitproblems im Blech, verursacht durch die mittels Sprühkühlung aufgeprägte Verteilung des WÜK. Die Bestimmung des gesuchten WÜK ist damit eine typisch inverse Aufgabenstellung, die durch Messfehler weiter kompliziert wird.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist eine ausführliche Untersuchung der Genauigkeit verschiedener Auswertemethoden zur Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten bei der Sprühkühlung. Auf Grund dieser Untersuchungen sind Vorschläge zu machen zur Verbesserung der Messmethode und des Versuchsaufbaus sowie anschließend zur Verbesserung der Auswertung der Daten.

Die Art und Weise der Durchführung von Experimenten zur Messung von Wärmeübergangskoeffizienten sowie das Messverfahren und die Auswertemethode selbst können entscheidend die Genauigkeit der Bestimmung beeinflussen. Hier sind z. B. die Beschichtungen zur Erhöhung des Emissionsgrades bei berührungslosen IR - Temperaturmessungen zu berücksichtigen, die das thermische Verhalten des

Versuchsbleches beeinträchtigen können. Die Geschwindigkeit der Datenerfassung bei der instationären Messmethode und das Messrauschen des Messgerätes sind auch nicht zu vernachlässigen.

Häufig angewandte, vereinfachte Auswertemethoden berücksichtigen wesentliche Einflußgrößen nicht und ihre Genauigkeit ist stark von den jeweiligen Versuchsbedingungen, von der zu untersuchenden Düse und deren Betriebsbedingungen abhängig. Die Verbesserung der Versuchsauswertung und die Bewertung des bei der vereinfachten Auswertung auftretenden Fehlers erfordern ein inverses Auswerteverfahren, welches von einem möglichst präzisen physikalischen Modell unter Berücksichtigung aller wesentlichen Einflussgrößen ausgeht. Auf der Grundlage einer umfassenden Literaturrecherche sollen unterschiedliche Methoden zur Lösung inverser Wärmeleitprobleme studiert und ein entsprechendes Verfahren ausgewählt werden. Kriterien sind dabei ein robustes und ein aus ingenieurtechnischer Sicht gut implementierbares und mit vertretbarem rechentechnischen Aufwand umsetzbares Verfahren. Die Methode ist an die vorliegenden Bedingungen der Sprühkühlung, insbesondere mit stark nichtlinearen Abhängigkeiten des WÜK von der Temperatur, sowie der infrarotthermographischen Messmethode anzupassen und es gilt, ein leistungsfähiges Berechnungsprogramm zu entwickeln, welches die Durchführung von Simulationsrechnungen zum Parametereinfluss ermöglicht. Um zunächst den Einfluss des Messrauschens auszuschließen, sollen die Simulationen mit „Messwerten“ durchgeführt werden, die aus der direkten Lösung des Problems bei Vorgabe aller Parameter erhalten werden. Die Parameter, die die Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten beeinflussen sind aus dem verwendeten Modell abzuleiten, wobei Aussagen der Ähnlichkeitstheorie zu berücksichtigen sind. Der jeweils für die stationäre und instationäre Messmethode abzuleitende Parametersatz bildet die Basis für die durchzuführenden Simulationsrechnungen, die systematisch zu planen sind. Die Wahl der Wertebereiche soll sich an praxisnahen Randbedingungen orientieren. Schwerpunkt der Untersuchungen sind die Versuche mit der instationären Messmethode, bei denen im Verlauf der Abkühlkurve, beginnend bei Temperaturen oberhalb der Leidenfrosttemperatur, die verschiedenen Siederegime durchlaufen werden. Hierfür ist für die Testrechnungen eine geeignete Beschreibung des Wärmeübergangskoeffizienten im Abhängigkeit des Ortes und der Temperatur zu entwickeln, die geeignet ist, auch das Voranschreiten der Benetzungsfrent auf einen Versuchsblech beim Übergang von Filmsieden zum Blasensieden zu beschreiben.

Sowohl die stationären als auch die instationären Simulationsrechnungen sind jeweils mit unterschiedlichen Auswerteverfahren durchzuführen und sollen Aussagen zum zweckmäßigen Einsatz der jeweiligen Auswertemethode unter unterschiedlichen Versuchsbedingungen liefern. Ein wichtiges Bewertungskriterium soll dabei auch das Aufwand-Nutzen-Verhältnis sein. Weiterhin sollen im Ergebnis der Simulationsrechnungen die Einflussgrößen, wie Blechdicke und -material, Lackschichtdicke, Wärmeverlust analysiert und in ihrer Wirkung auf die Bestimmung des WÜK bewertet werden. Darum eingeschlossen soll auch eine Analyse des Einflusses der Querleitung im Versuchsblech sein. Die gewonnenen Ergebnisse sollen genutzt werden, um Schlussfolgerungen zur Verbesserung der Messmethode und des Versuchsaufbaus zu ziehen und Empfehlungen zum zweckmäßigen Einsatz mehrdimensionaler Auswertemethoden zu geben.

## II Theoretische Grundlagen und Stand des Wissens

Betrachtet man zunächst den Fall sehr heißer Oberflächen mit Temperaturen oberhalb der Leidenfrosttemperatur, so kann der prinzipielle Mechanismus des Wärmeübergangs bei der Sprühkühlung entsprechend Bild II-1 dargestellt werden.

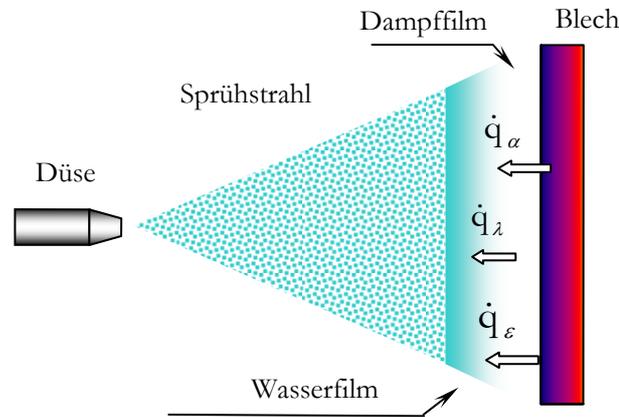


Bild II-1: Wärmeübergangsmechanismus bei der Sprühkühlung

Das fein zerstäubte Kühlmedium prallt gegen die heiße Oberfläche. Dabei bildet sich an der Oberfläche ein Dampfteilchenfilm. Obwohl die nicht verdampfte Kühlflüssigkeit seitlich abfließt, staut sich ein Teil davon zwischen dem Sprühstrahl und dem Dampfteilchenfilm an und bildet eine Flüssigkeitsschicht. Die Wärme wird von der Oberfläche durch Konvektion  $\dot{q}_\alpha$  und Strahlung  $\dot{q}_\epsilon$  zum Dampfteilchenfilm transportiert. Ein Teil der Wärme wird als Verdampfungsenthalpie  $h_v$  gebunden, ein anderer Teil wird durch Wärmeleitung  $\dot{q}_\lambda$  zur Phasengrenze transportiert und an den Flüssigkeitsschicht abgegeben. Die genannten Wärmetransportmechanismen finden im Bereich der so genannten Filmverdampfung statt bei großen Beaufschlagungsdichten. In Abhängigkeit von der Oberflächentemperatur treten im Bereich des zweiphasigen Wärmeübergangs unterschiedliche Verdampfungszustände auf.

Diese können anhand des Behältersiedens von Wasser im Bild II-2 veranschaulicht werden. Die Änderung der Wärmestromdichte und des Wärmeübergangskoeffizienten ist in Abhängigkeit von der Übertemperatur der Wand  $\Delta\vartheta$  dargestellt. Die Übertemperatur der Wand wird als Differenz zwischen der Wandtemperatur  $\vartheta_w$  und der Siedetemperatur  $\vartheta_s$  definiert. Bei sehr großen Übertemperaturen wird die Heizfläche von einem Dampfteilchenfilm bedeckt. Der Wärmeübergang wird wesentlich behindert durch die isolierende Wirkung der Dampfschicht. Dieser Bereich ist mit DE gekennzeichnet und wird sowohl beim Behältersieden als auch bei der Sprühkühlung als stabile Filmverdampfung bezeichnet. In Abhängigkeit von der Wasserbeaufschlagungsdichte  $\dot{m}_w$  bildet sich zwischen dem Sprühstrahl und der Dampfschicht ein Flüssigkeitsschicht. Nach Angaben der Literatur [35] wird das aufgesprühte Wasser bei  $\dot{m}_w < 0,12$  kg/(m<sup>2</sup> s), nahezu vollständig verdampft. Unterhalb dieses Wertes tritt eine lineare Steigerung des Wärmeübergangskoeffizienten mit der Erhöhung der Wasserbeaufschlagungsdichte auf. Die einzelnen Flüssigkeitstropfen erreichen direkt die Oberfläche oder dringen beschleunigt von der kinetischen Energie des Sprühstrahls durch die Dampfschicht relativ ungehindert durch. Nach einer Unstetigkeitsstelle ist durch die Bildung des Flüssigkeitsschicht bei Werten  $\dot{m}_w > 0,2$  kg/(m<sup>2</sup> s) die Steigerung des Wärmeübergangskoeffizienten mit der Wasserbeaufschlagungsdichte nicht mehr so ausgeprägt.

Der nächste Bereich im Bild II-2 wird mit der Abnahme der Oberflächentemperatur erreicht. Der Dampfteilchenfilm wird instabil. Die Zerstörung des Dampfteilchenfilmes beginnt im so genannten Leidenfrostpunkt (Punkt D). Das Gebiet von D bis C wird instabile Filmverdampfung genannt und charakterisiert eine deutliche Verbesserung der Wärmeübergangsbedingungen.

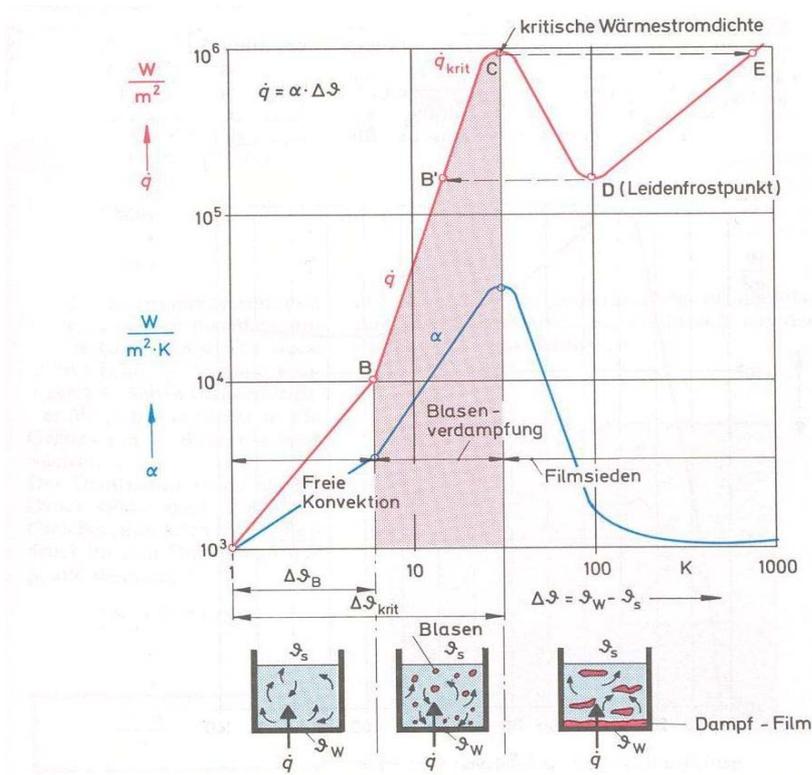


Bild II-2 Behältersieden<sup>A</sup> des Wassers bei 1 bar [34]

Dies lässt sich durch die Zerstörung der Dampfschicht erklären. An manchen Stellen kontaktiert die Flüssigkeit direkt die Oberfläche. Bei der Sprühkühlung tritt der Leidenfrostpunkt [35] im Vergleich zum Behältersieden [42] erst bei höheren Temperaturen auf. Dieses Phänomen ist wahrscheinlich von der instabilisierenden Wirkung des Sprühstrahls auf den Dampffilm verursacht, obwohl die dämpfende Wirkung der Flüssigkeitsschicht diesen Effekt bei großen Beaufschlagungsdichten verringert. Durch die ausgelöste intensive Zirkulation des Kühlmediums wird im Punkt C der so genannte „burn-out“ Punkt erreicht.

Der nach dem „burn-out“ Punkt folgende Bereich CB wird beim Behältersieden Blasenverdampfung genannt. Auch bei der Sprühkühlung kommt es bei entsprechenden Wasserbeaufschlagungsdichten zum Blasensieden. In Verbindung mit der Blasenbildung kommt es zu stärkeren zeitlichen und lokalen Fluktuationen der Oberflächentemperatur, die im Bild II-3 ersichtlich sind.

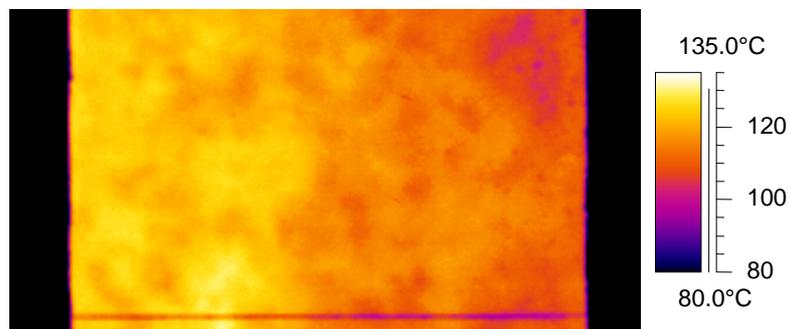


Bild II-3: Blasensieden. IR - Aufnahme eines vom Sprühstrahl beaufschlagten Versuchsbleches

<sup>A</sup> Die maximalen Werte der Wärmestromdichte und des WÜK liegen nicht bei gleicher Temperatur. Der Unterschied ist aber klein und wegen des Maßstabs nicht zu erkennen.

Die weitere Reduktion der Temperatur führt zu einer anderen Art Wärmeübergang. Die gesamte Heizoberfläche wird nur von Flüssigkeit bedeckt. Im Bild II-2 befindet sich dieses Gebiet unterhalb des Punktes B und wird beim Behältersieden freie Konvektion genannt. Wie bereits erwähnt führt die kinetische Energie des Sprühstrahls zum Entstehen von Turbulenzen in der Wasserschicht. Dieser Wärmeübergangsmechanismus wird als erzwungene Konvektion bezeichnet. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, die Wärmeübertragung bei der Sprühkühlung in diesem Temperaturbereich auch als erzwungene Konvektion zu bezeichnen.

## II.1 Messmethoden zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten

Die Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten bei der Sprühkühlung erfolgt vorwiegend experimentell, wobei unterschiedliche Methoden zur Anwendung gelangen. Eingesetzt werden Körper bzw. Bleche, die einseitig besprüht werden und für die die Oberflächentemperatur und die Wärmestromdichte bestimmt werden.

Man unterscheidet hauptsächlich zwei Versuchsaufbauarten. Bei der ersten Aufbauart werden Thermoelemente möglichst nahe an der gekühlten Oberfläche des Versuchskörpers angebracht. Zur Stabilisierung der Auswertemethode können weitere Thermoelemente im Inneren des Versuchskörpers [10] eingebaut werden, Bild II-4.

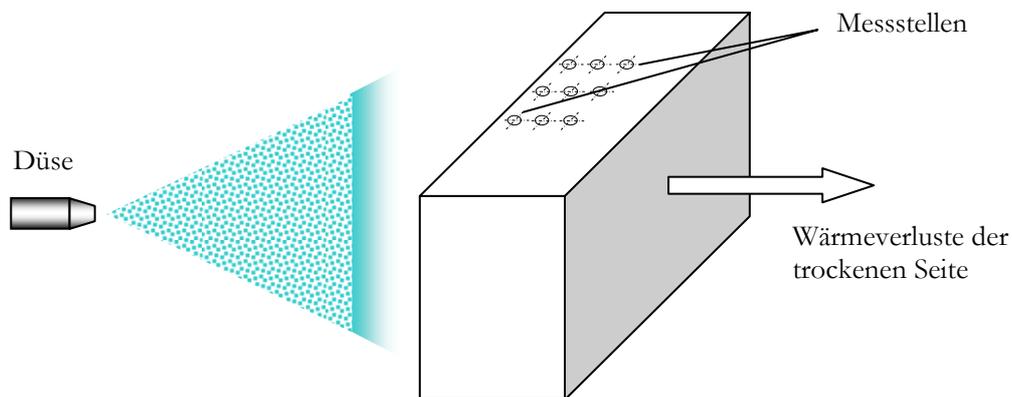


Bild II-4: Aufbauart mit Thermoelementen

Die zweite Aufbauart, auf die sich diese Arbeit beschränkt, ist mit der berührungslosen Messung der Temperatur mittels Infrarot (IR) -Thermographie verbunden. Der verwendete Versuchskörper ist ein dünnes Blech. Die Temperatur wird an der trockenen Seite des Bleches gemessen.

Die Infrarotthermographie wurde als Verfahren zur Temperaturbestimmung hauptsächlich aus zwei Gründen gewählt. Der erste Grund ist die Möglichkeit, die Temperatur berührungslos, rückwirkungsfrei und ohne zeitliche Verzögerung zu messen.

Der zweite Grund, der für die Infrarotthermographie spricht, ist die Möglichkeit, die gesamte Temperaturverteilung des Probeblechs zu erfassen. Damit können lokale Unterschiede in den Wärmeübergangskoeffizienten, z. B. durch radiale Abhängigkeit der Wasserbeaufschlagungsdichte, erfasst werden. Gleichfalls kann aber auch der Einfluss der Wärmeleitung im Blech normal zur Messrichtung erfasst sowie in der Versuchsauswertung berücksichtigt werden.

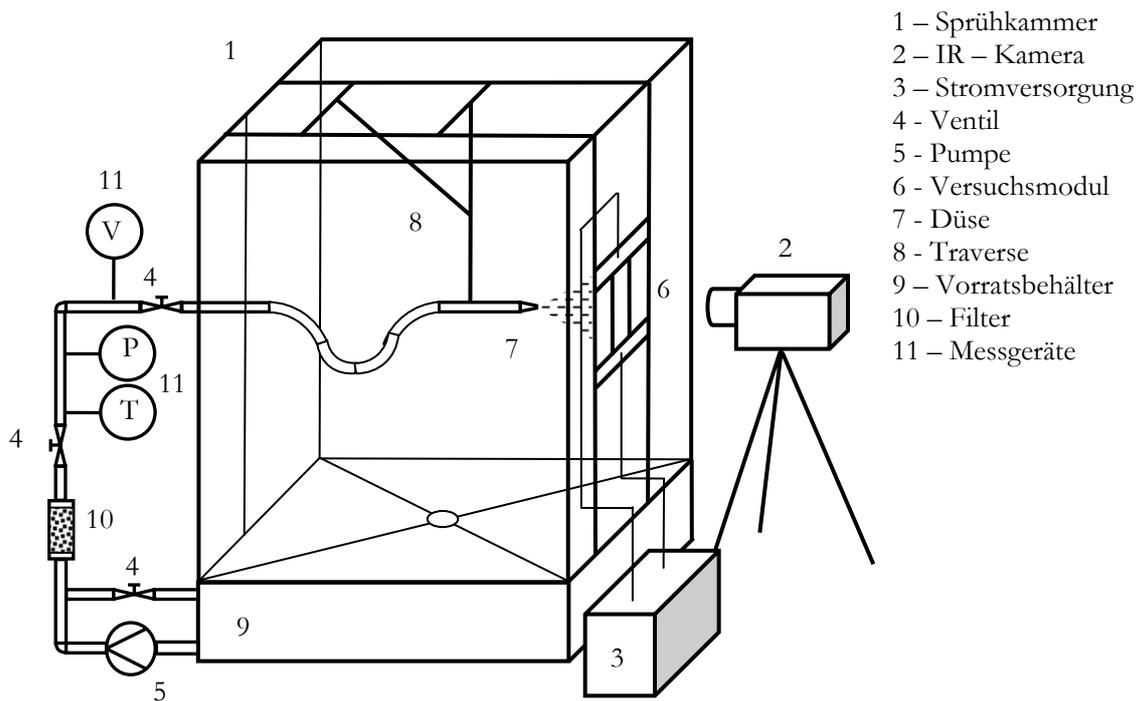


Bild II-5: Sprühkammer

Zur Untersuchung des Wärmeüberganges bei der Sprühkühlung wird die im Bild II-5 schematisch dargestellte Sprühkammer verwendet. Die Kammer ist sowohl zur Durchführung von Wärmeübergangsmessungen als auch zur Bestimmung der Sprühstrahlcharakteristiken geeignet. Diese werden mittels eines Phasen-Doppler-Anemometers (PDA) bestimmt. Das System bietet die Möglichkeit Spraycharakteristiken wie mittlere Geschwindigkeit der Tropfen und mittlerer Durchmesser zu messen. Da der Schwerpunkt dieser Arbeit die Verbesserung des Messverfahrens bei den Wärmeübergangsmessungen ist, wird die Untersuchung von Spraycharakteristiken nicht betrachtet.

Die Anlage kann zur Untersuchung von Ein- und Zweistoffdüsen genutzt werden, ein Druckluftanschluss ist dafür vorhanden. Gemessen werden jeweils Druck, Temperatur und Volumenstrom. Zum Einstellen der Position der Düse ist eine Traverse vorgesehen. Die Konstruktion der Kammer bietet die Möglichkeit, das Versuchsmodul (siehe Bild II-6) in unterschiedlichen Positionen zu montieren.

An der Wand der Sprühkammer ist das im Bild II-6 dargestellte Versuchsmodul montiert. Das Versuchsblech wird zwischen zwei Kupferbacken gespannt. Seitlich sind zwei verstellbare Teflonplatten eingebracht, die das Austreten von Wasser verhindern. Die Abstände zwischen den Teflonplatten und den Kupferbacken können variiert werden, so dass Untersuchungen mit Blechen unterschiedlicher Größe durchgeführt werden können. Zusätzlich zur Abdichtung der Stelle, an der sich das Blech und Teflonplatte überlappen, werden Streifen aus Keramikfasern oder Keramikröhrchen geklebt. An der nach außen gerichteten, „trockenen“ Blechseite wird die für die Bestimmung des WÜK benötigte Temperatur mit der Infrarotkamera gemessen. Die Blechseite, die nach Innen zum Sprühstrahl gerichtet ist, wird „feuchte“ Seite genannt.

Das Blech und die Kontaktflächen der Kupferbacken sind vor dem Versuch sorgfältig vorzubereiten, um eine gleichmäßige Aufheizung des Bleches zu gewährleisten. Die „trockene“ Blechseite wird mit einer speziellen Hochtemperaturfarbe beschichtet. Die Farbe erhöht den Emissionsgrad  $\epsilon$  wodurch die Genauigkeit der IR - Messung wesentlich verbessert werden kann. Es wurden auch andere Möglichkeiten zur Erhöhung des Emissionsgrades des Versuchsbleches gesucht, um den unerwünschten Einfluss der Lackbeschichtung auf die Wärmeleitung zu vermeiden. Die besten Ergebnisse wurden mittels Anrauen der kamerazugewandten Oberfläche des Bleches und anschließende Oxidation bei hohen Temperaturen

erreicht. Das Anrauen der Oberfläche erfolgt mittels eines feinen<sup>A</sup> Sandstrahls. Dabei ist es wichtig, eine gleichmäßige Bearbeitung der Oberfläche zu erreichen. Die Oxidation erfolgt praktisch, sofort wenn das Blech zum Glühen gebracht wird. Die Oxidationsschicht ist sichtbar feiner/dünnere als die Lackbeschichtung und mechanisch ausreichend stabil. Die erreichten Emissionskoeffizienten lagen zwischen 0,6 und 0,7. Leider werden 0,3 mm starke Bleche aus Inconel-Legierung während der Behandlung mit dem Sandstrahl trotz feinerer Körnung stark verformt. Die Verformung ist so groß, dass die Bleche nicht mehr für Sprühversuche geeignet sind.

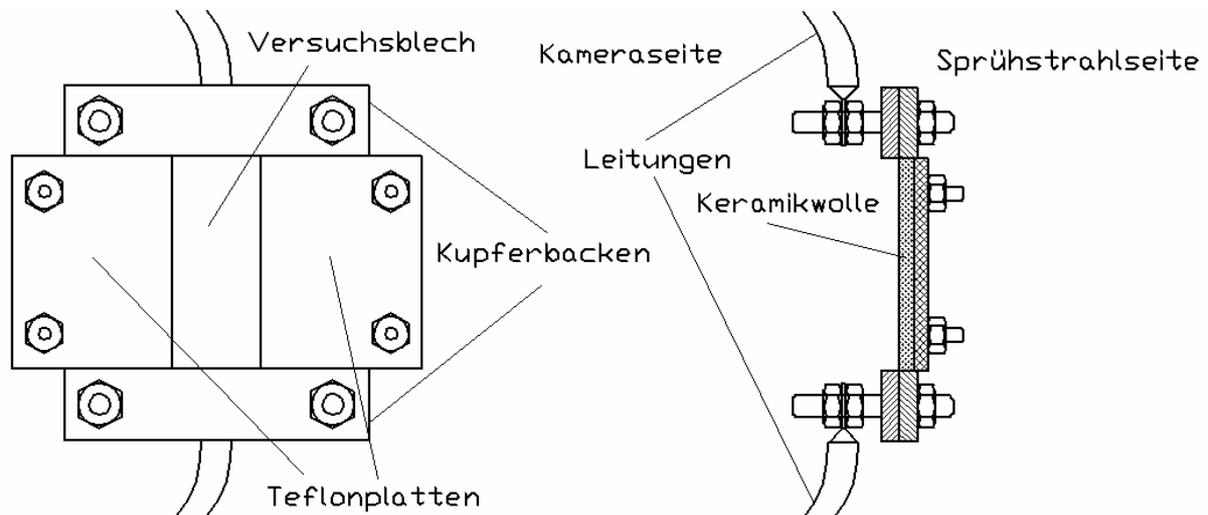


Bild II-6 Versuchsmodul

Als Versuchsblech werden vorwiegend Inconel 600-Platten verwendet. Inconel 600 ist eine Nickel-Chrom-Legierung. Diese Legierung hat hervorragende Beständigkeit gegen Oxidation und andere Formen der Hochtemperaturkorrosion. Diese Eigenschaften haben die Auswahl der genannten Legierung bewirkt, da bei den Experimenten Temperaturen bis zu 700 °C erreicht werden und eine Bildung von Schichten jeglicher Art auf der Oberfläche des Bleches oder Änderung der Gefüge und/oder der Eigenschaften des Metalls die Wärmeübergangsmessungen beeinträchtigen können. Weiterhin hat die Legierung Inconel 600 einen von der Temperatur quasi unabhängigen spezifischen elektrischen Widerstand  $\rho_{el}$ . Dieser gewährleistet durch die relative Unabhängigkeit von der Temperatur eine quasi-konstante Wärmequellenleistung während des Versuchs.

## II.2 Versuchsdurchführung und vereinfachte Auswerteverfahren

Der von einer Wand mit der Temperatur  $T_W$  an ein Fluid mit der Temperatur  $T_{Fl}$  abgegebene Wärmestrom errechnet sich aus Gl (II.1).

$$\dot{Q} = \alpha A (T_W - T_{Fl}) \quad \text{oder} \quad \dot{q} = \alpha (T_W - T_{Fl}) \quad (\text{II.1})$$

Der Proportionalitätsfaktor  $\alpha$  in der Gleichung ist der zu bestimmende Wärmeübergangskoeffizient. Für die Bestimmung von  $\alpha$  sind die Temperatur der gekühlten Oberfläche  $T_W$ , die Temperatur des Kühlfluids  $T_{Fl}$  und die Wärmestromdichte  $\dot{q}$  notwendig.

Zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten werden zwei Messmethoden verwendet. Bei der ersten Methode wird der Versuch unter stationären und bei der zweiten unter instationären Bedingungen durchgeführt. Es existiert auch eine dritte quasistationäre Methode, die eine Mischung zwischen den beiden oben genannten Methoden ist.

Bei der stationären Methode werden die Temperaturen  $T_W$ ,  $T_{Fl}$  und die Wärmestromdichte  $\dot{q}$  unverändert mit der Zeit gehalten. Stationäre Wärmeübergangsbedingungen sind nur durch den Einsatz einer

<sup>A</sup> Körnung im  $\mu\text{m}$ -Bereich

Wärmequelle, die die Wärmeverluste ausgleicht, realisierbar. Demzufolge wird das Versuchsblech von einem Strom durchflossen um eine konstante Wärmestromdichte zu erhalten. Die Stromstärke wird konstant gehalten und unter Berücksichtigung des spezifischen elektrischen Widerstandes lässt sich die Wärmequelle berechnen:

$$\dot{q}_V = \frac{I^2 \rho_{el} L}{VA_Q} \quad (\text{II.2})$$

$\dot{q}_V$  - Volumenbezogene Wärmeleistung W/m<sup>3</sup>.

$A_Q$  - Fläche quer zur Stromflussrichtung m<sup>2</sup>

$L$  - Länge des stromdurchflossenen Körpers m.

Durch Variation der Stromstärke sind unterschiedliche Wärmestromdichten und damit unterschiedliche Blechtemperaturen für die Versuche einstellbar.

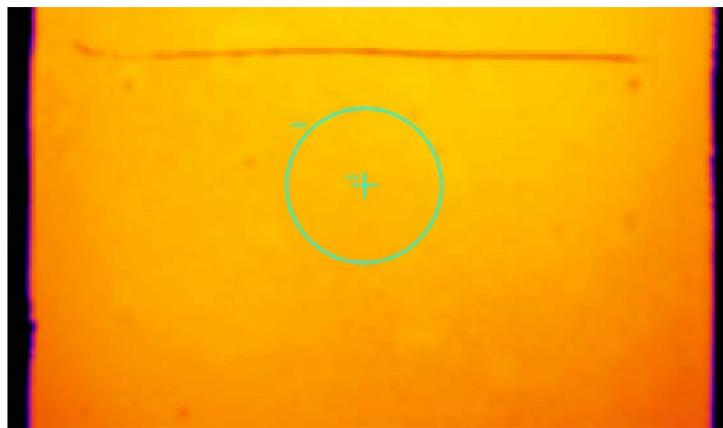


Bild II-7 Auswertung der Oberflächentemperatur. Infrarotaufnahme

Der Versuch läuft bei niedrigen Oberflächentemperaturen im Bereich der einphasigen Konvektion folgendermaßen ab: Die Kühlung wird eingeschaltet, die „feuchte“ Seite des Bleches wird vom Sprühstrahl beaufschlagt. Die Stromstärke wird eingestellt. Man wartet bis sich ein stabiler Sprühstrahl gebildet hat und die Temperatur des Bleches sich nicht mehr ändert. Nach dem Erreichen des stationären Zustands werden die notwendigen Daten abgelesen. Das Temperaturfeld der „trockenen“ Seite des Bleches wird mit der IR – Kamera aufgenommen. Für die Auswertung der Daten wird die Temperatur an einzelnen Punkte oder die mittlere Temperatur einer kleinen Fläche genommen, wie Bild II-7 veranschaulicht. Die Stromstärke wird mittels eines Zangenstrommessgeräts gemessen und der spezifische elektrische Widerstand wird in Abhängigkeit von der Temperatur ermittelt. Mit diesen Daten ist der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha(T)$  bestimmbar. Als nächstes wird durch Änderung der Stromstärke eine andere Temperatur des Bleches eingestellt. Die Daten werden wieder aufgenommen und  $\alpha$  berechnet. Dann wiederholt sich die gesamte Prozedur für eine andere Temperatur. Das Ergebnis des Versuchs ist die Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten von der Temperatur, bestimmt unter stationären Bedingungen.

Zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten werden bestimmten Annahmen getroffen. Auf Grund der geringen Dicke des Probebleches (meist 0,1÷0,3 mm) sind die Querschnittsflächen des Bleches sehr klein und die Querwärmeleitung wird vernachlässigt. Zwischen Lackschicht und Blech wird idealer thermischer Kontakt vorausgesetzt. Unter diesen Bedingungen und unter Verwendung der 1D – Lösung der stationären Wärmeleitgleichung mit Quelle lässt sich der WÜK bestimmen.

Zuerst wird die Kontakttemperatur  $T_K$  zwischen Lack und Blech mittels Gl. (II.3) bestimmt. Da der Wärmeübergangskoeffizient ein Term von der unbekanntem Randbedingung der „feuchten“ Seite ist, sind zwei Arten Randbedingungen (RB) an der „trockenen“ Seite gesetzt. Das sind die Temperatur der „trockenen“ Seite  $T_{tr}$  und die Wärmeverluste der „trockenen“ Seite  $\dot{q}_{tr}$ .

$$\lambda_L \frac{T_K - T_{tr}}{Y_L} = \alpha_{tr} (T_{tr} - T_U) \quad (II.3)$$

Dann wird unter der Verwendung der 1D-Wärmeleitgleichung mit Quelle Gl. (II.4) die Temperatur der „feuchten“ Seite bestimmt. Dafür sind wieder zwei RB Gl. (II.5) notwendig.

$$\frac{d^2 T}{dy^2} + \frac{\dot{q}_V}{\lambda_B} = 0 \quad \lambda_B = \text{konst.} \quad \dot{q}_V = \text{konst.} \quad (II.4)$$

$$\text{RB: } y = 0 \quad T = T_K; \text{ und } y = s_B \quad \lambda_B \frac{dT}{dy} = \dot{q}_{tr} = \alpha_{tr} (T_{tr} - T_U) \quad (II.5)$$

Nach einer zweimaligen Integration der Gleichung (II.4) bekommt man:

$$\frac{dT}{dy} = -\frac{\dot{q}_V}{\lambda_B} y + C_1 \quad T = -\frac{\dot{q}_V}{\lambda_B} \frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2$$

Unter Verwendung der gewählten Randbedingungen werden die Integrationskonstanten  $C_1$  und  $C_2$  bestimmt.

$$\lambda_B \frac{dT}{dy} = -\dot{q}_V y + \lambda_B C_1 \quad \Rightarrow \quad \alpha_{tr} (T_{tr} - T_U) = -\dot{q}_V y + \lambda_B C_1$$

$$C_1 = \frac{\alpha_{tr} (T_{tr} - T_U)}{\lambda_B} \quad C_2 = T_K \quad (II.6)$$

Die Lösung von Gl. (II.4) liefert die Temperatur  $T_W$  der „feuchten“ Seite:

$$T = -\frac{\dot{q}_V}{\lambda_B} \frac{y^2}{2} + \frac{\alpha_{tr} (T_{tr} - T_U)}{\lambda_B} y + T_K \quad \Rightarrow \quad T_W = -\frac{\dot{q}_V}{\lambda_B} \frac{s_B^2}{2} + \frac{\alpha_{tr} (T_{tr} - T_U)}{\lambda_B} s_B + T_K \quad (II.7)$$

Die Wärmestromdichte der „feuchten“ Seite  $\dot{q}_{sp}$  wird unter Berücksichtigung der Wärmeverluste der „trockenen“ Seite  $\dot{q}_{tr}$  bestimmt:

$$\dot{q}_{tr} = \alpha_{tr} (T_{tr} - T_U); \quad \dot{q}_{sp} = \dot{q}_V s_B - \dot{q}_{tr} \quad (II.8)$$

Die Koeffizienten  $\alpha_{tr}$  werden in einem „trockenen“ Versuch bestimmt. Die Vorgehensweise ist im Abschnitt V.1 beschrieben.

Damit lässt sich der Wärmeübergangskoeffizient der besprühten Seite wie folgt berechnen:

$$\alpha_{sp} = \frac{\dot{q}_{sp}}{T_W - T_{Fl}} \quad (II.9)$$

Bei geringer Dicke des Bleches und kleiner Biot-Zahl  $Bi = \alpha_{sp} s_B / \lambda_B$  wäre die Annahme  $T_W = T_{tr}$  gerechtfertigt. Der Aufwand  $T_W$  zu berechnen ist aber vernachlässigbar klein und dient dazu, eine weitere, wenn auch geringe, Fehlerquelle auszuschließen.

Die Auswertung der Messdaten bei der stationären Methode ist relativ einfach und stabil. Stattdessen ist es schwierig, stationäre Versuchsbedingungen im gesamten Temperaturbereich des Siedediagramms zu realisieren. Dieses folgt aus der ungleichmäßigen Temperaturverteilung des Bleches, die ihrerseits konstruktionsbedingt ist. Die Wärmetransportbedingungen an den Kontaktstellen mit den Kupferbacken (siehe Bild II-6) unterscheiden sich von denen an den frei liegenden Kanten des Bleches. Demzufolge ist es unmöglich, mit einer gleichmäßigverteilten Wärmequelle stationäre Bedingungen im zweiphasigen Bereich der Siedelinie mit extremen Unterschieden des WÜK in den benetzten und nichtbenetzten Wandbereichen zu realisieren.

Oberhalb des Leidenfrostpunktes, im einphasigen Bereich der Siedekurve, ist die Wärmestromdichte deutlich kleiner. In diesem Bereich ist die Änderung der Temperatur mit der Zeit relativ klein und unter der Annahme von quasistationären Versuchsbedingungen kann die stationäre Auswertemethode verwendet werden. Durch eine spezielle Vorgehensweise (die quasi-stationäre Messmethode) [126] können die genannten Kühlbedingungen im Bereich des stabilen Filmsiedens eingestellt werden, allerdings nur für Düsen, die im Bereich des Probebleches eine örtlich näherungsweise konstante Wasserbeaufschlagungsdichte aufweisen.

Wegen der oben genannten Einschränkungen der stationären Messmethode kommt meist die instationäre Methode zum Einsatz. Für Düsen mit starker radialer Abhängigkeit der Wasserbeaufschlagungsdichte ist eine Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten nur mit dieser Methode möglich.

Im Unterschied zu der stationären ändern sich die Temperatur  $T_W$  und die Wärmestromdichte  $\dot{q}$  bei der instationären Methode mit der Zeit. Die Temperatur  $T_{Fl}$  und die Spraycharakteristiken des Sprühstrahls werden dabei unverändert gehalten. Eine andere Besonderheit der instationären Methode ist, dass die Versuche sowohl mit als auch ohne innere Wärmequelle durchgeführt werden können. Im zweiten Fall wird das Versuchsblech bis auf die gewünschte Temperatur erhitzt und dann werden gleichzeitig die Stromversorgung unterbrochen und die Sprühkühlung eingeschaltet. Da das Blech eine geringe Wärmekapazität besitzt, erfolgt die Abkühlung sehr schnell und nur relativ wenige Messpunkte können mit der Zeit aufgenommen werden. Aus diesem Grund werden die Versuche meistens ohne Ausschalten des Stromes, also mit Wärmequelle, durchgeführt. Die Messung der Temperatur und die Aufnahme aller anderen Daten erfolgen wie bei der stationären Methode. Statt einzelner stationärer Punkte bei unterschiedlichen Temperaturen wird in einem Versuch die gesamte Temperaturkurve aufgenommen. Die Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten erfolgt unter Berücksichtigung der Wärmekapazität des Körpers, der Wärmeverluste der „trockenen“ Seite und der „feuchten“ Seite des Bleches sowie der Querwärmeleitung. Die Energiebilanz des Bleches unter der Annahme  $T_W = T_{tr} = T$  lautet:

$$\rho_B c_B \frac{\partial T}{\partial h} = \frac{\alpha_{sp}}{s_B} (T_{Fl} - T) + \frac{\alpha_{tr}}{s_B} (T_U - T) + \dot{q}_V + \lambda_B \left( \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) \quad (II.10)$$

wobei für die Zeit das Symbol „h“ gewählt und  $\lambda = \text{const.}$  vorausgesetzt wurde.

Die Querwärmeleitung  $\dot{q}_Q = \lambda_B \left( \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right)$  wird bei der analytischen Lösung von Gl. (II.10) als eine konstante Größe betrachtet.

$$\dot{q}_{VQ} = \dot{q}_V + \dot{q}_Q$$

Demzufolge wird Gleichung (II.10) wie folgt umgestellt:

$$\rho_B c_B s_B \frac{dT}{dh} = -T(\alpha_{sp} + \alpha_{tr}) + \alpha_{sp} T_{Fl} + \alpha_{tr} T_U + \dot{q}_{VQ} s_B$$

Die Konstanten werden zusammengefasst:

$$G \equiv \rho_B c_B s_B = \text{konst.} \quad B \equiv \alpha_{sp} T_{Fl} + \alpha_{tr} T_U + \dot{q}_{VQ} s_B = \text{konst.} \quad T' \equiv \frac{dT}{dh} \quad \alpha \equiv \alpha_{sp} + \alpha_{tr} = \text{konst.}$$

und so lässt sich die Gleichung (II.10) in der Form darstellen:

$$T' + T(h) \frac{\alpha}{G} = \frac{B}{G} \quad \text{oder} \quad y' + a(x)y = f(x)$$

Die Lösung obiger linearer DGL ist in [37] zu finden:

$$y(x) = e^{-A(x)} \left( \int e^{A(x)} f(x) dx + C \right) \quad \text{wobei} \quad A(x) = \int a(x) dx$$

$$\text{Man setzt: } T(h) \frac{\alpha}{G} = a(x)y \quad \text{und} \quad \frac{B}{G} = f(x)$$

$$T(h) = e^{-\frac{\alpha}{G}h} \left( \int e^{\frac{\alpha}{G}h} \frac{B}{G} dh + C \right) \quad A(h) = \int \frac{\alpha}{G} dh = \frac{\alpha}{G} h$$

$$T(h) = e^{-\frac{\alpha}{G}h} \left( \frac{B}{G} \frac{G}{\alpha} \int e^{\frac{\alpha}{G}h} d \frac{\alpha}{G} h + C \right) \Rightarrow T(h) = e^{-\frac{\alpha}{G}h} \left( \frac{B}{\alpha} e^{\frac{\alpha}{G}h} + C \right) \quad (\text{II.11})$$

Die Konstante der Integration wird durch das Einsetzen der Anfangsbedingung:

$$h = 0 \quad T(0) = T_0$$

bestimmt:

$$T(0) = e^{-\frac{\alpha}{G}0} \left( \frac{B}{\alpha} e^{\frac{\alpha}{G}0} + C \right) \Rightarrow C = T_0 - \frac{B}{\alpha} \quad (\text{II.12})$$

Durch das Einsetzen von Gl. (II.12) in Gl. (II.11) ergibt sich die analytische Lösung der Gl. (II.10):

$$T(h) = \frac{B}{\alpha} + \left( T_0 - \frac{B}{\alpha} \right) e^{-\frac{\alpha}{G}h} \quad (\text{II.13})$$

Der zu bestimmende Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_{sp}$  wird iterativ berechnet.

Unter diesen Bedingungen erfolgt die Abkühlung des Körpers durch die Änderung der inneren Energie ohne Berücksichtigung der Wärmeleitung im Körper (einheitliche Körpertemperatur).

Das Verfahren kann auch für diskrete Zeitabschnitte einer Abkühlkurve angewendet werden:

$$T_t = \frac{B}{\alpha} + \left( T_{t-1} - \frac{B}{\alpha} \right) e^{-\frac{\alpha}{G}\Delta h} \quad (\text{II.14})$$

Auf dieser Weise kann die komplette  $\alpha_{sp}(T)$ -Funktion bestimmt werden. Die Bestimmung von WÜK mittels Gl. (II.14) und  $\dot{q}_Q = 0$  wird als Vereinfachte Auswertemethode (VAM) bezeichnet.

Für den Fall, dass der Versuchskörper ein Blech mit geringer Dicke ist, ist die getroffene Annahme einheitliche Körpertemperatur über der Dicke, gerechtfertigt. Zur Berücksichtigung der Wärmeleitung über der Breite des Bleches wird der Term  $\dot{q}_Q$  für den Fall ungleicher Intervalle (siehe auch Bild IV-1) numerisch bestimmt und in Gl. (II.14) eingesetzt.

$$\dot{q}_Q = \lambda_B \left( \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) =$$

$$\lambda_B \left( \frac{1}{r_i} \left( \frac{\frac{T_{i+1,tr} - T_{i,tr}}{\Delta r_{i+1}} + \frac{T_{i,tr} - T_{i-1,tr}}{\Delta r_i}}{2} \right) + \frac{\frac{T_{i+1,tr} - T_{i,tr}}{\Delta r_{i+1}} - \frac{T_{i,tr} - T_{i-1,tr}}{\Delta r_i}}{\Delta r_{Zelle}} \right) \quad (\text{II.15})$$

Für die Bestimmung von  $\dot{q}_Q$  werden die gemessenen Oberflächentemperaturen der „trockenen“ Seite eingesetzt. Der Term  $\dot{q}_Q$  kann die Querwärmeleitung nicht vollständig berücksichtigen. Er kann den Fehler durch Vernachlässigung der Querwärmeleitung nur vermindern. Aus diesem Grund wird der Term  $\dot{q}_Q$  Korrekturterm zur Berücksichtigung der Querwärmeleitung genannt. Die Methode zur Bestimmung von WÜK mittels Gl. (II.14) und Gl. (II.15) wird als Vereinfachte Auswertemethode mit Korrekturterm für die Querwärmeleitung (VAM mit WL) gekennzeichnet.

Bei der Auswertung von Messdaten führt das Messrauschen zu Schwankungen des gesuchten

Wärmeübergangskoeffizienten. Diese Schwankungen können auch zu negativen WÜK führen. Wie weiter in der Arbeit diskutiert wird, können diese Schwankungen des gesuchten Parameters vermieden werden, indem die gemessenen Temperaturen noch vor der Auswertung geglättet werden.

Die hier beschriebenen Methoden stellen vereinfachte Auswertemöglichkeiten dar, die in der praktischen Versuchsdurchführung häufig genutzt werden [126, 4], deren Genauigkeit jedoch stark abhängig ist von den jeweiligen Versuchsbedingungen. Eine Verbesserung der Versuchsauswertung und eine Bewertung des bei der vereinfachten Auswertung zu erwartenden Fehlers, z. B. in Abhängigkeit der Geometrie und des Materials des Probebleches oder des Niveaus und der Schwankungsbreite des zu messenden Wärmeübergangskoeffizienten, kann durch die Behandlung der Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten als inverses Problem erfolgen.

### II.3 Inverse Wärmeleitprobleme

Im allgemeinen Fall können bei der Betrachtung eines modellierten und damit meist ein wenig vereinfacht dargestellten realen Vorgangs direkte und inverse Probleme als praktische Fragestellungen auftreten. Eine ausführliche Übersicht zu direkten und inversen Aufgabenstellungen ist in [9] zu finden. Der Autor nutzt zur Beschreibung eines Vorganges die sehr gelungene Vorstellung der Ursache-Wirkung-Abbildung aus. Man kann bei dem direkten Problem die Ursache-Wirkungs-Abbildung nachvollziehen. Die direkte Aufgabenstellung besteht darin, bei vollständig gegebenen Ursachen und bekannter Wirkungsweise die daraus resultierenden Wirkungen zu bestimmen. Alle Parameter im Bedingungsgefüge und alle Ursachen müssen bekannt sein. Dadurch ist das direkte Problem im Rahmen eines festen Kausalzusammenhangs eindeutig bestimmt. Wenn es möglich ist, den Kausalzusammenhang vollständig zu beschreiben, so ergibt sich zu einer eindeutigen Ursache auch eine eindeutige Wirkung. Die Wirkungen sind in der Regel stabil, d.h. kleine Änderungen in den Parametern der Ursachen oder des Bedingungsgefüges ziehen auch nur kleine Veränderungen in den Wirkungen nach sich.

Es handelt sich dann um ein inverses Problem, wenn die Problemstellung, nämlich die Ursache-Wirkungs-Abbildung, in irgendeiner Weise umgekehrt wird. Allen inversen Problemen gemeinsam ist die Suche nach geeigneten Parametern, Wirkungsweisen, Ursachen, die zu der beobachteten Abbildung führen können. Die restlichen Ursachen und die restlichen Teile des Bedingungsgefüges werden dabei als bekannt angenommen. Diese Parametersuche setzt voraus, dass man über einige Informationen bezüglich der erzielten Abbildung verfügt.

Ein typisches Beispiel ist die Interpretation indirekter Messungen. Da die gesuchten Parameter selbst nicht direkt beobachtbar bzw. messbar sind, werden die speziellen Wirkungen derselben beobachtet und mit den zu quantifizierenden Parametern abgeglichen. Das für den Datenabgleich benutzte mathematische Modell des inversen Problems kann aber sehr wohl zu mehrdeutigen Lösungen führen. Im Rahmen des Modells ergeben sich dann verschiedene Ursachen, die gleiche Wirkung haben, aber nur eine der Ursachen entspricht der Realität. Dies ist ein erstes unangenehmes Phänomen bei der praktischen Lösung inverser Aufgaben. Ein zweites, mindestens genauso unangenehmes Phänomen der inversen Aufgaben ist die Instabilität. Sie resultiert aus dem Fakt, dass das direkte Schema „Ursache-Wirkungs-Abbildung“ in der Regel glättend wirkt, d.h., sehr unterschiedliche Werte eines Parameters lösen vielfach nahezu die gleiche Wirkung aus. Solche benachbarten Wirkungen sind dann kaum unterscheidbar. Bei der inversen Aufgabe können kleine Störungen in den Beobachtungsdaten dann beim Parameterabgleich große Störungen in den identifizierten Parametern nach sich ziehen. Diese unangenehmen Phänomene sind unter dem Sammelbegriff Inkorrektheit als charakteristische Eigenschaft inverser Probleme erfasst.

Wie bereits erwähnt, kann man unterschiedliche inverse Aufgaben formulieren. Leider existiert in der Literatur keine einheitliche Klassifizierung der inversen Probleme. Die gleichen Phänomene sind bei den einzelnen Autoren unter unterschiedlichen Sammelbegriffen zu finden. Sehr oft sind die inversen Aufgaben auch nicht eindeutig unterschiedlichen Gruppen zugeordnet. Man kann die inversen Probleme nach unterschiedlichen Kriterien ordnen. In [45] z. B. sind die inversen Wärmetransportprobleme (Inverse Heat Transfer Problems - IHTP) nach der Natur/Art des Wärmetransportprozesses klassifiziert:

- Inverse Wärmeleitprobleme (IHTP of conduction oder “Inverse Heat Conduction Problems” IHCP)
- Inverse Konvektionsprobleme (IHTP of convection - forced or natural)

- Inverse Strahlungsprobleme (IHTP of surface radiation)
- Inverse Probleme bei gleichzeitiger Wärmeleitung und Strahlung (IHTP of simultaneous conduction and radiation)
- Inverse Probleme bei gleichzeitigen Wärmeleitung und Konvektion (IHTP of simultaneous conduction and convection)
- Inverse Phasenübergangsprobleme (IHTP of phase change - melting or solidifikation)

Der Autor nimmt auch eine Klassifikation vor, die nach den Typen der zu suchenden „Ursachen“ geordnet ist. Das ist eine sehr kompakte und eindeutige Klassifizierung, die in ähnlicher Form auch in [11] und [15] zu finden ist:

- Inverse Randwertprobleme (Inverse Boundary Problems -IBP)
- Inverse Anfangswertprobleme (Inverse Initial Problems IIP)
- Parameterbestimmung (Parameter Estimation-PE)
- Inverse Geometrie-Probleme (Inverse Geometry Problems - IGP)
- Andere inverse Probleme

Das inverse Randwertproblem der Wärmeleitung ist in der Literatur auch unter den Begriff „non-characteristic Cauchy problem“ [90] für parabolische Differentialgleichungen zu finden. Zu den inversen Randwertproblemen gehören Aufgaben zur Bestimmung von unbekanntem Randbedingungen. Dies kann z.B. mit der Bestimmung der Wärmestromdichte (Randbedingung 2. Art) oder der Temperatur (Randbedingung 1. Art) an der Oberfläche eines Körpers aus Temperaturmessung an einer oder mehreren Stellen innerhalb des Körpers illustriert werden. Wenn die Umgebungstemperatur als bekannt vorausgesetzt wird, ist auch die Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten möglich.

Die inversen Anfangswertprobleme werden in der Literatur häufig auch als inverse Randwertprobleme oder als Aufgaben der Parameterbestimmung betrachtet [6, 39]. Es handelt sich hier um Aufgaben zur Bestimmung der Anfangsbedingungen, wenn die Temperaturverteilung im Körper zu einem oder mehreren Zeitpunkten bekannt ist. Da die Anfangsbedingungen Einfluss nur auf die Temperaturverteilung der ersten Zeitschritte haben, sind solche Aufgaben von relativ kleinerer Bedeutung für die Praxis. Der Bereich dieser Gruppe inverser Aufgaben ist in manchen Literaturstellen erweitert. In [15] wird die Rekonstruktion der Temperaturverteilung nicht nur am Anfang des Prozesses sondern auch zu anderen Zeitpunkten der Vorgeschichte unter dem Sammelbegriff „Retrospektive Wärmeleitprobleme“ (retrospective heat conduction problems) betrachtet.

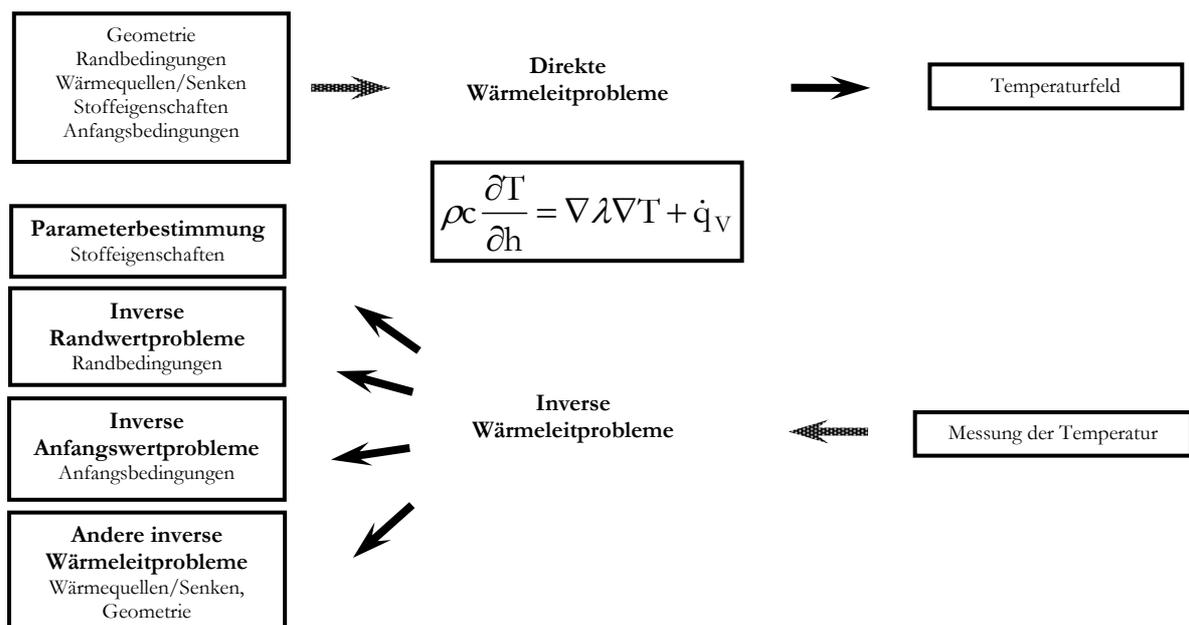


Bild II-8: Schematische Darstellung der inversen Wärmeleitprobleme

Die nächste Gruppe, nämlich die Probleme der Parameterbestimmung, fasst die Ermittlung von Materialeigenschaften eines Körpers zusammen. Die Differentialgleichung, die das physikalische Phänomen darstellt und die Rand- und Anfangsbedingungen müssen bekannt sein. Messungen der Temperatur im Körper müssen auch verfügbar sein, um einen oder mehrere Parameter berechnen zu können. Typische Parameter, die bestimmt werden können, sind Wärmeleitfähigkeit, spezifische Wärmekapazität, Dichte u. a.. James Beck und Kenneth Arnold [39] haben der Problematik der Parameterbestimmung ein ganzes Buch gewidmet. Im Buch ist z. B. ein Problem von großer Bedeutung bei der Parameter Identifikation zu finden, nämlich die Erstellung mathematischer Modelle, die den physikalischen Vorgang abbilden, falls die Differentialgleichung unbekannt ist.

Wenn die Geometrie der betrachteten Körper nicht vollständig bekannt ist oder sie sich während eines Prozesses ändert, entstehen inverse Geometrie-Probleme. Ein typisches Beispiel wäre das Stefan-Problem (Moving Boundary Problem), das die Verschiebung der Phasengrenze beim Gefrieren von Wasser betrachtet. Aus dem direkten Stefan-Problem können unterschiedliche inverse Probleme entstehen. Eine mögliche Formulierung ist, aus einem bekannten Temperaturfeld die Ortskoordinate der Phasenumwandlung und die Temperatur an diesem Ort zu bestimmen.

In die Gruppe „Andere inverse Probleme“ sind Aufgaben einzuordnen, die z. B. mit der Bestimmung der Koordinaten oder der Leistung von Wärmequellen oder Senken verbunden sind.

Im Bild II-8 sind inverse Probleme, die bei der Betrachtung eines Wärmeleitproblems auftreten können, noch einmal kurz zusammengefasst.

### **II.3.1 Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten aus der Sicht der inversen Problematik**

Ausgehend von der allgemeinen Betrachtung der inversen Problematik handelt es sich bei der Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten um ein inverses Randwertproblem.

Zuerst ist der physikalische Vorgang der Abkühlung des Versuchsbleches zu beschreiben. Die Testsektion besteht aus zwei Schichten, einem Metallblech und einer Lackschicht mit idealem Kontakt untereinander. Wie aus Bild II-9 ersichtlich, bewirkt der Sprühstrahl, im idealisierten Fall bei einer Voll- oder Hohlkegeldüse, ein rotationssymmetrisches Temperaturfeld im Blech. Dadurch ist die Verwendung von Zylinderkoordinaten sinnvoll. Die „trockene“ Seite wird durch freie Konvektion und Strahlung gekühlt. Zur Beschreibung der Randbedingung an dieser Seite wird die Randbedingung 3. Art genutzt. Es wird angenommen, dass der dazu notwendige Gesamtwärmeübergangskoeffizient  $\alpha_{tr}$  eine Funktion der Temperatur ist. Wie im Abschnitt IV.2 diskutiert, kann zur Verminderung der Anzahl der dimensionslosen Einflussgrößen der Rand  $r = R$  als adiabat vorausgesetzt werden. Die „feuchte“ Seite des Bleches,  $y=y_{max}$ , wird durch den Sprühstrahl gekühlt, wobei auch eine Randbedingung 3. Art unter Verwendung eines Gesamtwärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{sp}$  gesetzt wird. Die Bestimmung von  $\alpha_{sp}$  ist das Ziel der inversen Aufgabe. Die Stoffeigenschaften des Bleches und der Beschichtung sind als unabhängig von der Temperatur und als bekannt angenommen. Da das Blech elektrisch beheizt wird, ist eine gleichmäßig verteilte Wärmequelle im Modell zu berücksichtigen. Zur Beschichtung des Bleches kommen sämtliche hitzebeständigen Lacktypen in Frage, die elektrische Nichtleiter sind. Demzufolge wird angenommen, dass die Lackschicht keine Wärme produziert. Sie wird ohne innere Wärmequelle modelliert. Zum Verbinden der beiden Schichten wird die so genannte Koppelbedingung eingesetzt. Um die Anfangsbedingungen zu definieren wird angenommen, dass am Beginn eines Versuches der Versuchskörper eine einheitliche Temperatur besitzt.

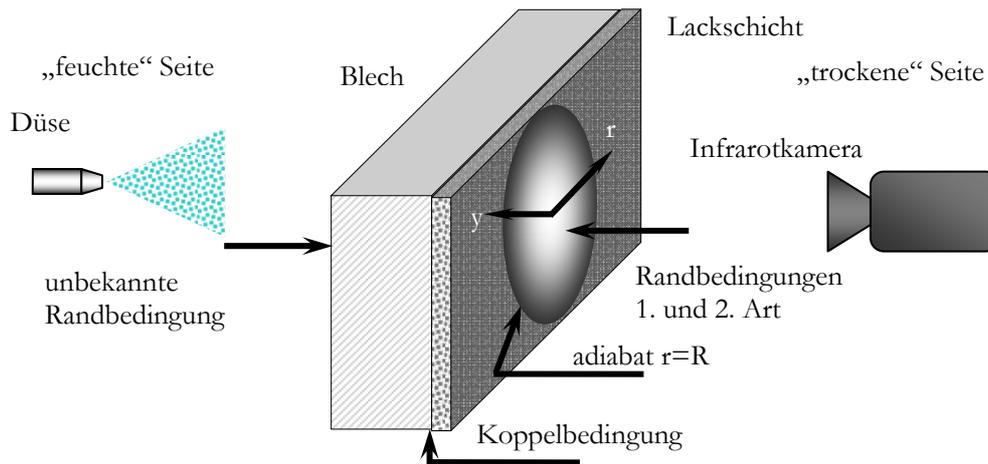


Bild II-9: Modellvorstellung

Nach der Analyse des physikalischen Vorgangs wird ein mathematisches Modell z. B. in Form der parabolischen Wärmeleitgleichung (siehe auch Kap. IV) benötigt. Die Auswahl des mathematischen Modells steht im Zusammenhang mit dem Gesamtkonzept zur Lösung des gestellten inversen Problems. Aus diesem Grund wird zunächst ein kurzer Überblick über die Methoden zur Behandlung von IHCP gegeben.

### II.3.2 Inverse Lösungsverfahren

In der Literatur wird eine Reihe von mathematischen Methoden zur Lösung von inversen Aufgaben beschrieben. In den meisten Fällen lassen sich unterschiedliche mathematische Methoden auf diverse inverse Aufgabenstellungen anwenden. Dies folgt aus der Tatsache, dass die Lösung einer inversen Aufgabe sehr oft die Lösung eines Optimierungsproblems enthält. Die Optimierungsprobleme sind ein sehr umfangreiches Gebiet. In dieser Arbeit sollen inverse mathematische Methoden auf ein bestimmtes Problem angewandt werden. Aus diesem Grund wird nach inversen Methoden recherchiert, die speziell zur Lösung von inversen Wärmeleitaufgaben angewandt wurden. In den meisten Fällen sind die entwickelten Methoden an numerisch generierten Testfällen erprobt, ohne nach physikalischen Gründen für die Inkorrektheit des inversen Problems zu suchen. Niliot z. B. versucht in [76] mittels eines einfachen Beispiels die Schwierigkeiten der inversen Problematik physikalisch nachzuvollziehen. Seine Schlussfolgerung ist, dass der Messfehler eine Ursache für die Probleme der indirekten Messungen ist. Allgemein ist aber der Unterschied zwischen dem Messrauschen und Instabilität der inversen Lösung zu betonen.

Nach Hadamard [128] ist ein mathematisches Problem, das eine der folgenden Bedingungen nicht erfüllt, schlecht gestellt:

- Das Problem hat eine Lösung.
- Diese Lösung ist eindeutig bestimmt. (Eindeutigkeit)
- Diese Lösung hängt stetig von den Eingangsdaten ab. (Stabilität)

Das bedeutet, dass bei Verletzung der dritten Bedingung ein instabiles inverses Problem, auch ohne die Wirkung des Messrauschens, entstehen kann. In diesem Kontext ist das im Bild II-9 dargestellte Modell zu betrachten. Bei einer instationären 1D-Abkühlung kommt das Nutzsinal, nämlich die Änderung der Temperatur der „feuchten“ Seite, zu einem späteren Zeitpunkt an der „trockenen“ Seite des Bleches an. Da die Größe der Wärmestromdichte der „feuchten“ Seite unbekannt ist, kann die Durchdringzeit des Nutzsignals nicht bestimmt werden. Das bedeutet, dass unter bestimmten Bedingungen<sup>A</sup> die zu einem bestimmten Zeitpunkt an der „trockenen“ Seite gemessene Temperatur nicht eindeutig zu einer Temperatur der „feuchten“ Seite zugeordnet werden kann. Die Stabilitätsbedingung ist dann verletzt.

<sup>A</sup> Z. B. große Blechdicke

Das Messrauschen verstärkt die Instabilität der inversen Lösung, darf aber keineswegs als die einzige Ursache für die Inkorrektheit der inversen Probleme betrachtet werden. Bei der Auswertung von numerisch simulierten Messdaten, ohne Messrauschen, können auch Instabilitäten entstehen. Durch die Anwendung von Regularisierungsmethoden können die Instabilitäten/Fluktuationen der Lösung stabilisiert werden. In der praktischen Auswertung ist es wichtig, das Messsignal zu glätten ohne das Nutzsignal zu beeinträchtigen. Es ist sehr oft schwierig, bei der Glättung von Messdaten, zwischen Nutzsignal und Messrauschen zu unterscheiden.

Um die Genauigkeit einer inversen Methode abzuschätzen, werden Untersuchungen der Empfindlichkeit des Verfahrens gegenüber plötzlichen Änderungen in dem zu bestimmenden Parameter und gleichzeitig der Unabhängigkeit gegenüber Messrauschen durchgeführt. In [87] ist eine Abhängigkeit der Sensitivität vom deterministischen Schätzfehler für unterschiedliche inverse Lösungsverfahren gegeben. Ein Vergleich zwischen sechs inversen Lösungsmethoden ist in [90] dargestellt. Die Genauigkeit der einzelnen Methoden ist bei dem letzten Autor nur visuell zu schätzen. In der Regel ist es zweckmäßig, das Messrauschen und das eigentliche inverse Problem getrennt zu behandeln. Die Messdaten müssen hierzu vor dem Einsatz der inversen Methode vorgefiltert (Prefiltering) werden, um das Rauschsignal vom Nutzsignal zu trennen. In Frage kommen Filter-Algorithmen, die in der Signaltechnik benutzt werden, wie z. B. digitale Filter. Es ist prinzipiell auch möglich, wenn die Statistik des Messrauschens bekannt ist, einen Filter zu modellieren, der nur die Niederfrequenzsignale durchlässt. Eine Glättung der Ergebnisse kann auch nach dem inversen Algorithmus eingesetzt werden, um die von der Inkorrektheit des IHCP verursachten Fluktuationen zu stabilisieren.

In der Literatur ist eine Vielzahl von inversen Lösungsverfahren beschrieben, die zum Teil voneinander abgeleitet oder weiterentwickelt worden sind. Deswegen gibt es mehrere Möglichkeiten, die inversen Lösungsmethoden zu klassifizieren. Im Folgenden wird die Aufteilung genutzt, die in [11, 6] vorgenommen wurde.

### II.3.2.1 Analytische Lösungen des inversen Wärmeleitproblems

Exakte Lösungen [1,6] des inversen Wärmeleitproblems sind selten möglich, wenn doch, so nur für sehr vereinfachte Probleme. Eine entsprechende Lösung ist die im Abschnitt II.2 präsentierte Methodik zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten. Sie gilt nur für den Fall  $B_i \rightarrow 0$  und ist in der Praxis das meist verwendete Auswerteverfahren bei der Bestimmung von WÜK. Eine Reihe weiterer analytischer Lösungen sind in [15] zu finden. Der Autor präsentiert analytische 1D-Lösungen für unterschiedliche Fälle:

- Für einen halbumendlichen Körper wird unter Verwendung des Superpositionsprinzips und des Duhamel-Integrals das inverse Randwertproblem gelöst. Die Stoffeigenschaften sind als unabhängig von der Temperatur vorausgesetzt.
- Das zweite inverse Randwertproblem betrachtet einen halbumendlichen Körper mit bewegtem Rand.
- Für eine beidseitig gekühlte Platte mit einem bewegtem Rand.

Analytische Lösungen für vereinfachte Anwendungsfälle bietet Kudryavtsev [48]. Eine analytische Methode zur Lösung des 1D - IHCP mittels Laplace-Transformation ist in [46] zu finden. Die Lösung gilt für Platte und halbumendliche Körper sowie Randbedingungen zweiter und dritter Art. Analytische 1D-Lösungen für Platte, Zylinder und Kugel sind in [50] präsentiert. Monde [52] hat eine analytische Methode zur Lösung des 1D-IHCP entwickelt. Zur Anwendung der Methode sind zwei Messungen der Temperatur im Inneren des Körpers für endliche Körper und eine Messung für halbumendliche Körper notwendig. Zur Lösung des Problems wird die Laplace-Transformation eingesetzt. Der Autor hat die inverse Methode weiter zu einem 2D-IHCP [51] entwickelt. Eine analytische inverse 1D-Lösung für temperaturabhängigen WÜK ist in [53] zu finden. Analytische Betrachtungen des 1D-IHCP sind auch in [50] und [6] zu finden.

### II.3.2.2 Function Specification Method

Bei der von Beck [6, 39] vorgeschlagenen Lösungsmethode wird eine Funktion angenommen, die die Änderung der unbekanntesten Wärmestromdichte bzw. des WÜK mit der Zeit beschreibt. Aus diesem Grund wird die Methode „function specification method“ (FSM) genannt. Es handelt sich um ein nichtlineares Problem, wenn die Wärmestromdichte/der WÜK eine Funktion der Temperatur ist. Die Funktion kann eine Reihenfolge von konstanten Abschnitten (Segmente), linearen Abschnitten oder eine exponentielle, parabolische oder andere Funktion sein. Der einfachste Fall ist die lineare Änderung der Wärmestromdichte mit der Zeit. Zur Lösung des Problems sind z. B. zwei Messungen zu unterschiedlichen Zeiten notwendig, um die Koeffizienten der linearen Funktion zu bestimmen. Eine geeignetere Lösungsprozedur zur Bestimmung dieser Koeffizienten bei Vorliegen einer größeren Zahl von Messpunkten ist die Minimierung der Summe der kleinsten Fehlerquadrate (SkF) zwischen gemessenen  $Y_t$  und berechneten Temperaturen  $T_t$ .

$$S = \sum_{t=1}^{t_{\max}} (Y_t - T_t)^2 \rightarrow \min. \quad (\text{II.16})$$

Zwei Varianten der „function specification method“ sind beschrieben:

- Bei der „whole domain estimation“ wird die Änderung der gesuchten Parameter durch eine einzige Funktion für das gesamte Zeitintervall bestimmt, z. B. kann die Änderung des WÜK mit einem Polynom beschrieben werden und mittels Minimierung der Summe der kleinsten Fehlerquadrate sind die Koeffizienten des Polynoms zu bestimmen. Falls aber plötzliche Änderungen im gesuchten Parameter ( $\dot{q}$  oder  $\alpha$ ) auftreten, ist es schwierig, eine passende Funktion zu finden. Der Index „ $t_{\max}$ “ in Gl. (II.16) stellt die Anzahl aller Zeitschritte dar.
- Bei der „sequential estimation“ wird das gesamte Zeitintervall in Segmente aufgeteilt. Im Unterschied zu der „whole domain estimation“ wird die Summe der kleinsten Fehlerquadrate Segment für Segment minimiert. Die Funktion, die den unbekanntesten Parameter beschreibt, kann vom Segment zu Segment geändert werden. Der Parameter kann auch als konstant für jedes Segment angenommen werden. Obwohl der gesuchte Parameter für jeden Zeitschritt von „ $t$ “ bis „ $t+p$ “ im Segment bestimmt wird, wird nur den Wert vom ersten Zeitschritt ( $v=1$ ) im Segment endgültig festgelegt. Die Segmente überlappen sich. Das nächste Segment nutzt die Zeitschritte von „ $t+1$ “ bis „ $t+1+p$ “, um den Wert des Parameters für den Zeitschritt „ $t+1$ “ zu bestimmen usw. Zur Bestimmung des Parameters zum Zeitpunkt „ $t$ “ wird damit jeweils die Information von „ $p$ “ zukünftigen Zeitschritten berücksichtigt.

Die „sequential method“ ist besser geeignet für die Betrachtung von IHCP. Um die Anzahl der Iterationen zu reduzieren, werden Sensitivitätskoeffizienten (siehe Abschnitt III.2) verwendet.

Kurpisz hat in [11] die FSM für einen mehrdimensionalen Fall formuliert. Der Autor betont, dass die Methode hervorragend für den 1D-Fall funktioniert, aber für mehrdimensionale Fälle weniger geeignet ist. Die „sequential method“ ist trotzdem von Raudensky erfolgreich eingesetzt worden zur Bestimmung von WÜK für ein 2D-Wärmeleitproblem und mehrere Messsensoren im Inneren des Körpers [10]. Eine Lösung des 2D-IHCP mittels „sequential method“ ist in [54] zu finden. Zur Beschreibung der unbekanntesten Randbedingung werden Polynome verwendet. Eine Anwendung der „whole domain estimation“ für Composite-Materialien ist in [97] beschrieben. Eine mehrdimensionale Lösung der IHCP unter Verwendung der FSM ist in [56] beschrieben. Kim und Daniel [96] verwenden die „sequential“ 1D-FSM zur Behandlung des inversen Problems auf Nanoebene. Das besondere in der Arbeit ist die Lösung des direkten Problems. Die Autoren nutzen zum Modellieren der Wärmeleitung von dielektrischen Schichten im nanom- bis  $\mu\text{m}$ -Bereich nicht die klassische Fouriersche Differentialgleichung sondern die Lösung der Boltzmann'schen Transportgleichung für Phononen-bedingte Wärmeleitung.

Die Verwendung von zukünftigen Zeitschritten beeinflusst die Genauigkeit und die Stabilität der Bestimmung. Die vom Messrauschen und von der „ill-posed“ Natur der inversen Probleme verursachten Instabilitäten werden reduziert, die Ergebnisse werden glatter. Die Lösung des inversen Problems wird stabiler mit zunehmender Anzahl zukünftiger Zeitschritte. Es tritt aber auch ein negatives Phänomen auf, nämlich plötzliche Änderungen im zu bestimmenden Parameter werden geglättet, insbesondere wenn für

die Segmente der gesuchte Parameter als konstant vorausgesetzt wurde. Die Problematik wird in [55] betrachtet. Die Autoren verwenden eine modifizierte „sequential“-FSM um den beschriebenen Genauigkeitsverlust zu verringern. Das Verfahren wird zur Bestimmung von Wärmequellen eingesetzt. Die Verwendung von inversen Methoden in Bezug auf die Auswertung von IR - Temperaturmessungen ist in [64] beschrieben. Die Autoren verwenden die „sequential“-FSM. Eine andere Anwendungsmöglichkeit der „sequential“-FSM, nämlich die Bestimmung der Fluidtemperatur mittels transientser Temperaturmessungen, ist in [73] beschrieben. Weitere Anwendungsfälle der FSM sind in [79, 83] zu finden.

Die „sequential method“ zur Lösung des IHCP ist ausführlich im Kap. [III] beschrieben.

### II.3.2.3 Regularisierungsverfahren

Die Regularisierungsmethode (RM) ist ein effizientes Verfahren zum Lösen von inversen Problemen. Im Unterschied zu FSM, wird die Summe der kleinsten Fehlerquadrate modifiziert durch die Addition eines Terms. Der Term dient dazu, die vom Messrauschen und von der Inkorrektheit des Problems verursachten Fluktuationen zu reduzieren. Die theoretischen Grundlagen des Regularisierungsverfahrens wurden von Tikhonov [88, 89] behandelt.

#### ➤ Tikhonov Regularisierung

Die modifizierte Summe der kleinsten Fehlerquadrate für einen eindimensionalen Fall und eine Messstelle ist wie folgt beschrieben:

$$S = \sum_{t=1}^p (Y_t - T_t)^2 + \gamma \left[ W_0 \sum_{t=1}^p \dot{q}_t^2 + W_1 \sum_{t=1}^{p-1} (\dot{q}_{t+1} - \dot{q}_t)^2 + W_2 \sum_{t=1}^{p-2} (\dot{q}_t - 2\dot{q}_{t+1} + \dot{q}_{t+2})^2 \right] \quad (\text{II.17})$$

Wenn  $p = t_{\max}$ , handelt es sich um die „whole domain estimation“. Der Parameter  $\gamma$  wird von Tikhonov „Regularisierungsparameter“ genannt. Die Koeffizienten  $W_x$  stellen die Ordnung der Regularisierung dar.

Regularisierung nullter Ordnung:  $W_0 = 1, W_1=W_2=0$ .

$$S = \sum_{t=1}^p (Y_t - T_t)^2 + \gamma \sum_{t=1}^p \dot{q}_t^2 \quad (\text{II.18})$$

Der Regularisierungs- oder Stabilisierungsterm  $\gamma \sum_{t=1}^p \dot{q}_t^2$  entspricht dem Integral:

$$\gamma_0 \int_0^p \dot{q}^2(h, r) dh$$

Wenn  $\gamma$  gegen 0 strebt, können Instabilitäten entstehen. Für den entgegengesetzten Fall  $\gamma \rightarrow \infty$  werden die Fluktuationen in  $\dot{q}_t$  reduziert aber  $\dot{q}_t$  tendiert gegen 0. Bei einer angemessenen Auswahl von  $\gamma$  werden die Instabilitäten minimiert, da der Effekt des  $\gamma$ -Terms die Senkung den maximalen Werten in den berechneten  $\dot{q}_t$ -Werten bewirkt.

Regularisierung erster Ordnung:  $W_0 = 0$  (oder 1),  $W_1=1, W_2=0$ .

$$S = \sum_{t=1}^p (Y_t - T_t)^2 + \gamma \sum_{t=1}^{p-1} (\dot{q}_{t+1} - \dot{q}_t)^2 \quad (\text{II.19})$$

Der Regularisierungs- oder Stabilisierungsterm  $\gamma \sum_{t=1}^{p-1} (\dot{q}_{t+1} - \dot{q}_t)^2$  entspricht dem Integral:

$$\gamma' \int_0^p \left[ \frac{\partial}{\partial h} \dot{q}(h, r) \right]^2 dh, \text{ wobei } \gamma' = \gamma \Delta h.$$

Wieder können bei der Wahl  $\gamma \rightarrow 0$  Instabilitäten entstehen. Für den entgegengesetzten Fall  $\gamma \rightarrow \infty$  folgt  $\dot{q}_t = \text{konst.}$  Bei mittleren  $\gamma$ -Werten, wird der maximale Wert von  $\dot{q}_t$  nicht beeinflusst. Der  $\gamma$ -Term reduziert die Differenzen zwischen den  $\dot{q}_t$ -Werten.

Regularisierung zweiter Ordnung:  $W_0 = 0$  (oder 1),  $W_1 = 0$  (oder 1),  $W_2 = 1$ .

$$S = \sum_{t=1}^p (Y_t - T_t)^2 + \gamma \sum_{t=1}^{p-2} (\dot{q}_t - 2\dot{q}_{t+1} + \dot{q}_{t+2})^2 \quad (\text{II.20})$$

Der Regularisierungs- oder Stabilisierungsterm  $\gamma \sum_{t=1}^{p-2} (\dot{q}_t - 2\dot{q}_{t+1} + \dot{q}_{t+2})^2$  entspricht dem Integral:

$$\gamma'' \int_0^p \left[ \frac{\partial^2}{\partial h^2} \dot{q}(h, r) \right]^2 dh$$

Mit der Steigerung des  $\gamma$ - Parameters neigt  $\dot{q}_t$  immer mehr zu einer linearen Abhängigkeit.

$\dot{q}_t = \dot{q}_0 + t\dot{q}'\Delta h$ ;  $t = 1, 2, \dots, p$ , wobei  $\dot{q}_0$  (Achsenabschnitt) und  $\dot{q}'$  (Steigung) beliebig sein können.

Die oben dargestellten Terme bewirken eine Regularisierung nur über der Zeit. Allgemein ist für mehrdimensionale Fälle, wenn die unbekannte Wärmestromdichte eine Funktion der Zeit und des Ortes ist, eine Regularisierung über dem Ort mitzubersichtigen. Beispielsweise lautet die integrale Form für die Regularisierung nullter Ordnung:

Regularisierung über der Fläche A:

$$\int_A \dot{q}^2(h, r) dA \quad r \in A$$

gemischte Regularisierung:

$$\iint_A \left[ \frac{\partial^2}{\partial h \partial r} \dot{q}(h, r) \right]^2 dA dh, \quad r \in A$$

Die Bestimmung des Regularisierungsparameters  $\gamma$  ist eines der wichtigsten Probleme der Tikhonov - Methode. Ein zu großes  $\gamma$  könnte das Nutzsignal beeinflussen. Falls  $\gamma$  zu klein ist, wird die Lösung zu stark vom Messrauschen beeinträchtigt. Dies bedeutet, dass der Parameter unter Berücksichtigung des Messfehlers bestimmt werden muss. Es sind eine Vielzahl von Methoden zur Bestimmung des Tikhonov - Faktors  $\gamma$  zu finden z. B. in [11]. Die Bestimmung von  $\gamma$  kann aufwendiger als das inverse Problem selbst sein. In der Fachliteratur sind drei Gruppen von Bestimmungsmethoden zu finden: „a priori“ Strategien, „a posteriori“ Strategien und heuristische Methoden.

Die Anwendung der Tikhonov-Regularisierung zur Lösung von IHCP ist in [6, 11, 90, 98] beschrieben. Die Genauigkeit des Algorithmus ist mit anderen inversen Methoden in [87, 90] verglichen. In [57] ist die gemischte Regularisierung zur Reduzierung des Messrauschens eingesetzt. Die Messdaten werden mit der Hilfe der IR - Thermographie gewonnen.

#### ➤ Iterative Prozedur

Ein weiteres Regularisierungsverfahren ist die iterative Prozedur. Die Methode wurde von Alifanov [15] entwickelt. Die Minimierung der Summe der kleinsten Fehlerquadrate wird in dem Sinne betrachtet, dass die optimale Lösung nicht unbedingt die beste Lösung ist. Für „well-posed“ Probleme wird die Anzahl der Iterationen so bestimmt, dass die Änderung in zwei nacheinander folgenden Iterationsschritten ausreichend klein ist. Für „ill-posed“ Probleme wird die Anzahl der Iterationen unter Berücksichtigung des Messfehlers bestimmt. Das Gleichungssystem, das bei der Minimierung der Summe der kleinsten Fehlerquadrate entsteht, wird mit Hilfe des Gradientenverfahrens oder mit dem verbesserten Verfahren der konjugierten Gradienten gelöst (Conjugate gradient method). Der Lösungsalgorithmus kann sowohl

auf lineare als auch auf nichtlineare Probleme angewendet werden. Diese mathematische Methode wird sehr oft zur Lösung von inversen Problemen verwendet: C. Huang [99; 100, 101], Khachfe und Jarny [102, 74], Loulou [103], Groß et. al.[104], Su [105].

### II.3.2.4 Kombinierte Techniken

Die FSM und RM liefern ausreichend gute Ergebnisse für ein- und mehrdimensionale Probleme. Die FSM ist aber etwas weniger geeignet für multidimensionale Probleme. Die Nutzung von zukünftigen Zeitschritten ist physikalisch begründet und ist aus diesem Grund vorteilhaft. Andererseits benutzt das Regularisierungsverfahren mehr Parameter und bietet mehr Möglichkeiten das Messrauschen zu behandeln. Die RM sind aufwendiger und entsprechend schwieriger programmtechnisch zu realisieren. Deshalb sind kombinierte inverse Techniken entwickelt worden um die Vorteile der beiden Methoden zu verbinden. Beispiel für Kombinierte FSM und RM Techniken sind die „trial function method“ (TFM) und das von Beck und Murio entwickelte Verfahren. Die TFM ist zur Lösung von inversen Wärmeleitaufgaben zuerst von Beck [6] verwendet worden. Die Vorgehensweise ist ähnlich der im Abschnitt II.3.2.3 beschriebenen Methodik. Eine andere Methode ist ausführlich in [11] beschrieben. In den meisten Fällen wird die FSM unter der Annahme verwendet, dass die Wärmestromdichte konstant innerhalb der  $p$  zukünftigen Zeitschritte ist. In diesem Fall kann die FSM nur in Verbindung mit einer Regularisierung nullter Ordnung gebracht werden. Höhere Regularisierungsordnungen sind nur mit linearen, parabolischen oder anderen nicht konstanten Funktionen  $\dot{q}(t)$  möglich.

### II.3.2.5 Numerische Methoden

Die beschriebenen Methoden sind meistens nur für 1D-Fälle geeignet. Bei allen genannten inversen Algorithmen werden die Differenzenschemas auf die eine oder andere Art umgekehrt. Unter der Annahme, dass die Anfangs- und die Randbedingungen an einer der Seiten bekannt sind, ist die Randbedingung an der anderen Seite zu bestimmen. In der Literatur wird das 1D-Gebiet in eine direkte und eine inverse Region (siehe Bild II-10) geteilt.

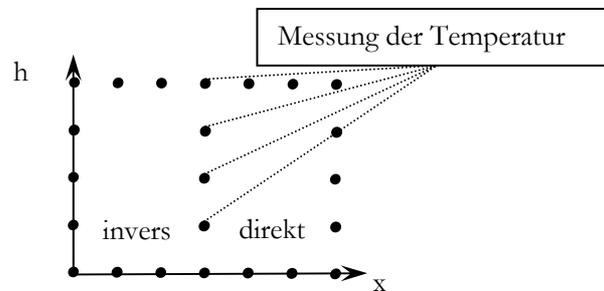


Bild II-10 Direkte und inverse Region

Um die Diskussion zu vereinfachen, wird im Weiteren nur die inverse Region betrachtet.

➤ Einfache Inversion des Differenzenschemas

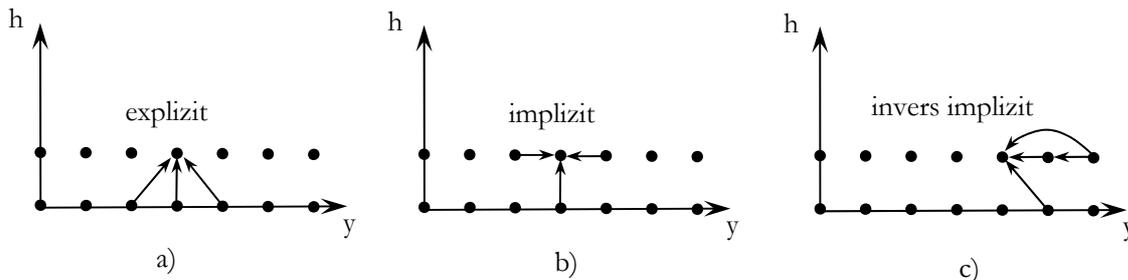


Bild II-11 Finite-Differenzenschemas: a) direkt explizit, b) direkt implizit, c) invers implizit

Variationen des Algorithmus sind von D'Souza [108, 109] und Alifaniv [110] präsentiert worden, sind aber ausführlich auch in [6, 11, 7] beschrieben. Die Autoren nutzen ein implizites Schema zur Behandlung von inversen Randwertproblemen. Um die Grundidee dieser einfachen Inversion des Differenzenschemas (EID) zu erklären, wird die Finite-Differenzen-Diskretisierung für das direkte Problem dem inversen Schema gegenüber gestellt.

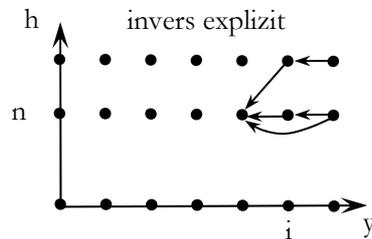


Bild II-12 Explizites inverse Finite-Differenzen-Schema

Zur Bestimmung des Temperaturfeldes sind bei den direkten Schemas die beiden Randbedingungen an  $y=0$  und  $y=y_{\max}$  sowie die Anfangsbedingung notwendig (Bild II-11 a und b). Zur Bestimmung der unbekannten Randbedingung bei  $y=0$  sind bei dem inversen Schema (Bild II-11 c) auch zwei Randbedingungen notwendig, aber an einem Rand  $y=y_{\max}$  z. B. die Temperatur (Dirichlet-RB), die Wärmestromdichte (Neumann-RB) und die Anfangsbedingung. Man kann auch ein explizites inverses Schema definieren. In diesem Fall kann die Rechnung nur von dem Zeitschritt starten, dessen Nummer größer oder gleich der Anzahl der Knoten für die örtliche Diskretisierung  $n \geq i$  (siehe Bild II-12) ist.

Während das direkte Schema wieder glättend wirkt, können beim inversen Schema nicht nur der Messfehler sondern auch die Inkorrektheit des Problems große Störungen (Fluktuationen im Ergebnis) im identifizierten Parameter bewirken. Obwohl die Messdaten vorgefiltert werden können, um die unerwünschten Instabilitäten zu beseitigen, ist das Verfahren sehr instabil. Es besteht keine Möglichkeit, zukünftige Zeitschritte miteinzubeziehen. Mit dem Algorithmus können die Schwierigkeiten der inversen Probleme verdeutlicht und die entstehenden Fluktuationen gezeigt werden.

➤ Approximation mittels hyperbolischer Gleichung

Da die EID ziemlich instabil ist, wurden verschiedene Maßnahmen unternommen, um die Lösung zu stabilisieren. Eine mögliche Verbesserung ist die von Weber [107] vorgeschlagene Methode. Der Lösungsalgorithmus (siehe Bild II-13a) ist auch in [15, 45, 11] ausführlich beschrieben. Es handelt sich bei dieser Methode um eine Erweiterung der Wärmeleitgleichung in eine hyperbolische Gleichung<sup>A</sup>.

Beispielsweise die 1D-Wärmeleitgleichung wird mit einem zusätzlichen Term  $\tau \left( \frac{\partial^2 T}{\partial h^2} \right)$  versehen:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial h} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\dot{q}_V}{\rho c} \quad (\text{II.21})$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial h} + \tau \frac{\partial^2 T}{\partial h^2} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\dot{q}_V}{\rho c} \quad (\text{II.22})$$

Wegen des neuen Terms ist eine weitere zeitliche Randbedingung notwendig.

$$T(0, y) = T_0$$

$$T(h_{\max}, y) = T_i(y)$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial y}(h, 0) = f(h)$$

$$T(h, 0) = U(h)$$

<sup>A</sup> Im Kap. IV wird die hyperbolische Wärmeleitgleichung aus einem anderen Gesichtspunkt betrachtet.

Die Funktion  $T_t(y)$  kann z. B. mit der Lösung des stationären Falls von Gl. (II.22) bestimmt werden.

Der nicht negative Parameter  $\tau$ , genannt Relaxationszeit, dient hier als Regularisierungsparameter. Für  $\tau \rightarrow 0$  geht der Algorithmus in die EID-Methode über. Die Wahl der Relaxationszeit ist begrenzt, da für konvergierende Lösungen die folgende Bedingung erfüllt sein muss:

$$\frac{\tau}{a} \left( \frac{\Delta y}{\Delta t} \right)^2 \leq 1 \quad (\text{II.23})$$

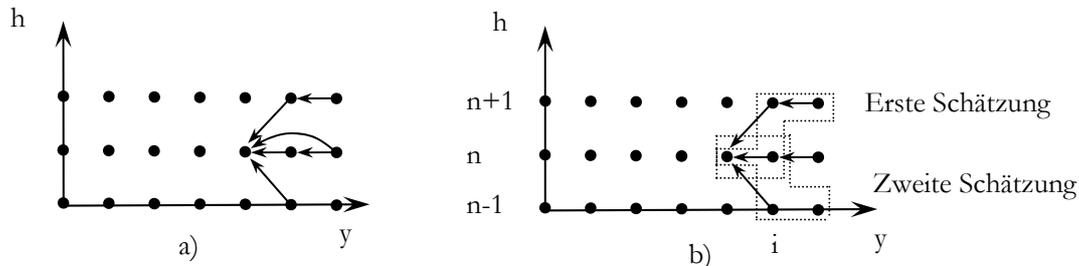


Bild II-13 Hyperbolisches a) und gemischte Zeit- und Raumänderung b) inverse Schemas

Eine praktische Anwendung dieser Approximation ist in [95] zu finden. Die Methode wird zur indirekten Bestimmung der Wärmestromdichte beim Sieden benutzt. Der Einfluss des hyperbolischen Terms auf die Genauigkeit der Lösung wird untersucht.

Die Approximation durch eine hyperbolische Gleichung ist stabiler als die EID. Diese Verbesserung beruht auf der Berücksichtigung eines zukünftigen und eines vergangenen Zeitschrittes sowie auf der glättenden Wirkung der Relaxationszeit. Trotzdem ist der Algorithmus nur bedingt zu verwenden. Die Berücksichtigung von nur einem einzigen zukünftigen Zeitschritt und die Einschränkung Gl. (II.23) machen die Methode nur bedingt einsatzfähig. Auch bei dieser Methode ist weiterhin eine Vorfilterung der Messdaten unbedingt notwendig.

#### ➤ Gemischte Zeit- und Raumänderung

Raynaud und Bransier [7] setzen für die inverse Approximation einen zurückliegenden und einen zukünftigen Zeitschritt ein. Die klassische Wärmeleitgleichung wird aber nicht verändert. Die Berechnung fängt bei  $n$  zukünftigen Zeitschritten an. Die Anzahl der zukünftigen Zeitschritte ist gleich der Anzahl der Knoten für die räumliche Diskretisierung  $n=i$  (siehe Bild II-13 b). Die Temperatur wird einmal mit der ersten und dann mit der zweiten Schätzung berechnet. Am Ende wird das Resultat als Mittelwert zwischen den beiden Temperaturen berechnet. Man kann das Schema als inverses Crank-Nicolson-Schema bezeichnen.

Die oben beschriebenen Methoden sind empfindlich gegen Messfehler. Um das Problem zu lösen implementieren Hills and Hensel [111] einen digitalen Filter, der den Einfluss des Messrauschens minimiert. Ein Algorithmus mit implementierten digitalen Filtern ist auch in [61] beschrieben.

Taler und Duda verwenden in mehreren Veröffentlichungen die gemischte Zeit- und Raumänderungstechnik auch für mehrdimensionale Fälle. Nähere Angaben zu der angewandte Methode sind in [60, 112, 113, 114, 115, 116, 120] gegeben. Ein weiterer Beitrag zu dem Thema ist die Arbeit von Tadi [121].

Unter Hybrid-Methoden versteht man inverse Techniken, die auf der Kombination einer numerischen Methode (Finite-Differenzen oder Finite-Elemente) und der Laplace-Transformation beruhen. Chen et. al. präsentieren in [117, 118] eine „sequential hybrid method“ (Finite-Differenzen-Laplace-Transformation) zur Lösung der 2D-IHCP.

### II.3.2.6 Weitere inverse Wärmeleitalgorithmien

Es sind eine ganze Reihe von weiteren inversen Techniken entwickelt und getestet worden. Einige, die man oft in der Literatur treffen kann sind: Die Levenberg-Marquardt-Methode zur Parameterbestimmung [45], der Kalman-Filter [75, 79] zur Minimierung des Einflusses des Messrauschens, die „observer-based“

Lösung von W. Marquardt und Auracher [63, 106, 65, 84, 87], Lösung der 1D-IHCP mit Hilfe der „maximum entropy method“ [119] usw.

Gemeinsam ist allen Algorithmen das Streben nach einer bessern Regularisierung der inversen Aufgabe. Ob mit zukünftigen Zeitschritten (FSM) oder mittels eines Regularisierungsparameters (RM) oder mit der Änderung der Größe der Zeit- und Ortschritte (EID) ist das Ziel immer eine stabile, physikalisch sinnvolle Behandlung des inversen Wärmeleitproblems.

Die Auswahl einer inversen Methode zur Lösung des inversen Problems zur Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten für den vorliegenden Anwendungsfall der Sprühkühlung erfolgte nach folgenden Kriterien:

- Verwendet werden soll eine für Wärmeleitprobleme etablierte Methode, die theoretisch gut untersucht und für vergleichbare Anwendungsfälle praktisch getestet wurde, sowie für die in der Literatur beschriebene Erfahrungen vorliegen.
- Der Algorithmus sollte robust, gut geeignet für eine ingenieurtechnische Umsetzung und mit vertretbarem numerischen Aufwand implementierbar sein sowie mit angemessenen Rechenzeiten laufen. Gesehen wird ein Kompromiss zwischen Aufwand und Genauigkeit.
- Das Verfahren sollte flexibel sein und insbesondere gut an die Bedingungen des vorliegenden Anwendungsfalls der Sprühkühlung mit starker Änderung des WÜK in Abhängigkeit von der örtlichen Beaufschlagungsdichte und der Oberflächentemperatur, sowie der Messmethode mit thermographischer Temperaturerfassung angepasst sein und die Anwendung stationärer und instationärer Versuchsabläufe ermöglichen.

Um plötzliche Änderungen im zu bestimmenden Parameter (WÜK,  $\dot{q}$ ) erfassen zu können, ist eine „sequential“-Methode besser als eine „whole domain“-Bestimmung. Bei indirekter Messung erreicht die Information (das Nutzsignal) die Beobachterseite mit einer bestimmten Verzögerung, d. h. zukünftige Zeitschritte sind unbedingt notwendig. Leider können die einfachen numerischen Methoden, zusammengestellt in Abschnitt II.3.2.5, diese Bedingung nicht erfüllen, da die Anzahl der Zeitschritte nicht optimiert werden kann. Außerdem ist die verwendete einfache Inversion des direkten Schemas instabiler als das direkte Schema selbst.

Aus den genannten Gründen wurde die „sequential“-FSM gewählt. Die praktische Umsetzung der Methode wird im nächsten Kapitel ausführlich beschrieben.

### III Sequential FSM

#### III.1 Umsetzung für den Fall eines Bleches mit geringer Dicke

Die FSM beruht auf der Minimierung der Summe der kleinsten Fehlerquadrate (SkF). Es ist die Differenz zwischen der gemessenen  $Y$  und der berechneten Temperatur  $T$  zu minimieren. In den meisten Literaturquellen und insbesondere bei der erstmaligen Beschreibung der Methode erfolgt die Messung der Temperatur im Inneren des Körpers möglichst nahe am unbekanntem Rand. Für den beschriebenen Anwendungsfall mit Verwendung eines Bleches geringer Dicke ( $0,1 \div 0,3$  mm) ist es schwierig, Messensoren im Versuchskörper einzubauen. Außerdem beeinflussen die Messensoren das thermische Verhalten des Körpers (siehe Abschnitt II.1). Berührungslose Messungen der Temperatur sind deshalb von Vorteil. Aus diesem Grund wird bei Körpern mit geringer Dicke die Temperatur an der Oberfläche gemessen (siehe Bild II-9). D. h. bei der Minimierung der SkF ist die Temperatur  $Y$ , die mit der IR-Kamera gemessene Temperatur der „trockenen“ Seite. Die Temperatur  $T$  wird mittels der 2D-Wärmeleitgleichung bestimmt. Die zu minimierende Zielfunktion für einen instationären 2D-Fall, lautet dann:

$$S = \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} (Y_{t+v-1,i} - T_{t+v-1,i})^2 \rightarrow \min \quad 0 < p < t_{\max}; \quad v = 1, \dots, p \quad (\text{III.1})$$

Die Temperatur  $Y$  wird mit der Zeit von  $h = 0$  bis  $h = t_{\max} \Delta h$  örtlich von  $r = 0$  bis  $r = R$  an  $N+1$  Stützpunkten (Knoten) aufgenommen. Es handelt sich um ein „sequential“-Verfahren. Aus diesem Grund und auch um die Anzahl der Indexe zu verringern wird das Optimierungsproblem nur für ein Segment<sup>A</sup> beschrieben, wobei die Anzahl der Zeitschritte in einem Segment  $p$  ist. Für das nächste Segment, wird der globale Zeitindex  $t$  um 1 erhöht. In einem Segment wird die unbekannte Wärmestromdichte konstant gehalten  $\dot{q}_{1,i} = \dots = \dot{q}_{v,i} = \dots = \dot{q}_{p,i} = \text{konst.}$

Um das Minimum der Zielfunktion Gl. (III.1) unter Berücksichtigung der gesuchten Parameter ( $\alpha_{v,j}$  oder  $q_{v,j}$ ) zu finden, wird die Ableitung nach dem unbekanntem Parameter gleich Null gesetzt. Für den 1D-Fall ist  $\dot{q}$  nur eine Funktion der globalen Zeit:

$$0 = \sum_{v=1}^p (Y_v - T_v) \frac{dT_v}{d\dot{q}} \quad (\text{III.2})$$

Für den 2D-Fall [11], in dem  $\dot{q}$  eine Funktion von der Zeit und vom Ort ist, soll die Summe Gl. (III.2) unter Berücksichtigung von allen  $\dot{q}_j$  für das Zeitintervall  $p$  minimiert werden:

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} (Y_{v,i} - T_{v,i}) \frac{\partial T_{v,i}}{\partial \dot{q}_1} \\ &\dots \\ 0 &= \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} (Y_{v,i} - T_{v,i}) \frac{\partial T_{v,i}}{\partial \dot{q}_j} \\ &\dots \\ 0 &= \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} (Y_{v,i} - T_{v,i}) \frac{\partial T_{v,i}}{\partial \dot{q}_{N-1}} \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

<sup>A</sup> Anstatt „t+v-1“ wird nur den Laufindex in dem betrachteten Segment „v“ verwendet.

Man kann die Temperatur  $T_{v,i}$  in der Umgebung von  $q_m^*$  mittels einer Taylor-Reihe darstellen:

$$\begin{aligned} T_v &= T_v^* + \left. \frac{\partial T_v}{\partial \dot{q}} \right|_{\dot{q}=\dot{q}^*} (\dot{q} - \dot{q}^*) && \text{1D-Fall} \\ T_{v,i} &= T_{v,i}^* + \sum_{m=1}^{N-1} \left. \frac{\partial T_{v,i}}{\partial \dot{q}_m} \right|_{\dot{q}_m=\dot{q}_m^*} (\dot{q}_m - \dot{q}_m^*) && \text{2D-Fall} \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

Das Problem wird linearisiert, indem höhere Ableitungen gleich Null gesetzt werden. Mit  $\dot{q}_m^*$  wird die bei der vorherigen Iteration bestimmte Wärmestromdichte bezeichnet. Gewöhnlich wird angenommen:

$$\dot{q}_{t,m}^* = \dot{q}_{t-1,m}$$

Die Sensitivitätskoeffizienten (siehe Abschnitt III.2) sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} Z_v &= \frac{\partial T_v}{\partial \dot{q}} && \text{1D-Fall} \\ Z_{v,i}^m &= \frac{\partial T_{v,i}}{\partial \dot{q}_m} && \text{2D-Fall} \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

Die Ableitungen der Temperaturen nach den gesuchten Größen, Wärmestromdichte  $\dot{q}_{v,m}$  bzw. Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_{v,m}$ , werden als Sensitivitätskoeffizienten in Gl. (III.4) eingeführt:

$$\begin{aligned} T_v &= T_v^* + Z_v (\dot{q} - \dot{q}^*) && \text{1D-Fall} \\ T_{v,i} &= T_{v,i}^* + \sum_{m=1}^{N-1} Z_{v,i}^m (\dot{q}_m - \dot{q}_m^*) && \text{2D-Fall} \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

Beim 2D-Fall laufen die Indexe  $i$  und  $j$  von 1 bis  $N-1$  und beziehen sich auf die Anzahl der Knoten in Raumrichtung  $r$ . Alle  $i$  Temperaturen sind von allen  $j$  Wärmestromdichten abhängig und umgekehrt. Deswegen braucht man zwei Indexe, die unabhängig voneinander laufen, wie es auch vom Gleichungssystem (III.3) ersichtlich ist. Um die Schleife von  $m=1$  bis  $m=N-1$  in Gl. (III.4) von der Anzahl der Gleichungen  $j$  in (III.3) zu unterscheiden, wird ein weiterer Index  $m$  eingeführt. Die Gleichungen (III.6) werden entsprechend für 1D- und 2D-Fälle in Gl. (III.2), entsprechend in Gl. (III.3), eingesetzt und dann ergibt sich eine einfache Beziehung für den 1D-Fall und ein Gleichungssystem für den mehrdimensionalen Fall.

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_{v=1}^p (Y_v - T_v^* - Z_v (\dot{q} - \dot{q}^*)) Z_v \Rightarrow 0 = \sum_{v=1}^p (Y_v - T_v^*) Z_v - \dot{q} \sum_{v=1}^p Z_v^2 + \dot{q}^* \sum_{v=1}^p Z_v^2 \\ \dot{q} &= \dot{q}^* + \frac{\sum_{v=1}^p (Y_v - T_v^*) Z_v}{\sum_{v=1}^p Z_v^2} && \text{1D-Fall} \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

Auf diese Weise wird die Wärmestromdichte für ein Zeitsegment iterativ bestimmt. Als Abbruchkriterium gilt der relative Fehler zwischen zwei Iterationen für alle  $p$  Zeitschritte in einem Segment:

$$100 \frac{q_v^* - q_v}{q_v^*} \leq \delta \quad (\text{III.8})$$

Erfahrungsgemäß führen  $\delta$  - Werte größer als 0,01 zu ziemlich ungenauen Ergebnissen und  $\delta$  - Werte

kleiner als  $10^{-6}$  erhöhen nur die Rechenzeit ohne die Ergebnisse quantitativ zu beeinflussen.

Für den 2D-Fall ergibt sich:

$$\begin{aligned}
0 &= \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} \left( Y_{v,i} - T_{v,i}^* - \sum_{m=1}^{N-1} Z_{v,i}^m (\dot{q}_m - \dot{q}_m^*) \right) Z_{v,i}^j \\
0 &= \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} (Y_{v,i} - T_{v,i}^*) Z_{v,i}^j - \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} \left( \sum_{m=1}^{N-1} Z_{v,i}^m (\dot{q}_m - \dot{q}_m^*) \right) Z_{v,i}^j \\
0 &= \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} (Y_{v,i} - T_{v,i}^*) Z_{v,i}^j - \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} \left( \sum_{m=1}^{N-1} Z_{v,i}^m \dot{q}_m \right) Z_{v,i}^j + \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} \left( \sum_{m=1}^{N-1} Z_{v,i}^m \dot{q}_m^* \right) Z_{v,i}^j \quad (III.9) \\
\sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} \left( \sum_{m=1}^{N-1} Z_{v,i}^m \dot{q}_m \right) Z_{v,i}^j &= \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} (Y_{v,i} - T_{v,i}^*) Z_{v,i}^j + \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} \left( \sum_{m=1}^{N-1} Z_{v,i}^m \dot{q}_m^* \right) Z_{v,i}^j \\
\sum_{m=1}^{N-1} \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^j Z_{v,i}^m \dot{q}_m &= \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} (Y_{v,i} - T_{v,i}^*) Z_{v,i}^j + \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^j Z_{v,i}^m \dot{q}_m^*
\end{aligned}$$

Und dann für alle  $j$  Gleichungen:

$$\begin{aligned}
\sum_{m=1}^{N-1} \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^1 Z_{v,i}^m \dot{q}_m &= \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} (Y_{v,i} - T_{v,i}^*) Z_{v,i}^1 + \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^1 Z_{v,i}^m \dot{q}_m^* \\
&\dots \\
\sum_{m=1}^{N-1} \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^j Z_{v,i}^m \dot{q}_m &= \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} (Y_{v,i} - T_{v,i}^*) Z_{v,i}^j + \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^j Z_{v,i}^m \dot{q}_m^* \quad (III.10) \\
&\dots \\
\sum_{m=1}^{N-1} \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^{N-1} Z_{v,i}^m \dot{q}_m &= \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} (Y_{v,i} - T_{v,i}^*) Z_{v,i}^{N-1} + \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^{N-1} Z_{v,i}^m \dot{q}_m^*
\end{aligned}$$

Oder in Matrix-Form:

$$\begin{aligned}
&\begin{pmatrix} \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^1 Z_{v,i}^1 & \dots & \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^1 Z_{v,i}^{N-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^{N-1} Z_{v,i}^1 & \dots & \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^{N-1} Z_{v,i}^{N-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_{N-1} \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} (Y_{v,i} - T_{v,i}^*) Z_{v,i}^1 + \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^1 Z_{v,i}^m \dot{q}_m^* \\ \vdots \\ \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} (Y_{v,i} - T_{v,i}^*) Z_{v,i}^{N-1} + \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{v=1}^p \sum_{i=1}^{N-1} Z_{v,i}^{N-1} Z_{v,i}^m \dot{q}_m^* \end{pmatrix} \quad (III.11)
\end{aligned}$$

Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt iterativ mit dem Gauß-Seidel-Verfahren. Als Abbruchkriterium für den Löser dient der relative Fehler  $\delta^* = 10^{-8}$ .

$$100 \frac{q_{v,m}^{**} - q_{v,m}}{q_{v,m}} \leq \delta^* \quad (III.12)$$

Als Abbruchkriterium für den inversen Algorithmus gilt weiter die Bedingung Gl. (III.8), aber diese soll für alle Zeit- und Ortsknoten in einem Segment erfüllt sein.

Die Sensitivitätskoeffizienten  $Z_{v,i}^m$  sind nicht nur für den Lösungsalgorithmus wichtig. Die Koeffizienten tragen auch physikalische Bedeutung und ihrer Bestimmung muss große Aufmerksamkeit gewidmet werden.

### III.2 Sensitivitätskoeffizienten

Der Sensitivitätskoeffizient  $Z$  ist als erste Ableitung der gemessenen Variable, z. B. die Temperatur, nach der zu bestimmenden Größe, z. B. den Wärmeübergangskoeffizienten, definiert. Im allgemeinen Fall gilt:

$$Z = \frac{dT}{d\alpha}$$

Die Sensitivitätskoeffizienten sind von großer Bedeutung bei der Betrachtung von inversen Aufgaben. Sie sind ein Indikator dafür, in wie weit die gemessene Größe sich ändern muss, um eine Änderung in den gesuchten Parametern hervorzurufen. Aus diesem Grund können bei einer detaillierten Untersuchung der Sensitivitätskoeffizienten wichtige Kenntnisse über das IHCP insgesamt gewonnen werden. Falls die Sensitivitätskoeffizienten sehr klein oder voneinander abhängig sind, wird die Lösung des IHCP schwierig und empfindlich gegenüber Messfehlern. Demzufolge kann die Kenntnis der Sensitivitätskoeffizienten zur Verbesserung der Versuchsanlage beitragen, z. B. zum Abschätzen an welchen und an wie vielen Stellen die Messung erfolgen soll, um genauere Werte des gesuchten Parameters zu bekommen.

Eine wichtige Frage muss bei der Betrachtung von IHCP noch geklärt werden, nämlich ob das inverse Problem linear oder nichtlinear ist. Es ist nicht unbedingt gegeben, dass ein lineares Wärmeleitproblem ein lineares Sensitivitätsproblem nach sich zieht und das IHCP insgesamt auch linear bleibt. Das Wärmeleitproblem bleibt linear, wenn die Stoffeigenschaften eine Funktion des Ortes aber unabhängig von der Temperatur sind. Das IHCP ist aber trotzdem nichtlinear, wenn einer der Parameter in der Randbedingung eine Funktion der Temperatur ist. Diese Nichtlinearitäten werden bei der Bestimmung der Sensitivitätskoeffizienten sofort erkennbar. Wenn die Sensitivitätskoeffizienten keine Funktion der zu bestimmenden Parameter sind, dann ist das IHCP linear. Es ist sehr wichtig, das inverse Problem möglichst linear zu formulieren, weil Nichtlinearitäten zusätzliche Iterationen erfordern. Wenn ein lineares IHCP als nicht linear betrachtet wird, sind zusätzliche Rechenzeit und überflüssige Iterationen die Folge. Wie weiter gezeigt wird, ist die direkte Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten ein nichtlineares IHCP. Die Bestimmung der Wärmestromdichte aber kann als lineares IHCP formuliert werden. Aus diesem Grund kann man die Nichtlinearitäten bei der Bestimmung von WÜK umgehen, indem man das inverse Problem als Algorithmus zur Bestimmung der Wärmestromdichte behandelt und dann aus der bekannten Oberflächentemperatur und  $\dot{q}$  den Wärmeübergangskoeffizienten berechnet.

Um die Ideen und die Annahmen bei der Bestimmung der Sensitivitätskoeffizienten klar zu schildern, wird das Problem zuerst für einen 1D-Fall erklärt und dann auf ein 2D-Problem erweitert. Die zum Modellieren der Wärmeleitung gewählte parabolische Differentialgleichung Gl. (III.13) wird nach dem gesuchten Parameter differenziert. Die Ableitung nach dem WÜK und nach  $\dot{q}$  wird durchgeführt um den Unterschied zwischen linearem und nichtlinearem IHCP zu zeigen.

$$\frac{\partial \Theta}{\partial h} = a \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} + \frac{\dot{q}_V}{\rho c}, \quad a, \rho, c, \dot{q}_V = \text{konst.} \quad (\text{III.13})$$

$$\Theta = (T - T_U) \quad \Theta(0, y) = T_0 - T_U$$

Bei der Erstellung des physikalischen Modells (siehe Abschnitt II.3.1) wurden die Wärmeverluste der „trockenen“ Seite des Bleches als Funktion der Temperatur zusammengefasst. Zur Lösung des IHCP wurde ein „sequential“-Verfahren ausgewählt. Man kann annehmen, dass innerhalb eines Segmentes die Wärmeverluste unabhängig von der Temperatur sind.

$$-\lambda \left. \frac{\partial \Theta}{\partial y} \right|_{y=0} = \dot{q}_{tr} \quad (III.14)$$

Die gleiche Annahme gilt auch für die unbekannte Randbedingung der „feuchten“ Seite.

$$-\lambda \left. \frac{\partial \Theta}{\partial y} \right|_{y=y_{max}} = \dot{q}_{sp} \quad \text{oder} \quad -\lambda \left. \frac{\partial \Theta}{\partial y} \right|_{y=y_{max}} = \alpha_{sp} \Theta|_{y=y_{max}} \quad (III.15)$$

Das Sensitivitätsproblem kann in beiden Fällen wie folgt zusammengefasst werden:

$$\frac{\partial Z}{\partial h} = a \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} \quad (III.16)$$

$$Z(0, y) = 0$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial Z}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (III.17)$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial Z}{\partial y} \right|_{y=y_{max}} = 1 \quad \text{oder} \quad -\lambda \left. \frac{\partial Z}{\partial y} \right|_{y=y_{max}} = \alpha_{sp}$$

Es ist eindeutig zu sehen, dass das Sensitivitätsproblem bei der Bestimmung der Wärmestromdichte unabhängig von dem gesuchten Parameter ist. Das Sensitivitätsfeld wird einmal am Anfang des Lösungsalgorithmus berechnet und die Ergebnisse gelten für alle Segmente. Im Gegensatz dazu bleibt bei der Formulierung mit dem WÜK der gesuchte Parameter in der Randbedingung stehen. Das bedeutet die Sensitivitätskoeffizienten müssen für jedes Segment und für jede Iteration neu berechnet werden. Zur Lösung des Sensitivitätsfeldes kann das gleiche Lösungsverfahren wie bei der Wärmeleitgleichung verwendet werden.

Die Lösung des Sensitivitätsproblems für einen 2D - Fall ist in [11] ausführlich erklärt. Hier sind nur die wichtigsten Anhaltspunkte zusammengefasst.

Bei der Lösung des Sensitivitätsproblems wird aus der zur Beschreibung des Temperaturfeldes im Blech verwendeten 2D - Wärmeleitgleichung mit Quelle in Zylinderkoordinaten ausgegangen.

$$\frac{\partial \Theta}{\partial h} = a \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} \right) + \frac{\dot{q}_V}{\rho c}, \quad a, \rho, c, \dot{q}_V = \text{konst.} \quad (III.18)$$

Die Anfangs- und Randbedingungen lauten:

$$\Theta(0, y) = T_0 - T_U$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial \Theta}{\partial y} \right|_{y=0} = \dot{q}_{tr} \quad \text{und} \quad -\lambda \left. \frac{\partial \Theta}{\partial y} \right|_{y=y_{max}} = \dot{q}_{sp}(r) \quad (III.19)$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad \text{und} \quad -\lambda \left. \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right|_{r=R} = 0$$

Im vorherigen Abschnitt ist festgelegt worden, dass das Rechengebiet auf  $i$  Zellen in  $r$  - Richtung diskretisiert wird. Alle  $i$  Oberflächentemperaturen der „feuchten“ Seite sind von allen  $j$  Wärmerstromdichten der gleichen Seite abhängig und umgekehrt. D. h. um das 2D-Sensitivitätsproblem zu lösen, muss die Gleichung (III.18)  $i$  - mal nach allen  $\dot{q}_j$  differenziert werden. Die Differentialgleichung ist ähnlich der Wärmeleitgleichung. Besondere Aufmerksamkeit erfordert aber die Formulierung der Randbedingung der „feuchten“ Seite  $y=y_{max}$ .

$$\frac{\partial Z_1}{\partial h} = a \left( \frac{\partial^2 Z_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial Z_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 Z_1}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.20})$$

$$-\lambda \frac{\partial Z_1}{\partial y} \Big|_{y=y_{\max}} = 1, \quad -\lambda \frac{\partial Z_{i \neq 1}}{\partial y} \Big|_{y=y_{\max}} = 0$$

.....

$$\frac{\partial Z_i}{\partial h} = a \left( \frac{\partial^2 Z_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial Z_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 Z_i}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.21})$$

$$-\lambda \frac{\partial Z_i}{\partial y} \Big|_{y=y_{\max}} = 1, \quad -\lambda \frac{\partial Z_{i \neq j}}{\partial y} \Big|_{y=y_{\max}} = 0$$

.....

$$\frac{\partial Z_{N-1}}{\partial h} = a \left( \frac{\partial^2 Z_{N-1}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial Z_{N-1}}{\partial r} + \frac{\partial^2 Z_{N-1}}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.22})$$

$$-\lambda \frac{\partial Z_{N-1}}{\partial y} \Big|_{y=y_{\max}} = 1, \quad -\lambda \frac{\partial Z_{i \neq N-1}}{\partial y} \Big|_{y=y_{\max}} = 0$$

Die Anfangsbedingung und alle restliche Randbedingungen sind identisch für alle j Gleichungen.

$$Z(0, r, y) = 0$$

$$-\lambda \frac{\partial Z_i}{\partial y} \Big|_{y=0} = q_{tr}$$

$$-\lambda \frac{\partial Z_i}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \quad \text{und} \quad -\lambda \frac{\partial Z_i}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0$$

Die Formulierung des Sensitivitätsproblems im mehrdimensionalen Fall enthält eine schockartige Änderung der Randbedingung an einem einzigen Knoten. Dies kann zu Instabilitäten bei der numerischen Lösung des Problems führen. Deswegen sollen die Zeit- und Raumschritte angemessen gewählt werden. Bei der Lösung des Sensitivitätsproblems handelt es sich um eine direkte numerische Lösung und mögliche Instabilitäten dürfen nicht mit Instabilitäten der inversen Lösung oder des Messrauschens verwechselt werden. Die genannten Instabilitäten können negative Auswirkungen auf die inverse Lösung haben. Für den inversen Algorithmus sind nicht alle Sensitivitätskoeffizienten notwendig sondern nur diejenigen, an denen die Messung der Temperatur erfolgt. Mit anderen Worten nur die Sensitivitätskoeffizienten der „trockenen“ ( $y=0$ ) Seite ( $Z_{r,i}^m \equiv Z_{r,i,y=0}^m$ ) werden gebraucht.

Um Komplikationen im Lösungsalgorithmus zu vermeiden und nach Möglichkeit die Lösungsmethode zu vereinfachen, wird nach erfolgreicher Testung eine weitere Methode zur Bestimmung des Sensitivitätsfeldes vorgeschlagen.

Da die Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten an einem sehr dünnen Blech erfolgt, kann man die Lösung des Wärmeleitproblems für den Fall  $Bi \rightarrow 0$  zur Bestimmung von Sensitivitätskoeffizienten nutzen [6]. Die im Abschnitt II.2 beschriebene Lösung, Gl. (II.14) wird nach  $\alpha$  differenziert. Die Voraussetzung  $Bi \rightarrow 0$  setzt eine einheitliche Temperatur im Blech voraus, d. h. die gemessene Temperatur  $T_{v,y=0}$  ist gleich der Temperatur der „feuchten“ Seite  $T_{v,y=y_{\max}}$ .

$$Z_v = \frac{dY_v}{d\alpha} = \frac{\dot{q}_V}{(\alpha^* + \alpha_{tr,v})^2} s_B \left( e^{-\frac{(\alpha^* + \alpha_{tr,v})v\Delta h}{\rho_B c_B s_B}} - 1 \right) - \frac{v\Delta h}{\rho_B c_B s_B} \left( Y_0 - T_U - \frac{\dot{q}_V}{(\alpha^* + \alpha_{tr,v})} s_B \right) e^{-\frac{(\alpha^* + \alpha_{tr,v})v\Delta h}{\rho_B c_B s_B}}$$

Mit Berücksichtigung der Wärmeleitung in r-Richtung ergeben sich mehrdimensionale Sensitivitätskoeffizienten. Dazu wird der mittels der Gl. (II.15) eingeführte Term  $\dot{q}_Q$  verwendet:

$$Z_{v,i} = \frac{dY_{v,i}}{d\alpha_i} = \frac{\dot{q}_V + \dot{q}_{Q,v,i}}{(\alpha_i^* + \alpha_{tr,v,i})^2} s_B \left( e^{-\frac{(\alpha_i^* + \alpha_{tr,v,i})v\Delta h}{\rho_B c_B s_B}} - 1 \right) - \frac{v\Delta h}{\rho_B c_B s_B} \left( Y_{0,i} - T_U - \frac{\dot{q}_V + \dot{q}_{Q,r,i}}{(\alpha_i^* + \alpha_{tr,v,i})} s_B \right) e^{-\frac{(\alpha_i^* + \alpha_{tr,v,i})v\Delta h}{\rho_B c_B s_B}} \quad (III.23)$$

Alle Temperaturen sollen nach allen WÜK differenziert werden. Setzt man näherungsweise alle  $Z_{r,i}^{j \neq i}$  gleich Null, so vereinfacht sich der Ausdruck erheblich. Es ist zu beachten, dass die zuletzt eingeführte Formulierung der Sensitivitätskoeffizienten eine grobe Näherung ist. Die so berechneten Sensitivitätskoeffizienten sind nicht zur Behandlung des Sensitivitätsproblems (siehe Anhang G) geeignet. Sie können aber an ausgewählten Fällen im Algorithmus zur Lösung des IHCP verwendet werden, weil die Güte der Sensitivitätskoeffizienten nur die Schnelligkeit der Konvergenz beeinflusst.

Zur besseren Übersicht soll der gesamte Algorithmus zur Lösung des inversen Problems in einem Blockschema Bild III-1 verdeutlicht werden. Die beiden Varianten, linear und nichtlinear, sind gegenübergestellt, um den Rechenzeitbedarf bei der „direkten“ Bestimmung von WÜK zu zeigen. Das Verfahren zur Vorfilterung der Messdaten ist im Kap. V.2 beschrieben. Da die FSM mit zukünftigen Zeitschritten funktioniert, werden am Ende des Messzeitintervalls  $t_{max}$  die Daten mit Zeitindex  $t > t_{max-p}$  nicht ausgewertet. Prinzipiell, ist es möglich, die zukünftigen Zeitschritte  $p$  in diesem letzten Abschnitt zu verringern. Diese Maßnahme kann zum Stabilitätsverlust führen, stattdessen ist es zu empfehlen, die Messung etwas länger als notwendig laufen zu lassen.

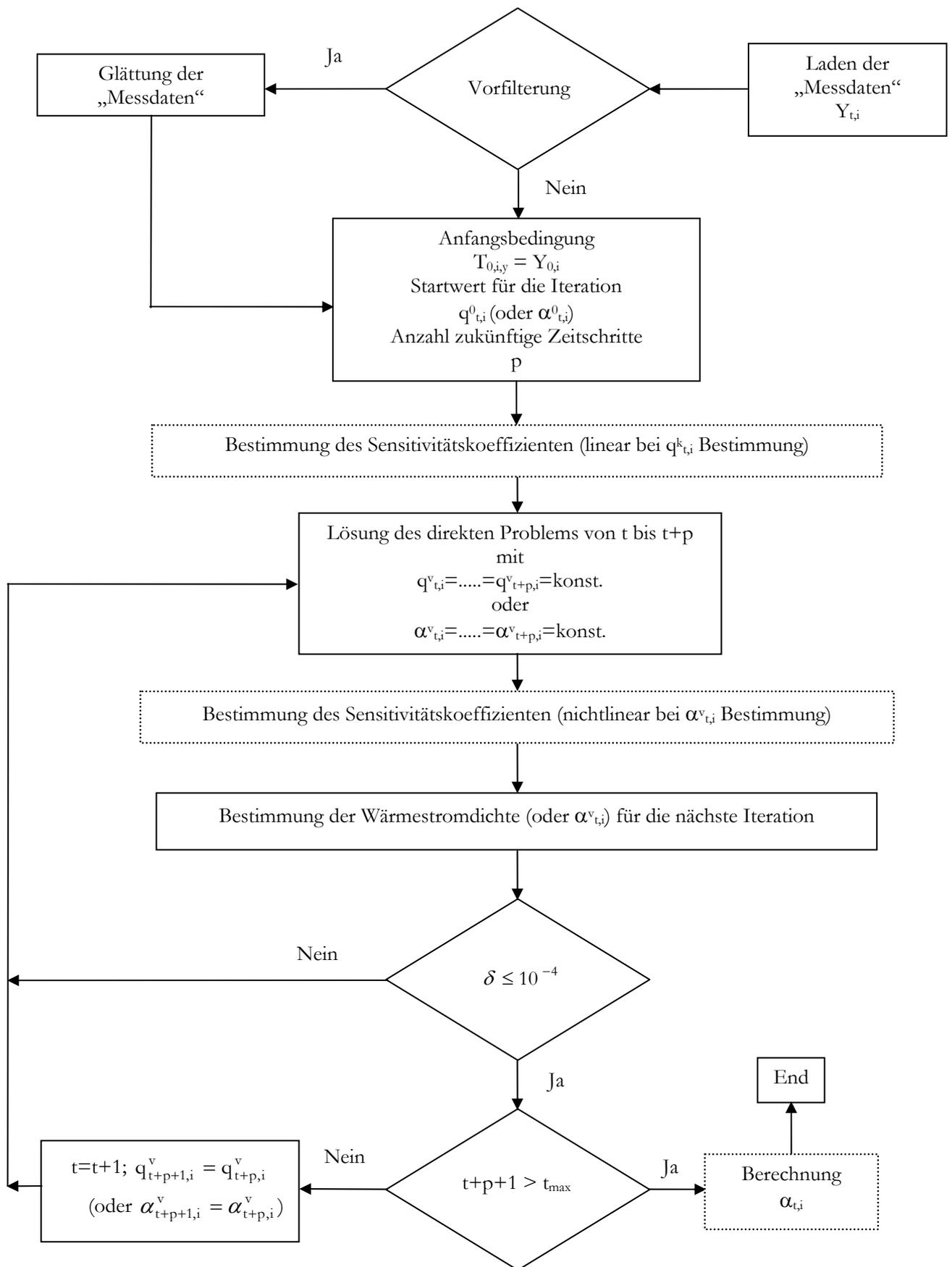


Bild III-1: Lösungsalgorithmus zur Lösung des inversen Problems bei der Sprühkühlung

## IV Wärmeleitgleichung

Ein wichtiges Glied des inversen Algorithmus ist das mathematische Modell der Wärmeleitung. In der Literatur sind mehrere Differenzialgleichungen zur Beschreibung der Wärmeleitung zu finden. Neben der meist verwendeten parabolischen Wärmeleitgleichung (Fouriersche Differentialgleichung) sind auch die hyperbolische Wärmeleitgleichung (Cattaneo) und eine Reihe von Modellen zur Beschreibung der Wärmeleitung in dünnen dielektrischen Schichten (z. B. Phononen-bedingte Wärmeleitung, modelliert mit der Boltzmann'schen Transportgleichung) zu finden.

Die hyperbolische Wärmeleitgleichung (II.22) wurde bereits im Abschnitt II.3.2.5 erwähnt aber aus einem anderen Gesichtspunkt. Die Relaxationszeit  $\tau$  wird bei der Lösung des inversen Problems nur als Regularisierungsfaktor betrachtet. Die Gleichung von Cattaneo ist aber entwickelt worden, um das Fouriersche Modell zur Beschreibung der Wärmeleitung zu verbessern. Durch die Einführung des Terms mit der Relaxationszeit ist ein Versuch unternommen worden, einen Widerspruch der Fourierschen DGL zu beseitigen, nämlich die unendliche Geschwindigkeit der Wärmewelle [11, 45]. Man kann bei der hyperbolischen Wärmeleitgleichung eine Geschwindigkeit der Wärmewelle  $C$  definieren, indem die Temperaturleitfähigkeit durch die Relaxationszeit dividiert wird.

$$C = \sqrt{\frac{a}{\tau}}$$

Nach Literaturangaben [11, 45] wird die hyperbolische Wärmeleitgleichung zum Modellieren von physikalischen Vorgängen in sehr dünnen Gasen und bei abrupten Änderungen der Temperatur und der Wärmestromdichte in Metallen verwendet.

Weitere Modelle werden unter dem Begriff Wärmeleitung in dünnen dielektrischen Schichten gefunden. Es wird behauptet, dass bei Wärmeleitprozessen im Micro- und Nanobereich die Modelle von Fourier und Cattaneo das physikalische Geschehen nicht mehr beschreiben können [122, 123]. Zur Orientierung geben Anderson und Tamma [122], Tabelle IV-1, in Abhängigkeit von der charakteristischen Zeit und Länge folgende Wärmeleitregimes an:

Regime	Characteristic length (m)	Characteristic time (s)
Macroscale	$\geq 10^{-3}$	$\geq 10^{-3}$
Mesoscale	$\sim 10^{-4} \div 10^{-7}$	$\sim 10^{-3} \div 10^{-9}$
Microscale	$\sim 10^{-6} \div 10^{-8}$	$\sim 10^{-8} \div 10^{-11}$
Nanoscale	$\sim 10^{-7} \div 10^{-9}$	$\sim 10^{-10} \div 10^{-14}$

Tabelle IV-1: Wärmeleitung auf Mikro- und Makroebene

Die Grundidee ist, dass die Wärme je nach der Art und Größe des wärmeleitenden Mediums von unterschiedlichen diskreten Teilchen mittels unterschiedlicher Transportmechanismen transportiert wird. Die Autoren fassen mehrere mathematische Modelle zur Beschreibung des physikalischen Geschehens im Mikro- und Nanobereich zusammen.

Auf den ersten Blick scheint das Thema weit entfernt von den Zielen dieser Arbeit. Zwei Studien, die in Verbindung mit dem oben genannten Thema stehen, haben die Aufmerksamkeit geweckt. Die erste Studie [123] beschäftigt sich mit Wärmeleitphänomenen in mehrschichtigen Körpern. Interessant ist, dass die Wärmeleitung in einem  $\text{SiO}_2$ -Block mit einer dünnen Si-Schicht mit zwei unterschiedlichen mathematischen Modellen beschrieben wird: die klassische Fourier-Gleichung für den Block und die „equation of phonon radiative transport“ für den Si-Film. Die zweite Studie [96] verwendet die „sequential“-FSM zur Lösung des inversen Problems im Nanobereich. Die Wärmeleitung wird genauso mittels des phononenbedingten Wärmetransportes modelliert. In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, wie soll das Blech mit Lackbeschichtung bei der Bestimmung von WÜK richtig modelliert werden und insbesondere die als Nichtleiter vorausgesetzte dünne Lackschicht. Messungen zeigen, dass die Lackbeschichtung eine Dicke von  $10 \div 30 \mu\text{m}$  erreicht. Die dünnsten Bleche, die verwendet werden, sind  $100 \mu\text{m}$  dick. Die Temperaturmessungen mit der IR - Kamera erfolgen höchstens mit 2500 Bilder/s. Wie man sieht, liegen diese Zahlen an der Grenze aber immer noch im oberen Teil der Tabelle IV-1. Aus

diesem Grund sollten die Gleichungen von Fourier und Cattaneo die Wärmeleitung im beschichteten Blech gut beschreiben. Bei einem Vergleich zwischen der parabolischen und der hyperbolischen Gleichungen scheint die hyperbolische Wärmeleitgleichung zum Modellieren der Wärmeleitung im Blech besser geeignet zu sein. Leider gibt es kaum Untersuchungen und Messungen der Relaxationszeit  $\tau$  für verschiedene Metalle. Die Geschwindigkeit der Wärmewelle ist sehr groß, wenn auch nicht unendlich, und entsprechend  $\tau$  sehr klein. Demzufolge ist ein Unterschied gegenüber der Fourierschen Gleichung nur auf Mikroebene bei kleinen charakteristischen Zeiten zu erwarten. Nach diesen Überlegungen wurde die klassische Fouriersche Differentialgleichung mit Wärmequelle zum Modellieren der Wärmeleitung in Blech und Beschichtung gewählt, wobei von konstanten Werten der Stoffeigenschaften ausgegangen wurde.

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial h} = a \nabla^2 \Gamma + \frac{\dot{q}_V}{\rho c} \quad \lambda, a, \rho, c, \dot{q}_V = \text{konst.} \quad (\text{IV.1})$$

Durch die in Abschnitt (II.3.1) getroffenen Annahmen wird die Gleichung zu einer 2D - Gleichung in zylindrischen Koordinaten vereinfacht.

$$\rho c \frac{\partial \Gamma}{\partial h} = \lambda \left( \frac{d^2 \Gamma}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Gamma}{dr} + \frac{d^2 \Gamma}{dy^2} \right) + \dot{q}_V \quad (\text{IV.2})$$

Da der zu bestimmenden Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_{sp}$  sowohl orts- als auch zeitabhängig ist, existiert keine analytische Lösung des Problems. Aus diesem Grund erfolgt die Lösung numerisch mit Hilfe der impliziten Finiten-Differenzen-Methode. Die programmtechnische Umsetzung des Verfahrens wird Anhand Bild IV-1 erläutert.

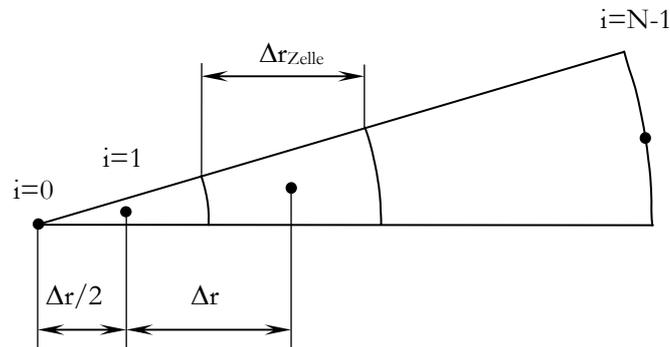


Bild IV-1: Vernetzung des untersuchten Gebietes

Im Bild IV-1 ist die Aufteilung der Volumenzellen und der entsprechenden Stützpunkte für zwei Volumenzellen am Rand und im Inneren des Körpers schematisch dargestellt. Die Volumenzellen (Volumenelemente) sind gleich lang. Die Randstützpunkte  $i=0$  und  $i=N-1$  werden als Volumenzellen ohne eigenes Volumen betrachtet. Demzufolge ergibt sich für die Randzellen ein halbes Raumintervall  $\Delta r/2$ . Die Nummerierung der Stützpunkte fängt mit  $i=0$  an, so dass der letzte Stützpunkt eine Nummer gleich der Anzahl der Stützpunkte minus eins ( $i=N-1$ ) besitzt.

Zur Lösung des entstehenden Gleichungssystems wird das Jacobi-Verfahren verwendet. Diese numerische Lösung ist eine Näherungslösung. Die Genauigkeit einer numerischen Betrachtung ist eng mit der Feinheit und Struktur des aufgestellten Netzes verbunden. Deswegen ist ein Vergleich der Ergebnisse der Numerik mit den Ergebnissen einer analytischen Lösung zu empfehlen. Wenn auch keine allgemeine analytische Lösung existiert, wie in diesem Fall, so sind für bestimmte vereinfachte Sonderfälle analytische Lösungen möglich. Eine solche Lösung und die dazugehörigen Tests sind im nächsten Abschnitt präsentiert. Weitere Tests zur Überprüfung der Netzunabhängigkeit der Numerik sind in Anhang B näher beschrieben. Es wird untersucht, wie sich die Anzahl der Zellen auf die Energiebilanz und auf das Temperaturfeld auswirkt.

## IV.1 Analytische Lösung

Eine ausführliche Untersuchung der Gültigkeit und der Genauigkeit eines numerischen Verfahrens ist nur mittels eines Vergleichs mit einer analytischen Lösung gewährleistet. Mit Bezug auf das zu untersuchende Problem ist der Versuch unternommen worden, eine analytische Lösung zu finden, die die Ortsabhängigkeit des WÜK berücksichtigt. Betrachtet wird die eindimensionale stationäre Wärmeleitgleichung mit Quelle in zylindrischen Koordinaten.

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{\dot{q}_V}{\lambda_B} = 0 \quad (IV.3)$$

Die Wärmeleitung in  $y$  - Richtung (siehe Bild II-9) wird vernachlässigt. Der Wärmeübergang an der „feuchten“ Seite wird in der Form eines zusätzlichen Wärmequellenters berücksichtigt.

Lösungen dieses Problems für einen konstanten Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{sp}$  sind in der Literatur, z.B. im [44], zu finden. Schwierigkeiten treten auf, wenn der Wärmeübergangskoeffizient eine Funktion des Radius  $\alpha_{sp}(r)$  ist. Leider sind in der Literatur Lösungen der Wärmeleitgleichung mit so definierten Randbedingungen nicht zu finden. Aus diesem Grund wird in diesem Abschnitt ein Lösungsweg des genannten Wärmeleitproblems angegeben.

Zuerst wird der gesamte Verlustwärmestrom der „feuchten“ Seite  $\dot{q}_{sp}$  durch Konvektion und Strahlung als Wärmesenke  $\dot{q}_V^*$  zusammengefasst. Die „trockene“ Seite wird als adiabat betrachtet.

$$\begin{aligned} \dot{q}_V^* dV_{Zyl} &= \dot{q}_{sp} dA_{Zyl}; \quad \dot{q}_{sp} = \alpha_{sp}(T - T_U); \quad dA_{Zyl} = \pi dr^2; \quad dV_{Zyl} = s_B dA_{Zyl} \\ \dot{q}_V^* &= \frac{\alpha_{sp}(r)(T - T_U)}{s_B} \end{aligned} \quad (IV.4)$$

Die Wärmesenke Gl. (IV.4) wird in Gl. (IV.3) eingeführt.

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{\dot{q}_V}{\lambda_B} - \frac{\alpha_{sp}(r)(T - T_U)}{s_B \lambda} = 0 \quad (IV.5)$$

Gleichung (IV.5) wird wie folgt umgestellt:

$$\text{Definition: } \Theta = T - T_U$$

Die Parameter  $\lambda_B$ ,  $s_B$ ,  $\dot{q}_V$  werden als Konstanten vorausgesetzt.

$$\frac{d^2\Theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Theta}{dr} - \frac{\alpha_{sp}(r)}{s_B \lambda_B} \Theta = -\frac{\dot{q}_V}{\lambda_B}$$

Die folgende Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten wird definiert:

$$\alpha_{sp}(r) = \alpha \frac{R}{r}; \quad r > 0 \quad (IV.6)$$

Die Konstante  $\alpha$  ist der Wärmeübergangskoeffizient an der Stelle  $r = R$

$$\frac{d^2\Theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Theta}{dr} - \frac{1}{r} \frac{\alpha R}{s_B \lambda_B} \Theta = -\frac{\dot{q}_V}{\lambda_B}$$

$$\text{Definition: } z = \frac{\alpha R}{s_B \lambda_B} r$$

$$\frac{d^2\Theta}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{d\Theta}{dz} - \frac{1}{z} \Theta = -\frac{\dot{q}_V}{\lambda_B} \left( \frac{s_B \lambda_B}{\alpha R} \right)^2$$

Definition:  $D = \frac{\dot{q}_V \lambda_B s_B^2}{\alpha^2 R^2} = \text{const.}$

$$\frac{d^2\Theta}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{d\Theta}{dz} - \frac{1}{z} \Theta = -D \quad (\text{IV.7})$$

Die homogene Differentialgleichung:

$$\frac{d^2\Theta}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{d\Theta}{dz} - \frac{1}{z} \Theta = 0 \quad (\text{IV.8})$$

ist eine Bessel-Gleichung 0. Ordnung, deren Lösung in [43] zu finden ist:

$$\Theta_h = C_1 I_0(2\sqrt{z}) + C_2 K_0(2\sqrt{z})$$

In obiger Gleichung ist  $\Theta_h$  die Lösung der homogenen Gl. (IV.8),  $C_1$  und  $C_2$  sind Konstanten,  $I_0$  ist die modifizierte Bessel - Funktion erster Art, 0. Ordnung und  $K_0$  ist die modifizierte Bessel-Funktion zweiter Art, 0. Ordnung.

Um die partielle Lösung  $\Theta_p$  von (IV.7) zu finden, wird gesetzt:

$$\Theta_p = Az^2 + Bz + C \quad (\text{IV.9})$$

$$\Theta_p' = 2Az + B$$

$$\Theta_p'' = 2A$$

Der Koeffizientenvergleich ergibt:

$$2A + \frac{1}{z}(2Az + B) - \frac{1}{z}(Az^2 + Bz + C) = -D \quad (\text{IV.10})$$

$$4A + \frac{B}{z} - Az - B - \frac{C}{z} = -D$$

$$4A - B + \frac{1}{z}(B - C) - Az = -D$$

$$\text{daher: } A = 0; \quad 4A - B = -D \Rightarrow B = D$$

$$B - C = 0; \Rightarrow D - C = 0 \Rightarrow C = D$$

und die partielle Lösung  $\Theta_p$  lautet:

$$\Theta_p = Dz + D$$

oder:

$$\Theta_p = \frac{\dot{q}_V \lambda_B s_B^2}{\alpha^2 R^2} \frac{\alpha R}{s_B \lambda_B} r + \frac{\dot{q}_V \lambda_B s_B^2}{\alpha^2 R^2}$$

$$\Theta_p = \frac{\dot{q}_V s_B^2}{\alpha R} r + \frac{\dot{q}_V \lambda_B s_B^2}{\alpha^2 R^2}$$

Die Lösung von Gl. (IV.7) ist:

$$\Theta = \Theta_h + \Theta_p = C_1 I_0(2\sqrt{z}) + C_2 K_0(2\sqrt{z}) + Dz + D \quad (\text{IV.11})$$

Die unbekanntenen Koeffizienten  $C_1$  und  $C_2$  werden mittels der gewählten Randbedingungen bestimmt.

Da die Funktion  $\alpha(r)$  für  $r = 0$  nicht definiert ist, wird für  $r \rightarrow 0$  die Randbedingung erster Art gesetzt.

$$\text{für } r = r_{\text{Innen}} \neq 0 \quad \Theta(r_{\text{Innen}}) = \Theta_I$$

$$z_I = \frac{\alpha R}{s_B \lambda_B} r_{\text{Innen}}$$

$$\text{für } z = z_I \neq 0 \quad \Theta(z_I) = \Theta_I$$

Dann gilt:

$$\Theta_I = C_1 I_0(2\sqrt{z_I}) + C_2 K_0(2\sqrt{z_I}) + Dz_I + D$$

Für  $r = R$  wird eine adiabate Randbedingung vorausgesetzt:

$$r = r_{\text{Außen}} = R \quad \frac{d\Theta}{dr} = 0$$

$$z_A = \frac{\alpha R}{s_B \lambda_B} r_{\text{Außen}} \quad (IV.12)$$

$$\text{oder für } z = z_A \quad \frac{d\Theta}{dz} = 0$$

Die erste Ableitung von (IV.11) ist zu finden.

$$\frac{d\Theta}{dz} = C_1 \frac{d(I_0(2\sqrt{z}))}{dz} + C_2 \frac{d(K_0(2\sqrt{z}))}{dz} + D$$

$$\frac{d\Theta}{dz} = C_1 \frac{1}{\sqrt{z_A}} I_1(2\sqrt{z_A}) - C_2 \frac{1}{\sqrt{z_A}} K_1(2\sqrt{z_A}) + D$$

$$C_2 \frac{1}{\sqrt{z_A}} K_1(2\sqrt{z_A}) - D = C_1 \frac{1}{\sqrt{z_A}} I_1(2\sqrt{z_A})$$

Der erste Koeffizient ist:

$$C_1 = \frac{C_2 K_1(2\sqrt{z_A}) - D\sqrt{z_A}}{I_1(2\sqrt{z_A})}$$

$$\Theta_I = \frac{C_2 K_1(2\sqrt{z_A}) - D\sqrt{z_A}}{I_1(2\sqrt{z_A})} I_0(2\sqrt{z_I}) + C_2 K_0(2\sqrt{z_I}) + Dz_I + D$$

$$\Theta_I I_1(2\sqrt{z_A}) = [C_2 K_1(2\sqrt{z_A}) - D\sqrt{z_A}] I_0(2\sqrt{z_I}) + C_2 K_0(2\sqrt{z_I}) I_1(2\sqrt{z_A}) + (Dz_I + D) I_1(2\sqrt{z_A})$$

$$(\Theta_I - Dz_I - D) I_1(2\sqrt{z_A}) + D\sqrt{z_A} I_0(2\sqrt{z_I}) = C_2 [K_1(2\sqrt{z_A}) I_0(2\sqrt{z_I}) + K_0(2\sqrt{z_I}) I_1(2\sqrt{z_A})]$$

Der zweite Koeffizient ist:

$$C_2 = \frac{(\Theta_I - Dz_I - D) I_1(2\sqrt{z_A}) + D\sqrt{z_A} I_0(2\sqrt{z_I})}{K_1(2\sqrt{z_A}) I_0(2\sqrt{z_I}) + K_0(2\sqrt{z_I}) I_1(2\sqrt{z_A})}$$

Die oben angegebene analytische Lösung wurde in einer Excel - Tabelle implementiert, um die in Excel enthaltenen Bessel-Funktionen zu nutzen. Um die numerische mit der analytischen Lösung vergleichen zu können, wurde die für ein beschichtetes Blech entwickelte numerische Lösung an die Bedingungen der

analytischen Lösung angepasst. Der Temperaturgradient in  $y$  - Richtung wird in Gl. (IV.3) nicht berücksichtigt. Um die Wirkung der  $y$  - Dimension bei den numerischen Rechnungen zu verringern, wurde eine Gesamtdicke (Lackschicht und Blech) von 0,1 mm gewählt. Für die beiden Schichten der numerischen Lösung werden gleiche Stoffeigenschaften  $\lambda = 20 \text{ W/(mK)}$  eingesetzt, so dass ein homogenes Rechengelände wie bei der analytischen Lösung berechnet wird. Die Wärmequelle wurde wie folgt bestimmt:

$$\dot{q}_V = \alpha R \frac{\ln \frac{R}{r_{\text{Innen}}}}{R - r_{\text{Innen}}} \frac{T_0 - T_U}{s_B} \quad (\text{IV.13})$$

$T_0$  ist der Startwert für die iterative numerische Lösung. Für alle Rechnungen gilt  $T_0 = 300 \text{ °C}$ . Mit  $T_U$  wird die konstante Umgebungstemperatur  $T_U = 20 \text{ °C}$  bezeichnet. Die Verwendung von Gl. (IV.13) hat keinen physikalischen Hintergrund. Vor der Simulation ist die Temperatur, die sich beim Einsetzen einer bestimmten Wärmequellenleistung einstellen würde, unbekannt. Aus diesem Grund wurde die Gleichung für  $\dot{q}_V$  entwickelt, um die Anzahl der Iterationen zu verringern, schneller die zu  $T_0$  passende Wärmequellenleistung zu finden und die Endtemperatur um den Startwert  $T_0$  zu halten. Die Intervalle zwischen den Punkten wurden aus der Anzahl der Stützpunkte (siehe Bild IV-1) bestimmt:

$$\Delta r = \frac{R}{N - 2}$$

An den beiden Rändern wird ein halbes Intervall  $\Delta r/2$  eingesetzt. Zuerst wird die numerische Lösung durchgeführt. Dann wird von der numerisch für  $r_{\text{Innen}}$  berechneten Temperatur  $T_{\text{Innen}}$ , die für die RB  $r = r_{\text{Innen}}$  notwendige Temperaturdifferenz  $\Theta_{\text{Innen}}$  der analytischen Lösung bestimmt.

Die Ergebnisse aller Vergleichsrechnungen sind in Tabelle IV-2 eingetragen. In der Tabelle ist der maximale relative Fehler in Abhängigkeit von vier Parametern angegeben.

$$\text{relativer Fehler} = \frac{T_{\text{Analytisch}}(z) - T_{\text{Numerisch}}(z)}{T_{\text{Analytisch}}(z)} 100$$

Max. relativer Fehler [%]	$\alpha$						Anzahl der Stützpunkte über die Dicke $y_{\text{max}}$		
	50		100		500				
$z_A$	2,5	0,0486	0,2348	0,0988	0,3652	0,1559	0,6043	7	
		0,0490	0,2275	0,0991	0,3535	0,1559	0,5856	15	
	500	0,3194	0,0111	0,3585	0,0155	0,2370	0,0285	7	
		0,3194	0,0111	0,3585	0,0155 (Diagramm IV-1)	0,2370	0,0285	15	
	25000	0,0333	0,0552	0,0166	0,0487	Außerhalb des Gültigkeitsbereichs der Bessel-Funktion		7	
		0,0333	0,0552	0,0166	0,0487			15	
		10	50	10	50	10	50		
		Anzahl der Stützpunkte auf die Breite R							

Tabelle IV-2: Versuchsplan zum Testen der numerischen Lösung

Bei der Bestimmung der Fehler wird die tatsächliche Temperatur  $T(z)$  verwendet. Mit  $z_A$  ist die dimensionslose Breite (siehe Gl. (IV.12) des untersuchten Gebietes (des Bleches) bezeichnet,  $\alpha$  ist der Wärmeübergangskoeffizient bei der  $r = R$  (siehe Gl. (IV.6)). Die Anzahl der Punkte über die Breite und über die Dicke ist auch gegeben. Die Punkteanzahl über die Dicke ist nur für die numerische Rechnung von Bedeutung. Im Diagramm IV-1 sind beispielsweise der Temperaturverlauf und die Verteilung des Fehlers über die Breite für den Fall:  $\alpha = 100$ ;  $z_A = 500$ ; Anzahl der Punkte in  $r$  - Richtung = 50; Anzahl der Punkte in  $y$  - Richtung = 15 dargestellt.

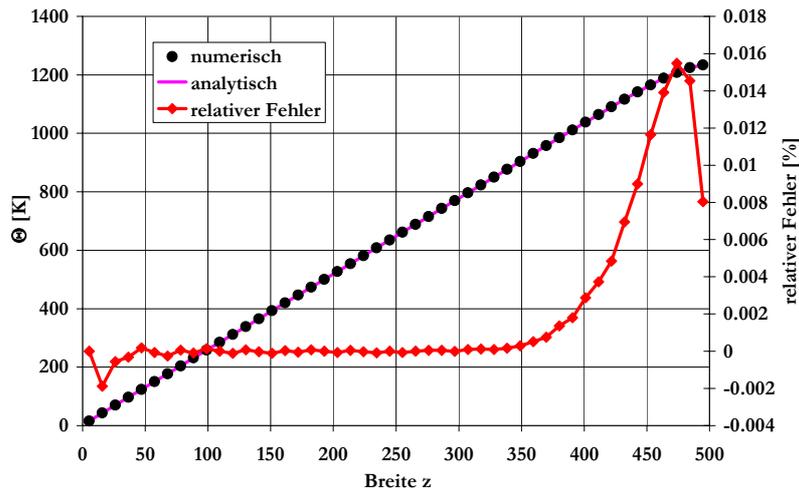


Diagramm IV-1: Vergleich der numerischen und analytischen Lösungen

Es ist eindeutig zu sehen, dass der Fehler in einem sehr breiten Bereich vernachlässigbar klein ist und nur im Randbereich eine geringe Abweichung zeigt. Das ist eine typische Fehlerverteilung, die für die meisten Vergleichssimulationen gilt.

Im Diagramm IV-2 ist die Verteilung  $\alpha(z)$  für denselben Fall im Vergleich zur Temperaturverteilung dargestellt.

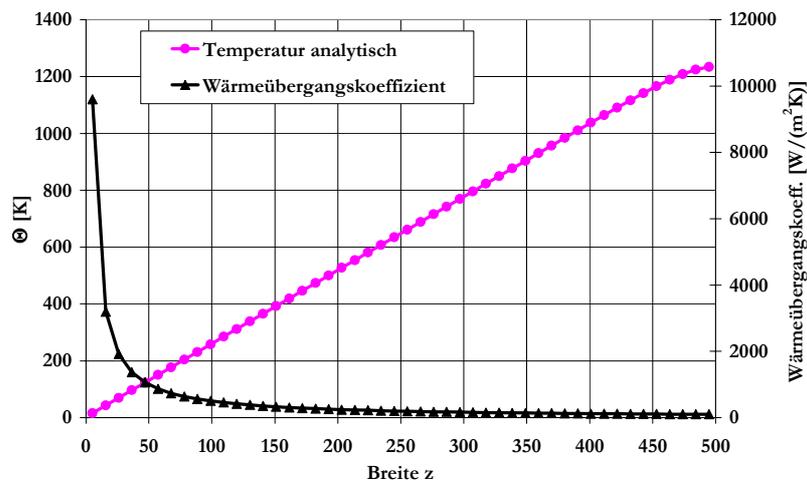


Diagramm IV-2: Verteilung des Wärmeübergangskoeffizienten über die Breite

Auf den ersten Blick stellt sich die Frage, wie ist es möglich, dass eine hyperbolische Funktion Gl. (IV.6) eine lineare Temperaturverteilung hervorruft. Das Phänomen lässt sich erklären mit der Vergrößerung der Wärmeübergangsfläche  $A_{zyl}$ , die entgegengesetzt der Vergrößerung des WÜK wächst. Die freigesetzte Wärme  $\dot{Q} = \alpha A_{zyl} \Theta$  als Funktion der Breite  $z$  ist das Resultat der Überlagerung der beiden Effekte. Das Ergebnis ist im Diagramm IV-3 dargestellt. Der Verlauf der von jedem Volumenelement freigegebenen Wärme folgt genau der Änderung der Temperatur mit  $z$ .

Die in der Tabelle IV-2 dargestellten Ergebnisse zeigen, dass im gesamten Untersuchungsbereich der Fehler deutlich unter 1 % liegt. Es sind keine eindeutigen Tendenzen festzustellen. Die Änderung der Anzahl der Punkte in  $y$ -Richtung hat keinen Einfluss auf den Fehler. Ein unbedeutender Unterschied ist nur bei  $\alpha = 50$  und  $z_A = 2,5$  zu sehen. Dieses Resultat ist zu erwarten, da zur Beseitigung des Temperaturgradienten eine Dicke von  $s_B = 0,1$  mm gewählt wurde. Andere Abhängigkeiten sind nicht festzustellen. Der Grund dafür ist wahrscheinlich, dass der maximale Fehler an unterschiedlichen Stellen entlang der  $z$ -Achse zu beobachten ist. Wie z.B. Diagramm IV-4 zeigt.

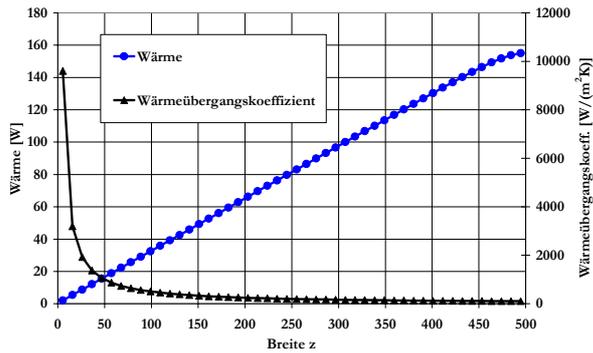


Diagramm IV-3: Änderung der Wärme im Vergleich mit dem Wärmeübergangskoeffizienten

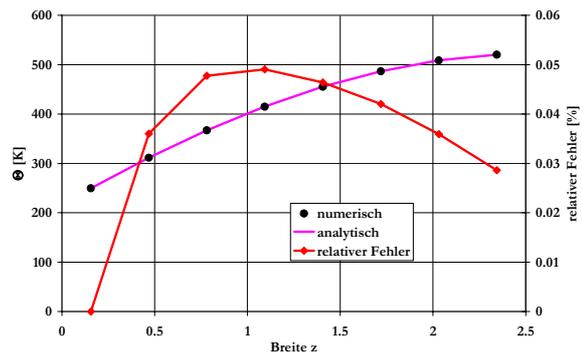


Diagramm IV-4: Vergleich der numerischen und analytischen Lösungen.  $\alpha = 50$ ;  $z_A = 2,5$ ; Punkte r-Richtung = 10; Punkte y-Richtung = 15

Mit den durchgeführten Vergleichsrechnungen mit der analytischen Lösung sowie den Berechnungen zur Netzunabhängigkeit (u. a. Anhang B) konnte die gute Eignung des implementierten numerischen Verfahrens für die Durchführung der vorgesehenen Simulationsrechnungen nachgewiesen werden. Für eine systematische Planung der Simulationsrechnungen ist zunächst noch eine Analyse der Einflussgrößen notwendig.

## IV.2 Dimensionslose Einflussgrößen

Ausgehend von dem allgemeinen Prinzip, dass die Lösung eines physikalischen Problems unabhängig von dem zufällig gewählten Maßsystem sein muss, sind dimensionslose Variable zur Beschreibung eines physikalischen Vorgangs zweckmäßig. Um Wärmeübergangsprobleme umfassend zu untersuchen, müssen alle Größen, die den Wärmetransport beeinflussen, variiert werden. Wird die Wirkung einer Einflussgröße untersucht, müssen alle anderen Einflussgrößen konstant gehalten werden. Dies erfordert einen erheblichen Zeit- und Mittelaufwand. Durch die Anwendung der Ähnlichkeitstheorie wird eine deutliche Verringerung des Versuchs- bzw. Rechenaufwandes erreicht.

Für das in dieser Arbeit präsentierte Wärmeleitproblem im Zusammenhang mit der experimentellen Bestimmung von WÜK sollen im Folgenden die dimensionslosen Kennzahlen und geometrischen Simplexe abgeleitet werden, die das Temperaturfeld beeinflussen.

### IV.2.1 Einflussgrößen der stationären Messmethode

Die Bestimmung der dimensionslosen Einflussgrößen ist einfacher, wenn das mathematische Modell für den physikalischen Vorgang bekannt ist. Aus dem Gleichungssystem lassen sich alle dimensionslosen Größen ableiten.

Zuerst wird die stationäre Wärmeleitung mit Quelle betrachtet. Die Fouriersche Differentialgleichung für das durch Strom beheizte Blech lautet:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\dot{q}_V}{\lambda_B} = 0 \quad (\text{IV.14})$$

Der auf dem Blech aufgetragene Lack wird ohne innere Wärmequelle betrachtet:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{IV.15})$$

Zuerst werden die charakteristischen Größen gewählt, die bei der Ableitung der dimensionslosen Größen

und Simplexe gebraucht werden. Durch die Auswahl einer charakteristischen Länge werden die geometrischen Abmessungen dimensionslos dargestellt. Das mathematische Modell ist so formuliert, dass es günstig ist, die Breite des Bleches  $R$  als charakteristische Länge einzuführen.

$$\text{Dimensionslose Koordinaten: } \bar{r} = r/R; \bar{y} = y/R$$

$$\text{Dimensionslose Dicke der Lackbeschichtung } \bar{Y}_L = Y_L/R;$$

$$\text{Dimensionslose Gesamtdicke } \bar{Y} = y_{\max}/R;$$

$$\text{Dimensionslose Blechdicke } \bar{Y}_B = \frac{y_{\max} - Y_L}{R} = \frac{Y_B}{R};$$

Das zylindrische Koordinatensystem ist entsprechend Bild II-9 gerichtet. Die „trockene“ oder „beschichtete“ Seite befindet sich bei  $\bar{y} = 0$  und bei  $\bar{y} = \bar{Y}$  die „feuchte“ Seite oder „Sprühstrahlseite“ des Bleches. Im Zentrum des von dem Sprühstrahl ausgelösten kreisförmigen Temperaturfeldes ist  $\bar{r} = 0$  und am Rand des Kreises ist  $\bar{r} = 1$ .

Um den Einfluss der Wärmeleitung in radialer Richtung zu untersuchen, wird eine lineare Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten vom Radius, an der Sprühstrahlseite  $\bar{y} = \bar{Y}$  des Bleches, vorausgesetzt. Der maximale Wert des Koeffizienten  $\alpha_{\max}$  befindet sich bei  $\bar{r} = 0$  und der minimale Wert  $\alpha_{\min}$  bei  $\bar{r} = 1$ . Die dadurch simulierte ungleiche Kühlung soll einen Temperaturgradient entlang der  $r$ -Achse hervorrufen.

$$\alpha(r) = \alpha_{\max} - \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{R} r = \alpha_{\max} \left( 1 - \frac{1 - \alpha_{\min}/\alpha_{\max}}{R} r \right) = \alpha_{\max} \left( 1 - \frac{r}{R} \left( 1 - \frac{\alpha_{\min}}{\alpha_{\max}} \right) \right) \quad (\text{IV.16})$$

Die genannte lineare Verteilung des WÜK wird verwendet, um ein Temperaturfeld zu simulieren, das bei der Sprühkühlung eines Bleches auftreten kann, wenn beispielsweise vom Zentrum zum Rand die Wasserbeaufschlagungsdichte abnimmt. Sicherlich könnten auch polynomische oder potentielle Funktionen zur Modellierung der Verteilung der Wasserbeaufschlagungsdichte eingesetzt werden. Diese Funktionen werden andere Temperaturverteilungen verursachen. Aber die Grundidee, nämlich den Einfluss der Querverwärmung zu untersuchen, wird unwesentlich berührt.

Die dimensionslose Betrachtung erfordert die Einführung einer passenden charakteristischen Temperaturdifferenz, so dass ein Minimum an dimensionslosen Einflussgrößen entsteht.

Dimensionslose Temperaturdifferenz:

$$\Theta = \frac{T - T_U}{\dot{q}_V R^2 / \lambda_B} \quad (\text{IV.17})$$

Mit der Hilfe der eingeführten dimensionslosen Verhältnisse wird Gl. (IV.14) dimensionslos gemacht:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial(\bar{r}R)} \left( \frac{\partial \left( \Theta \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} + T_U \right)}{\partial(\bar{r}R)} \right) + \frac{1}{\bar{r}R} \left( \frac{\partial \left( \Theta \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} + T_U \right)}{\partial(\bar{r}R)} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial(\bar{y}R)} \left( \frac{\partial \left( \Theta \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} + T_U \right)}{\partial(\bar{y}R)} \right) + \frac{\dot{q}_V}{\lambda_B} = 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.18})$$

$$\frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B R^2} \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{y}^2} \right) + \frac{\dot{q}_V}{\lambda_B} = 0 \quad (\text{IV.19})$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{y}^2} + 1 = 0$$

Auf dieser Weise wird auch Gl. (IV.15) behandelt und für die Lackschicht ergibt sich:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{y}^2} = 0$$

Weiter sind die notwendigen Randbedingungen zu definieren. Die Gründe für die Wahl einer Newton'schen oder Randbedingung 3. Art an der Sprühstrahlseite wurden bereits erwähnt.

$$\text{RB für } \bar{y} = \bar{Y} : -\lambda_B \frac{\partial \Gamma}{\partial y} = \alpha(r) (T_{\bar{Y}} - T_U) \quad (\text{IV.20})$$

Gleichung (IV.16) wird in Gleichung (IV.20) eingesetzt:

$$-\lambda_B \frac{\partial \Gamma}{\partial y} = \alpha_{\max} \left( 1 - \frac{r}{R} \left( 1 - \frac{\alpha_{\min}}{\alpha_{\max}} \right) \right) (T_{\bar{Y}} - T_U) \quad (\text{IV.21})$$

Bei der Wahl der charakteristischen Länge für die Biot-Zahl wurde nicht wie üblich die Dicke sondern die Breite des Bleches gewählt. Diese Entscheidung ist durch die Tatsache bedingt, dass die Breite R die einzige geometrische Größe ist, die sowohl für die Lackschicht als auch für das Blech identisch ist.

$$\text{Bi}_{\text{sp,max}} = \frac{\alpha_{\max} R}{\lambda_B}$$

Dann ergibt sich für die Randbedingung die folgende Beziehung:

$$-\frac{\partial \Gamma}{\partial y} = \frac{\text{Bi}_{\text{sp,max}}}{R} \left( 1 - \frac{r}{R} \left( 1 - \frac{\alpha_{\min}}{\alpha_{\max}} \right) \right) (T_{\bar{Y}} - T_U)$$

Die Gleichung wird in eine dimensionslose Form gebracht:

$$-\frac{\partial \left( \Theta \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} + T_U \right)}{\partial (R\bar{y})} = \frac{\text{Bi}_{\text{sp,max}}}{R} \left( 1 - \bar{r} \left( 1 - \frac{\alpha_{\min}}{\alpha_{\max}} \right) \right) \left( \Theta_{\bar{Y}} \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} + T_U - T_U \right)$$

$$-\frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} = \text{Bi}_{\text{sp,max}} \left[ 1 - \bar{r} \left( 1 - \frac{\alpha_{\min}}{\alpha_{\max}} \right) \right] \theta_{\bar{Y}}$$

Zwischen Blech und Lackbeschichtung wird idealer Kontakt vorausgesetzt.

$$\text{Koppelbedingung für } \bar{y} = \bar{Y}_L : \lambda_L \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \Big|_{y=Y_L}^{\text{Lackseite}} = \lambda_B \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \Big|_{y=Y_L}^{\text{Blechseite}}$$

$$\text{und in dimensionsloser Form: } \lambda_L \frac{\partial \left( \Theta \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} + T_U \right)}{\partial (\bar{y}R)} = \lambda_B \frac{\partial \left( \Theta \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} + T_U \right)}{\partial (\bar{y}R)}$$

$$\frac{\lambda_L}{\lambda_B} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} \Big|_{\bar{y}=Y_L}^{\text{Lackseite}} = \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} \Big|_{\bar{y}=Y_L}^{\text{Blechseite}} \quad (\text{IV.22})$$

An der „trockenen“ Seite des Bleches  $\bar{y}_L = 0$  wird auch die Randbedingung 3. Art mit einem konstanten Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{\text{tr}}$  eingesetzt.

$$\text{RB für } \bar{y} = 0 \quad -\lambda_L \frac{\partial \Gamma}{\partial \bar{y}} = \alpha_{\text{tr}} (T_{\bar{y}=0} - T_U)$$

$$-\lambda_L \frac{\partial(\Theta \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} + T_U)}{\partial(\bar{y}R)} = \alpha_{\text{tr}} \left( \Theta_{\bar{y}=0} \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} + T_U - T_U \right) \Rightarrow -\lambda_L \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} = \alpha_{\text{tr}} R \Theta_{\bar{y}=0}$$

$$\text{Biot-Zahl der „trockenen“ Seite } \text{Bi}_{\text{tr}} = \frac{\alpha_{\text{tr}} R}{\lambda_L}$$

$$-\frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} = \text{Bi}_{\text{tr}} \Theta_{\bar{y}}$$

Der Rand an  $\bar{r} = 1$  wird als adiabat vorausgesetzt. Eine Randbedingung 2. Art mit der Wärmestromdichte gleich Null erfüllt diese Voraussetzung.

$$\text{RB für } \bar{r} = 0 \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=0} = 0 \quad \text{und für } \bar{r} = 1 \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=1} = 0$$

Damit sind die Differenzialgleichung und die dazugehörigen Randbedingungen dimensionslos dargestellt. Insgesamt beeinflussen 4 dimensionslose Kennzahlen  $\text{Bi}_{\text{max}}$ ,  $\text{Bi}_{\text{tr}}$ ,  $\lambda_L/\lambda_B$  und  $\alpha_{\text{min}}/\alpha_{\text{max}}$  den Prozess, Gemeinsam mit 2 dimensionslosen geometrischen Simplex  $\bar{Y}_L$ ,  $\bar{Y}_B$ .

$$\Theta = \Theta \left( \bar{r}; \bar{y}; \bar{Y}_L; \bar{Y}_B; \text{Bi}_{\text{sp,max}}; \text{Bi}_{\text{tr}}; \frac{\lambda_L}{\lambda_B}; \frac{\alpha_{\text{min}}}{\alpha_{\text{max}}} \right)$$

## IV.2.2 Einflussgrößen der instationären Messmethode

Der Wärmeübergangskoeffizient wird auch unter instationären Bedingungen bestimmt. Für bestimmte Fälle ist das instationäre Verfahren sogar die einzige Möglichkeit, WÜK zu bestimmen.

Unter instationären Bedingungen erhöht sich die Anzahl der Faktoren, die das Temperaturfeld und entsprechend die Genauigkeit der Bestimmung von WÜK beeinflussen. Deshalb ist es notwendig, die dimensionslosen Kennzahlen und geometrische Simplexe auch für den instationären Fall abzuleiten. Die dimensionslosen Kriterien werden zur Aufstellung eines systematischen Versuchsplanes zur Durchführung von Simulationsrechnungen genutzt. Diese dienen zur Bewertung der angewandten inversen Methoden.

Es wird von der instationären Wärmeleitgleichung mit Quelle in zylindrischen Koordinaten ausgegangen. Wie beim stationären Fall werden auf Grund von Symmetrie nur zwei Dimensionen betrachtet. Es wird eine Gleichung mit Wärmequellenterm für das Versuchsblech und eine ohne Wärmequelle für die Lackbeschichtung erstellt.

$$\rho_B c_B \frac{\partial \Gamma}{\partial h} = \lambda_B \left( \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Gamma}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial y^2} \right) + \dot{q}_V \quad (\text{IV.23})$$

$$\rho_L c_L \frac{\partial \Gamma}{\partial h} = \lambda_L \left( \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Gamma}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial y^2} \right) \quad (\text{IV.24})$$

In diesem Fall ist auch eine Anfangsbedingung zu definieren. Die dimensionslose Anfangstemperatur ist durch die Vorgabe der charakteristischen Temperaturdifferenz (IV.17) bedingt.

$$\text{Anfangsbedingung für } h=0 \text{ bzw. } Fo=0: \Theta_0 = \frac{T_0 - T_U}{\dot{q}_V R^2 / \lambda_B} \quad (\text{IV.25})$$

Bei der Aufstellung des mathematischen Modells wurde angenommen, dass die Stoffeigenschaften des Bleches und der Lackbeschichtung keine Funktion der Temperatur sind, womit in den Differenzialgleichungen die Temperaturleitfähigkeiten genutzt werden können:

$$\text{Temperaturleitfähigkeit des Probebleches: } a_B = \frac{\lambda_B}{\rho_B c_B}$$

$$\text{Temperaturleitfähigkeit der Lackbeschichtung: } a_L = \frac{\lambda_L}{\rho_L c_L}$$

Gleichung (IV.23) wird unter der Verwendung der oben definierten Größen und der im Abschnitt IV.2.1 eingeführten geometrischen Simplexe in eine dimensionslose Form gebracht:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_B} \frac{\partial \left( \Theta \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} + T_U \right)}{\partial h} &= \frac{\partial}{\partial(\bar{r}R)} \left( \frac{\partial \left( \Theta \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} + T_U \right)}{\partial(\bar{r}R)} \right) + \frac{1}{\bar{r}R} \left( \frac{\partial \left( \Theta \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} + T_U \right)}{\partial(\bar{r}R)} \right) + \\ &\frac{\partial}{\partial(\bar{y}R)} \left( \frac{\partial \left( \Theta \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} + T_U \right)}{\partial(\bar{y}R)} \right) + \frac{\dot{q}_V}{\lambda_B} \\ \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} \frac{1}{a_B} \frac{\partial \Theta}{\partial h} &= \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} \frac{1}{R^2} \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{y}^2} \right) + \frac{\dot{q}_V}{\lambda_B} \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung, dass die Breite des Bleches R als charakteristische Länge gewählt wurde, wird die Fourier-Zahl definiert:

$$Fo = \frac{h a_B}{R^2} \text{ wobei für die numerische Lösung gilt: } h = t \Delta h \text{ und } Fo = t \Delta Fo$$

Damit ergibt sich für (IV.23):

$$\frac{\partial \Theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{y}^2} + 1$$

Die Gleichung für die Lackschicht (IV.24) wird identisch umstellt:

$$\frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} \frac{1}{a_L} \frac{\partial \Theta}{\partial h} = \frac{\dot{q}_V R^2}{\lambda_B} \frac{1}{R^2} \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{y}^2} \right)$$

Um die oben definierte Fourier-Zahl verwenden zu können, wird das Verhältnis  $a_B/a_L$  eingeführt.

$$R^2 \frac{a_B}{a_B a_L} \frac{\partial \Theta}{\partial h} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{y}^2} \Rightarrow \frac{a_B}{a_L} \frac{\partial \Theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \bar{y}^2}$$

Im Unterschied zum stationären Fall muss das Verhältnis der Temperaturleitfähigkeiten von Blech und Lackbeschichtung berücksichtigt werden.

Die Randbedingungen werden analog zu dem stationären Fall definiert:

$$\begin{aligned} \text{für } \bar{r} = 0 \quad \left. \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=0} &= 0 \quad \text{und für } \bar{r} = 1 \quad \left. \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=1} = 0 \\ \text{für } \bar{y} = 0: \quad -\lambda_L \frac{\partial \Gamma}{\partial y_L} &= \alpha_{tr} (T_{\bar{y}=0} - T_U) \quad \text{bzw.} \quad -\frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} = Bi_{sp} \Theta \end{aligned}$$

Für die vom Sprühstrahl beeinflusste Seite,  $\bar{y} = \bar{Y}$ , soll eine Abhängigkeit des WÜK sowohl vom Ort als auch von der Temperatur  $\alpha_{sp} = \alpha(T, r)$  (siehe Abschnitt V.5) simuliert werden. Bei der Aufstellung der genannten Funktion werden zwei Ziele verfolgt, einerseits die tatsächliche Funktion  $\alpha_{sp} = \alpha(T)$  zu modellieren und den realen Ablauf bei der Sprühkühlung eines Bleches zu simulieren. Andererseits muss die gewählte  $\alpha$ -Funktion bestimmte Anforderungen zum Testen von inversen Lösungsverfahren erfüllen. Die in der Literatur meist verbreitete Testfunktion zum Erproben eines inversen Verfahrens ist ein dreieckiger Impuls. Die schlagartige Änderung des gesuchten Parameters an den Ecken verursacht den größten Fehler bei der Auswertung der Messdaten.

Die restlichen Randbedingung und die Koppelbedingung erhält man analog zum stationären Fall:

$$\begin{aligned} \bar{y} = \bar{Y}_L: \quad \left. \frac{\lambda_L}{\lambda_B} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} \right|_{\bar{y}=\bar{Y}_L}^{\text{Lackseite}} &= \left. \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} \right|_{\bar{y}=\bar{Y}_L}^{\text{Blechseite}} \\ \bar{y} = 0: \quad -\frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} &= Bi_{tr} \Theta \end{aligned}$$

Als Ergebnis hängt damit das Temperaturfeld im Blech und Beschichtung für den instationären Fall von folgenden dimensionslosen Kennzahlen ab:

$$\Theta = \Theta \left( \bar{r}; \bar{y}; Fo, \bar{Y}_L; \bar{Y}_B; Bi_{tr}; Bi_{sp}; \frac{\lambda_L}{\lambda_B}; \Theta_0; \frac{a_B}{a_L} \right)$$

und zusätzlich noch von den Parametern zur Beschreibung des funktionellen Zusammenhanges  $\alpha(T, r)$ .

Es ist notwendig, die Kennzahl  $\Theta_0$ , Gl. (IV.25), die bei der Betrachtung von Wärmeleitproblemen nicht so üblich ist, näher zu betrachten. Bei der Ableitung der dimensionslosen Einflussgrößen der instationären Messmethode wird die unter der stationären Messmethode eingeführte dimensionslose Temperatur Gl. (IV.17) verwendet. Der Vorteil bei der stationären Messmethode ist das Ausschalten der Wärmequelle  $\dot{q}_v$ , die keinen Einfluss<sup>A</sup> auf die stationäre Wärmeleitung hat. Die Verwendung der gleichen dimensionslosen Temperatur für die instationäre Wärmeleitung bringt keine Vereinfachung sondern anstatt der konventionellen dimensionslosen Wärmequellenzahl<sup>B</sup> entsteht die Kennzahl  $\Theta_0$ .

<sup>A</sup> Bei unterschiedlichen Wärmequellenleistungen entstehen Temperaturfelder mit unterschiedlichen dimensionsbehafteten Temperaturen. Diese Temperaturfelder sind aus der Sicht der Ähnlichkeitstheorie „ähnlich“ und bei einer dimensionslosen Betrachtung unterscheiden sie sich nicht voneinander.

<sup>B</sup>  $Q_u = \frac{\dot{q}_v R^2}{\lambda(T_0 - T_U)}$

## V Simulationsrechnungen

Die Genauigkeit einer Messung ist von vielen Faktoren abhängig, u. a. von der verwendeten inversen Auswertemethode und vom mathematischen Modell. Die genaue Kenntnis der Stoffeigenschaften hat auch Einfluss auf die Genauigkeit der Messung.

Um die Genauigkeit der Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten bei der Sprühhkühlung möglichst vielseitig zu betrachten, sind Untersuchungen der Auswertemethode und der Versuchsbedingungen, wie z. B. Dicke, Stoffeigenschaften des Bleches und der Beschichtung notwendig.

Bei der Auswertung von transienten Temperaturmessungen ist die genaue Größe der gemessenen Temperatur unbekannt. Die Bestimmung des WÜK wird dadurch erschwert, da sich der Fehler der Messung und der Fehler der Auswertemethode summieren. Aus diesem Grund werden simulierte Messungen mit bekannten vorgegebenen Parametern ausgewertet, um den Auswertalgorithmus zu testen. Die Parameterwerte werden unter der Verwendung der abgeleiteten dimensionslosen Größen systematisch in einem Testprogramm variiert.

Da die Simulationsergebnisse kein Messrauschen enthalten, wird die Glättung des Messsignals extra behandelt. Um die Simulationen möglichst nahe an dem praktischen Anwendungsfall, Bestimmung von WÜK mittels eines dünnen Bleches, zu gestalten, ist die Kenntnis realer Versuchsbedingungen notwendig. Unter Versuchsbedingungen sind die Wärmeverluste der „trockenen“ Seite, die Dicke und Stoffeigenschaften der Lackschicht und des Bleches, Wärmequellenleistung usw. zu verstehen. Mittels der Simulationsrechnungen wird die Anwendung von 1D- und 2D-Auswertemethoden beurteilt.

Man kann auch einen anderen Weg gehen, um die Notwendigkeit von mehrdimensionalen inversen Methoden zu überprüfen. Die Sensitivitätskoeffizienten (siehe auch Anhang G) können auch Information über die Genauigkeit der mehrdimensionalen Auswertung liefern.

### V.1 Bestimmung der Wärmeverluste

Zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{tr}$  wurde ein speziell für diesen Zweck angefertigtes Blech verwendet. Es ist beidseitig mit schwarzem Lack beschichtet. Auf diese Weise werden symmetrische Wärmeübergangsbedingungen definiert. Die so bestimmten Wärmeverluste der „trockenen“ Seite sind auf ein einseitig beschichtetes Blech übertragbar unter der Voraussetzung, dass der WÜK von der Temperatur abhängig ist. Unter Verwendung des stationären Messverfahrens wird die Temperatur  $T_{tr}$  aufgenommen. Die Wärmestromdichte  $\dot{q}_{tr}$  errechnet sich wegen der Symmetrie wie folgt:

$$\dot{q}_V V = \dot{q}_{tr} 2A_B; \quad \dot{q}_{tr} = \dot{q}_V \frac{s_B}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha_{tr} = \frac{\dot{q}_{tr}}{T_{y=0} - T_U} \quad (V.1)$$

Die Ergebnisse dieser Versuche sind im Diagramm V-1 dargestellt. Die Resultate eigener Messungen sind mit experimentellen Werten von [2] und theoretisch berechneten Werten [38] verglichen. Die theoretischen Werte ergeben sich durch die Summe der Wärmen, die durch Strahlung und Konvektion zwischen dem Körper und der Umgebung übertragen werden. Der Konvektionsanteil der Wärme wird mittels einer empirischen Nu – Gleichung ermittelt. Für den Fall Wärmeübergang bei freier Konvektion an einer senkrechten Platte wurde die Gleichung von Michejew [38] ausgewählt. Um die Wärmeverluste als Funktion der Temperatur zu bestimmen, muss die Temperaturabhängigkeit der Stoffeigenschaften bekannt sein. Aus diesem Grund wurden polynomische Gleichungen erstellt, die die Temperaturabhängigkeit der einzelnen Stoffwerte von Luft berücksichtigen. Die Stoffwerte gehen als Größen in die Definitionsgleichungen der Pr – und der Gr–Zahl ein.

$$Pr = \frac{\nu}{a} \text{ - Prandtl - Zahl; } Nu = \frac{\alpha l_{ch}}{\lambda} \text{ - Nusselt-Zahl; } Gr = \frac{\beta g | \varrho_F - \varrho_U | l_{ch}^3}{\nu^2} \text{ - Grashof - Zahl;}$$

Die Berechnung zeigt, dass für den Temperaturbereich 60 °C ÷ 700 °C die Gültigkeitsbedingungen,  $5.10^2 < Gr.Pr < 2.10^7$  und  $Pr > 0,68$ , für die folgende Kennzahlgleichung erfüllt sind:

$$Nu = 0,540(GrPr)^{1/4}$$

Mit Hilfe der obigen Gleichung und der Definitionsgleichung der Nu-Zahl wird der Wärmeübergangskoeffizient in Abhängigkeit von der Temperatur bestimmt und die Wärmestromdichte bei freier Konvektion berechnet.

Die Berechnung für den Strahlungsanteil der Wärme erfolgt unter der Voraussetzung, dass die Fläche des Versuchskörpers viel kleiner ist als die Fläche der Umgebung.

$$\dot{q}_{str} = \varepsilon(T)\sigma_s(T_{y=0}^4 - T_U^4) \quad (V.2)$$

Der Emissionsgrad  $\varepsilon(T)$  wird experimentell in Abhängigkeit von der Temperatur bestimmt. Die Summe der flächenbezogenen Wärmen von freier Konvektion und Strahlung ist die theoretisch bestimmte Wärmeabgabe der trockenen Seite, die im Diagramm V-1 dargestellt ist. Unter der weiteren Voraussetzung, dass die Luft und die umgebenden Gegenständen eine einheitliche Temperatur aufweisen, kann der gesamte Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_{tr}(T)$  der trockenen Seite bestimmt werden.

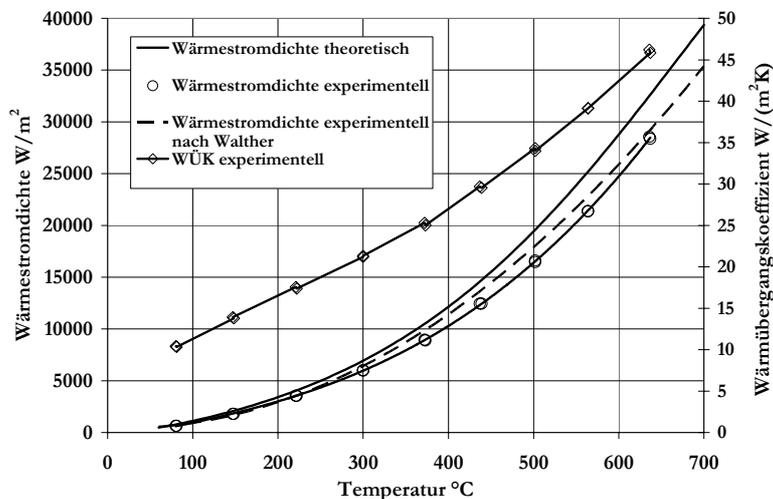


Diagramm V-1: Wärmeverluste der „trockenen“ Seite

Der Gesamtwärmeübergangskoeffizient  $\alpha_{tr}(\vartheta)$  lässt sich sehr gut mittels eines Polynoms dritten Grades beschreiben:

$$\alpha_{tr}(\vartheta) = 8,24 \cdot 10^{-8} \vartheta^3 - 4,09 \cdot 10^{-5} \vartheta^2 + 5,52 \cdot 10^{-2} \vartheta + 6,23 \quad (V.3)$$

Das Polynom wird bei den Simulationen eingesetzt.

## V.2 Glättung der Messdaten. Vorfilterung

Das Problem zur Glättung der Messdaten wurde bereits im Abschnitt II.3 kurz angesprochen. Abgesehen von der inversen Methode, die selbst durch die Anwendung von zukünftigen Schritten regularisierend (glättend) wirkt, werden die Messdaten vorgefiltert. Die Vorfilterung ist unumgänglich, wenn zur Auswertung der Daten die einfachste Methode beschrieben im Abschnitt II.2 verwendet wird. Das Messrauschen kann Schwankungen im zu bestimmenden Parameter verursachen, die auch zu negativen Werten führen.

Drei Glättungsalgorithmen, die sehr einfach programmiertechnisch umzusetzen sind, werden an einem Datensatz getestet. Es handelt sich um Glättung der Daten mit der Zeit. Eine ortsabhängige oder gemischte (Zeit und Ort) Glättung wird nicht untersucht.

Die erste Möglichkeit, die Messdaten zu glätten, ist ähnlich der von Beck [6] vorgeschlagenen Mittelung der Werte.

$$T_t^k = \frac{T_{t-1}^k + 2T_t^{k-1} + T_{t+1}^{k-1}}{4}$$

$$T_0^k = \frac{2T_t^{k-1} + T_{t+1}^{k-1}}{3}$$

$$T_{t_{\max}}^k = \frac{T_{t-1}^k + 2T_t^{k-1}}{3}$$

Die Daten werden k - mal iterativ gemittelt. Ein Kriterium zur Bestimmung der Anzahl der Iterationen wird nicht verwendet. Der Grad der Glättung ist visuell zu schätzen.

Die Beschreibung der anderen zwei Methoden passt zu der Beschreibung der „sequential“-FSM. Der Verlauf der gemessenen Größe in einem Zeitsegment mit r - Messungen wird durch ein Polynom beschrieben. Es sind die Koeffizienten des Polynoms zu bestimmen und die neuen geglätteten Werte der gemessenen Größe für das Zeitsegment mittels des Polynoms zu berechnen. Dann wiederholt sich die Prozedur für das nächste Segment von  $t=t+1$  bis  $t=t+p+1$  usw. Der Algorithmus wird mit einer linearen Funktion und mit einem Polynom dritten Grades getestet. Die Prozedur kann wie bei der einfachen Mittelung k - mal wiederholt werden.

Die Bestimmung der Polynomkoeffizienten erfolgt mittels üblicher Regressionsanalyse-Techniken.

Für ein Polynom zweiten Grades

$$T(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 \quad (\text{V.4})$$

sind die Koeffizienten  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  zu bestimmen. Dies erfolgt durch Minimierung der Summe der Fehlerquadrate.

$$L(\beta_0, \beta_1, \beta_2) = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \sum_{i=1}^n (T_i - \beta_0 - \beta_1 t_i - \beta_2 t_i^2)^2 \quad (\text{V.5})$$

Es sind Schätzwerte  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$  für  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  zu gewinnen, sodass  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$  Lösung des Minimierungsproblems Gl. (V.6) sind.

$$L(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = \min(L(\beta_0, \beta_1, \beta_2) : \beta_0 \in \mathbb{R}, \beta_1 \in \mathbb{R}, \beta_2 \in \mathbb{R}) \quad (\text{V.6})$$

Die Bestimmung der Koeffizienten  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$  ist im Anhang A beschrieben

Zur Testung der drei Glättungsalgorithmen wurde ein Datensatz ausgesucht, der eine plötzliche Änderung des gemessenen Parameters enthält. Es handelt sich um die Temperaturänderung eines beheizten Bleches nach einem kurzen Sprühstrahlschuss. Die Glättung der Temperatur erfolgt unter folgenden Bedingungen:

- Einfache Mittelung - k = 40 Iterationen.
- Linear - In einem Segment sind p=3 Messpunkte enthalten. Die dargestellte Glättung wird nach k = 300 Iterationen erreicht. Das Zeitintervall der Messung beträgt  $\Delta h = 0,00133$  s. Mit diesem Zeitintervall werden mit der polynomischen Glättung ziemlich instabile Ergebnisse erzielt. Aus diesem Grund wird mit  $\Delta h = 10$  s gerechnet.
- Polynomisch - Ein Segment fasst p = 8 Punkte in einem Polynom zusammen. Das nachfolgende Segment enthält die Punkte von  $t=t+1$  bis  $t=t+p+1$ . 15 Iterationen werden durchgeführt. Zeitintervall zwischen zwei Punkten  $\Delta h = 10$  s.

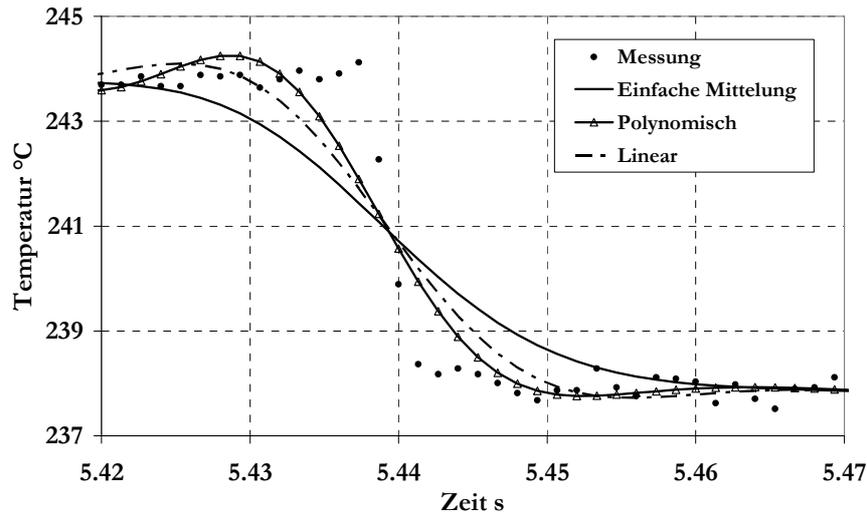


Diagramm V-2: Vergleich der Glättungsmethoden

Das Kriterium zur Wahl der Anzahl der Iterationen und der Anzahl der Messwerte in einem Segment ist ein Optimum zwischen maximaler Glättung des Rauschens und minimalem Einfluss auf das Nutzsignal. Das Optimum wird visuell geschätzt. Bei Erhöhung der Iterationen bügelt die einfache Mittelung nicht nur das Rauschen sondern auch den Sprung in der Temperatur weg. Um das Verhalten der linearen und der polynomischen Glättungen zu veranschaulichen, wird der Vergleich im Diagramm V-2 in einem anderen Maßstab (Diagramm V-3) dargestellt.

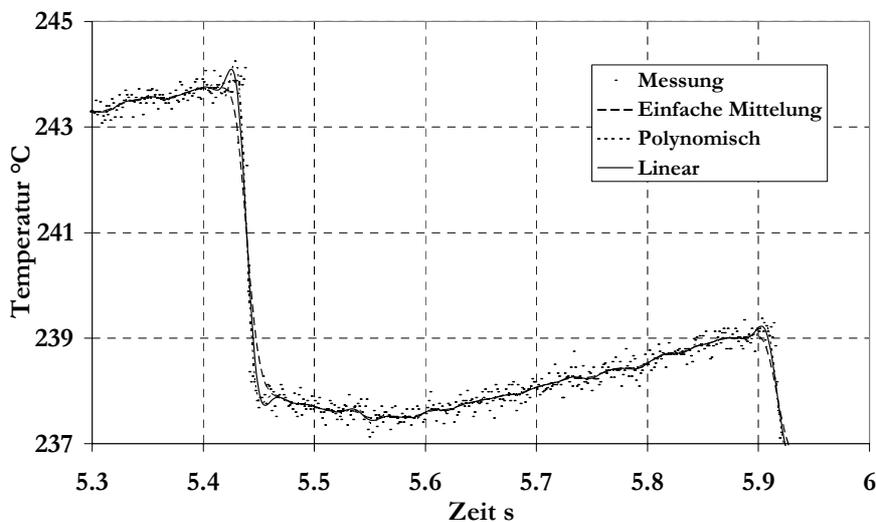


Diagramm V-3: Lineare und polynomische Glättung

Die beiden letzten Glättungsmethoden meistern den Sprung selbst besser aber vor (Diagramm V-4) und nach (Diagramm V-5) dem Sprung treten Instabilitäten auf. Besonders die polynomische Glättung wird immer instabiler mit Erhöhung der Anzahl der Iterationen und Senkung der Messwerte in einem Segment. Der Versuch, das Resultat mittels einer Kombination zwischen der polynomischen und der einfachen Mittelung zu verbessern ist fehlgeschlagen (nicht dargestellt). Die fehlende Information zwischen den Messpunkten des Sprunges ist schwierig zu ersetzen.

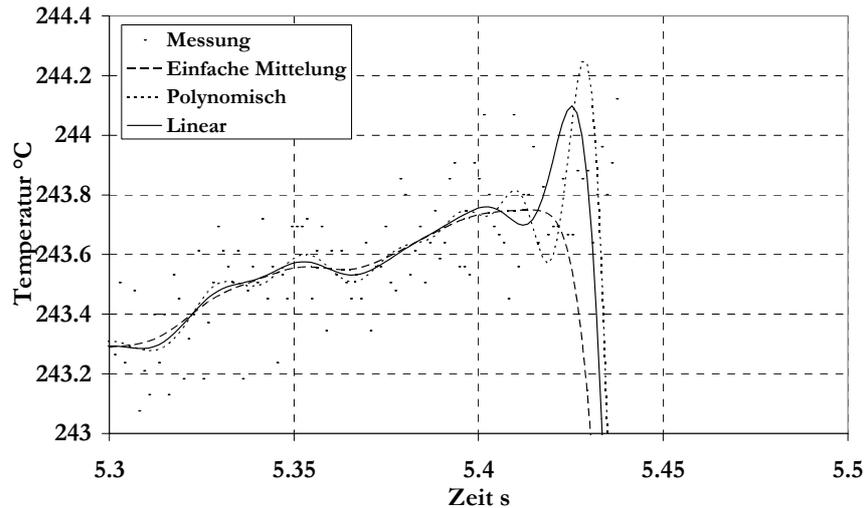


Diagramm V-4: Glättung der Messdaten vor dem Sprung

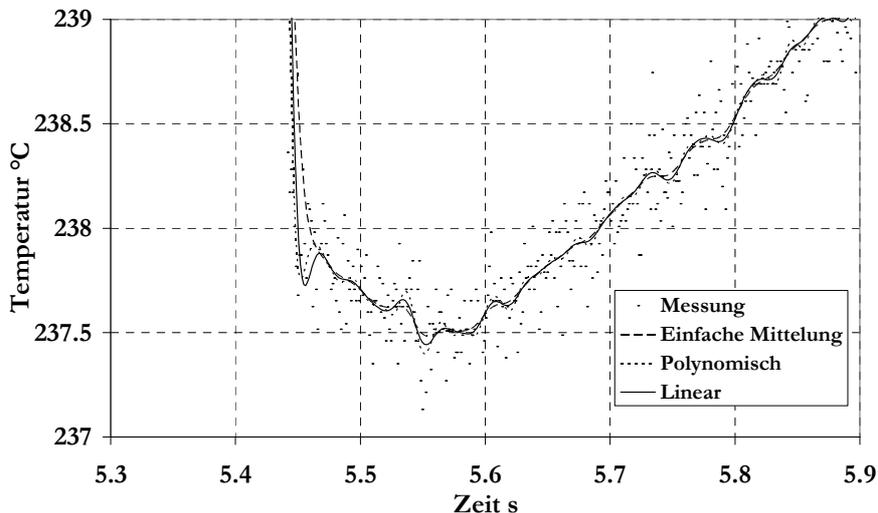


Diagramm V-5: Glättung der Messdaten nach dem Sprung

Die beste Möglichkeit, das Ergebnis der Glättung zu verbessern, ist die Messung mit einer höheren zeitlichen Auflösung zu wiederholen. Falls eine höhere Auflösung messtechnisch nicht realisierbar ist, können zusätzlichen Punkte nach einer linearen Approximation zwischen den Punkten des Sprungs eingefügt werden. Das Ergebnis bei sonst gleichen anderen Bedingungen ist im Diagramm V-6 zu sehen. Der Zeitschritt  $\Delta h$  ist nicht mehr konstant über der gesamten Messzeit. Die Änderung des Zeitschrittes wird bei der einfachen Mittelung nicht berücksichtigt. Trotzdem ist eine deutliche Verbesserung der Glättung mit der einfachen Mittelung zu beobachten. Der variable Zeitschritt wird bei der linearen und polynomischen Glättung berücksichtigt<sup>A</sup>. Deswegen ist es Enttäuschend, dass die Methode mit dem größten programmertechnischen Aufwand, die polynomische Glättung, das schlechteste Ergebnis zeigt. Die lineare Glättung ist nur geringfügig besser als die einfache Mittelung. Bei der Auswertung der Messdaten können die Zusatzpunkte von der geglätteten Kurve wieder herausgenommen werden.

<sup>A</sup> Der variable Zeitschritt wird mit  $10/0,001333$  multipliziert um die Bedingungen des ersten Vergleichs beizubehalten.

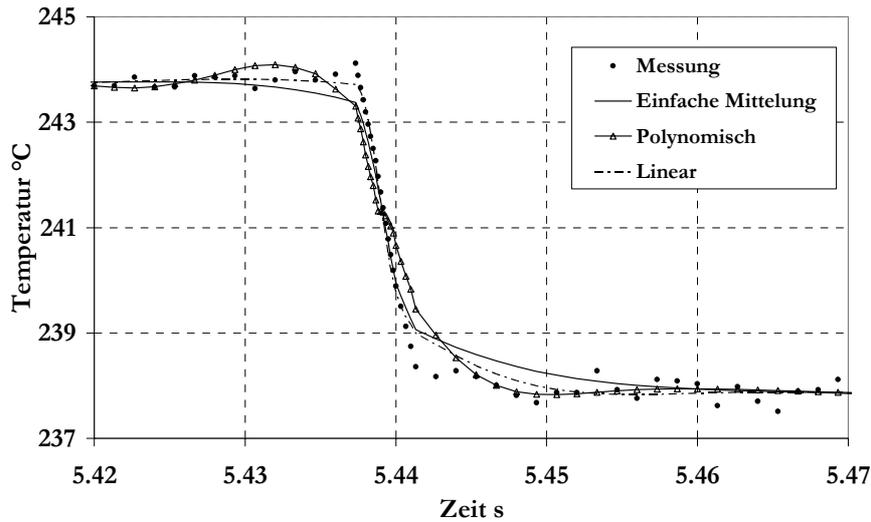


Diagramm V-6: Vergleich der Methoden mit Zusatzpunkten

Man kann zusammenfassen, dass bei einer angemessenen Auflösung der Messdaten mit dem linearen Glättungsverfahren eine gute Glättung der Messdaten erreicht werden kann.

### V.3 Stationäre Simulationsrechnungen

#### V.3.1 Versuchsprogramm

Zur Bestimmung von WÜK wird neben der instationären auch eine stationäre Messmethode (siehe Abschnitt II.2) eingesetzt. Um die möglichen Fehlerquellen bei der Verwendung der Methode aufzuspüren und die Messanordnung entsprechend optimal zu gestalten, sind systematische Simulationsrechnungen notwendig. Der Zusammenhang zwischen den einzelnen Einflussgrößen ist mit dem mathematischen Modell gegeben. Die dimensionslosen Einflussgrößen, die das Temperaturfeld bestimmen und dadurch indirekt die Genauigkeit der Bestimmung von WÜK beeinflussen, wurden im Abschnitt IV.2.1 aus der stationären Wärmeleitgleichung mit Quelle abgeleitet.

Die Notwendigkeit direkter Simulationen ist durch die Tatsache bedingt, dass bei einer Messung der genaue Wert des gesuchten Parameters unbekannt ist. Bei einer Simulation wird die Abkühlung durch die Vorgabe des gesuchten Parameters realisiert. Folglich können bei der Auswertung der mit der Simulation gewonnenen Messdaten die Abweichungen vom vorgegebenen Wert und deren Ursachen beurteilt werden. Das systematische Vorgehen bei der Durchführung von Simulationsrechnungen besteht darin, den Einfluss der einzelnen Einflussgröße getrennt von der Wirkung der restlichen Einflussgrößen zu bestimmen und den Zusammenhang zwischen den Einflussparametern zu verfolgen. Im Ergebnis können bei der Vorbereitung von Experimenten z. B. die Dicke und das Material des Bleches so gewählt werden, dass die Querleitung vernachlässigt werden kann. Gleichzeitig kann der Einfluss der Stoffeigenschaften und der Dicke der Lackbeschichtung mitberücksichtigt werden.

Die dimensionslosen Einflussgrößen bei der stationären Messmethode sind:

$$\Theta = \Theta(\bar{r}; \bar{y}; \bar{Y}_L; \bar{Y}_B; Bi_{sp,max}; Bi_{tr}; \lambda_L/\lambda_B; \alpha_{min}/\alpha_{max}) \quad (V.7)$$

Die Einflussgrößen sind wichtig, weil der WÜK mittels indirekten Temperaturmessungen bestimmt wird. Der Wärmeübergangskoeffizient ist nur eine Funktion der Oberflächentemperatur der „feuchten“ Seite. Diese Temperatur ist direkt nicht messbar und wird mittels der Berechnung des gesamten Temperaturfeldes des Versuchsbleches bestimmt. Unter Berücksichtigung der gegebenen dimensionslosen Größen, mit vorgegebenem WÜK, wird die Genauigkeit der Bestimmung des Temperaturfeldes untersucht, dessen Teil die Oberflächentemperatur und die daraus folgende Wärmestromdichte der „feuchten“ Seite sind.

Um die Wirkung der einzelnen Einflussparameter zu untersuchen, wird jede einzelne Einflussgröße variiert und die restlichen konstant gehalten. Da eine nichtlineare Abhängigkeit des untersuchten Einflussparameters mindesten drei Punkte erfordert, sind  $3^6 = 729$  Simulationsrechnungen und genau so viele Auswertungen notwendig, um alle 6 Einflussgrößen zu untersuchen. Deshalb wurde unter Berücksichtigung des praktischen Anwendungsfalls das Untersuchungsgebiet eingegrenzt.

Das Verhältnis  $\alpha_{\min}/\alpha_{\max}$  ist die Ursache für die Entstehung der Querwärmeleitung. Die Änderung der Größe des Verhältnisses wird die mit der Querleitung verbundenen Vorgänge quantitativ verstärken oder vermindern ohne diese qualitativ zu verändern<sup>A</sup>. Mit dieser Begründung wird das Verhältnis  $\alpha_{\min}/\alpha_{\max}$  für alle Simulationsrechnungen unverändert gehalten. Es ist auch zu bemerken, dass große örtliche Unterschiede im WÜK zum Zusammenbrechen des Dampfes<sup>B</sup> und zu einem instationären Ablauf des Versuches führen können. Für den Grenzfall des Verhältnisses  $\alpha_{\min}/\alpha_{\max} = 1$  - keine Querwärmeleitung, reduziert sich das Problem zu einem 1D-Fall. Nach diesen Überlegungen wurde trotzdem ein relativ mäßiger Wert  $\alpha_{\min}/\alpha_{\max} = 0,1$  gewählt, um den Hauptgrund - die Querwärmeleitung für die stationären Simulationen zu verstärken.

Die Wärmeverluste der „trockenen“ Seite werden mittels  $Bi_{tr}$  dargestellt. Die Methode zur Bestimmung von  $\alpha_{tr}(\vartheta)$  wurde im Abschnitt V.1 beschrieben. Es wird von der Tatsache ausgegangen, dass die Bedingungen für die Wärmeverluste durch Strahlung und Konvektion der „trockenen“ Seite unbeeinflusst von den restlichen Versuchsbedingungen<sup>C</sup> bleiben. Unter der Voraussetzung, dass der Emissionskoeffizient der „trockenen“ Seite konstant ist, sind die Wärmeverluste nur von der Temperatur abhängig. Um die Temperaturabhängigkeit und eventuell den Einfluss einer fehlerhaften Bestimmung von  $\alpha_{tr}(\vartheta)$  zu untersuchen, sind zwei Grenzwerte für  $Bi_{tr}$  für die Simulationen (siehe Tabelle V-1) vorgesehen.

Das Verhältnis  $\lambda_L/\lambda_B$  kann im allgemeinen Werte in einem sehr großen Intervall annehmen. Um das Intervall einzugrenzen, wurden thermoanalytische Untersuchungen der Stoffeigenschaften der Lackbeschichtung durchgeführt. Da die Bestimmung der Stoffeigenschaften sich als ziemlich kompliziertes Problem erwiesen hat, wurde die Wärmeleitfähigkeit der Lackbeschichtung nur grob mit  $\lambda_L = 0,19 \text{ W/(mK)}$  bestimmt. Der andere Grund, die Untersuchungen von  $\lambda_L$  nicht mehr zu vertiefen, war die Tatsache, dass auch unter identischen Beschichtungsbedingungen der Wert von  $\lambda_L$  von einer zur anderen Beschichtung sich verändern kann. Außerdem könnte der Aufwand, präzise Messungen von  $\lambda_L$  durchzuführen, umsonst sein, wenn sich herausstellt, dass die Lackbeschichtung nur einen geringen Einfluss auf die Bestimmung des WÜK hat. Es ist deutlich effektiver, zuerst Simulationsrechnungen mit Werten um den grob bestimmten Wert durchzuführen und dann bei Bedarf die Untersuchungen zu vertiefen.

Bei der Wahl von  $\lambda_B$  wird angenommen, dass deren Wert zwischen 20 und 200 W/(mK) liegen kann. Die Wahl ist dadurch bedingt, dass das Blech in den meisten Fällen aus Metall mit hohem elektrischem Widerstand gefertigt wird.

Im Endeffekt wurden ein oberer und ein unterer Grenzwerte für das Verhältnis  $\lambda_L/\lambda_B$  (siehe Tabelle V-1) für die Simulationen gewählt. Es wird angenommen, dass der zwischen den beiden Werten erfasste Bereich sowohl den Fehler der groben Bestimmung von  $\lambda_L$  als auch die möglichen Änderungen von  $\lambda_L$  durch die Verwendung von anderen Stoffen zur Beschichtung des Bleches erfasst.

Bei der Wahl der möglichen Abmessungen des Bleches und der Lackbeschichtung wurden folgende Kriterien berücksichtigt: Die Wärmeleitung in Körpern mit Abmessungen unter  $1 \mu\text{m}$  gehört zu den Wärmeleitprozessen auf Mikroebene und kann mit dem in dieser Arbeit angewandten mathematischen

---

<sup>A</sup> Qualitative Änderung tritt erst dann ein, wenn der WÜK vom Radius  $r=0$  zum Radius  $r=R$  steigt.

<sup>B</sup> Die stationären Simulationsrechnungen sind so ausgelegt, dass ihre Ergebnisse für Versuche oberhalb des Leidenfrost-Punktes gültig sind. In diesem Bereich der Siedekurve ist der WÜK unabhängig von der Temperatur. Die für die Simulationen vorausgesetzte lineare örtliche Abhängigkeit des WÜK kann von einer ungleichmäßigen Wasserbeaufschlagungsdichte ausgelöst werden.

<sup>C</sup> Eine unwesentliche Änderung ist zu erwarten, wenn die Messposition des Bleches von senkrecht auf waagrecht umgestellt wird. In dem Fall werden sich die Wärmeverluste durch freie Konvektion ändern.

Modell nicht richtig beschrieben werden. Bei der Bestimmung der oberen Grenze spielen andere Gründe eine entscheidende Rolle. Es ist immer das Streben vorhanden, möglichst dünne Versuchsbleche zu verwenden, um eine einheitliche Blechtemperatur zu gewährleisten und die Auswertung zu entlasten. Jedoch kann unter großen thermischen Belastungen das dünne Blech deformiert werden. Die Deformation kann das Abkühlverhalten verändern und/oder die Lackbeschichtung beschädigen. Aus diesem Grund werden bei Bedarf auch etwas dickere Bleche eingesetzt. Daher werden für die Simulationen Bleche zwischen 30<sup>A</sup> µm und 6 mm untersucht. Die entsprechend berechneten Werte des Simplexes  $\bar{Y}_B$  sind in Tabelle V-1 gegeben.

Messungen der Dicke der Lackschicht wurden ebenfalls vorgenommen [124]. Dabei ergaben sich Lackschichtdicken je nach Beschichtungsverfahren zwischen 5 und 30 µm. Dementsprechend wurden bei der Wahl von  $\bar{Y}_L$  die genannten Abmessungen berücksichtigt.

Dimensionsbehaftet						
	Blechdicke m	Lackschichtdicke m	$\lambda_B$ W/(mK)	$\lambda_L$ W/(mK)	$\alpha_{tr}$ W/(m <sup>2</sup> K)	$\alpha_{sp}$ W/(m <sup>2</sup> K)
min	3*10 <sup>-5</sup>	3*10 <sup>-6</sup>	20	0,2	10	66
max	0,006	3*10 <sup>-5</sup>	200	2	60	6666
Dimensionslos						
	$\bar{Y}_B$	$\bar{Y}_L$	$\lambda_L/\lambda_B$	$Bi_{tr}$	$Bi_{sp,max}$	
Charakteristische Länge R=0,03						
min	0,001	0,0001	0,001	0,03*10/2≈0,1	0,03*666/200=0,1 <sup>B</sup>	
max	0,2	0,001	0,1	0,03*60/0,2≈10	0,03*6666/20=10	

Tabelle V-1: Untersuchungsbereich der stationären Simulationen

$Bi_{sp,max}$  ist die dimensionslose Größe, die den zu bestimmenden Parameter  $\alpha_{sp}$  enthält. Der WÜK der „feuchten“ Seite  $\alpha_{sp}$  kann sich in einem breiten Bereich ändern. Oberhalb des Leidenfrostpunktes reicht dieser bei Einstoffdüsen und Wasser als Kühlmittel [2, 3] von etwa 100 W/(m<sup>2</sup>K) bis zu Werten von mehr als 2500 W/(m<sup>2</sup>K) bei Wasser-Luft-Düsen [4]. Um das gesamte Feld von möglichen Änderungen des WÜK zu erfassen, wird  $\alpha_{sp}$  für die Simulationen zwischen 66 und 6666 W/(m<sup>2</sup>K) variiert.

Zusammenfassend sind die getroffenen Annahmen und die daraus abgeleiteten dimensionslosen Einflussgrößen in Tabelle V-1 dargestellt. Die errechneten Werte der dimensionslosen Einflussgrößen sind Grenzwerte.

Das Testprogramm erfolgt in mehreren Schritten. Die rechnerische Seite beinhaltet die Vorgabe der gewählten dimensionslosen Einflussgrößen und die direkte Bestimmung des Temperaturfeldes. Die berechneten dimensionslosen Temperaturen der „trockenen“ Seite des Bleches  $\Theta(\bar{r},0)$  werden als Messdaten bei der Auswertung genutzt. Die Auswertung erfolgt mittels drei Auswertetechniken. Die erste Auswertemethode ist im Abschnitt II.2 ausführlich beschrieben. Es handelt sich um eine 1D-Methode mit Berücksichtigung der Lackschicht. Bei der zweiten Auswertung handelt es sich um die gleiche Methode, aber die Lackschicht wird vernachlässigt. Die dritte Auswertemethode ist im Kap. III beschrieben. Das ist die „sequential“-FSM mit Sensitivitätskoeffizienten bestimmt mittels Gl. (III.23). Der relative Fehler der Bestimmung des WÜK für alle drei Auswertemethoden wird wie folgt berechnet:

$$\delta(\bar{r}) = 100 \frac{\alpha_{sp,Vorgabe}(\bar{r}) - \alpha_{sp,Auswertung}(\bar{r})}{\alpha_{sp,Vorgabe}(\bar{r})} \quad (V.8)$$

Die Netzunabhängigkeit der direkten Lösung wurde überprüft, um den Einfluss des numerischen Fehlers zu minimieren. Die Netzunabhängigkeit wurde an einem Fall mit vergleichsweise großem

<sup>A</sup> Es sind Untersuchungen mit einer 25 µm dünnen Folie veröffentlicht [104].

<sup>B</sup> Die  $Bi_{sp,max}$ -Zahl ist mit  $\alpha_{max}$  der „feuchten“ Seite definiert. Demzufolge um den  $\alpha_{min}$  zu bestimmen ist das Verhältnis  $\alpha_{min}/\alpha_{max}$  zu berücksichtigen.

Temperaturgradienten überprüft. Die Vorgehensweise und die Testergebnisse sind im Anhang B zusammengestellt.

$\bar{Y}_L = 0,0001$									
Maximaler (oben) und mittlerer (unten) relativer Fehler % 2D/1D/1D mit Lack		$\bar{Y}_B$				$\alpha_{\min}/\alpha_{\max} = 0,1$			
		0,2		0,001					
$Bi_{sp,max}$	10	10/135/135 1/28/28 ♣	13/146/145 1/32/32	0/9/9 0/0/0 ♣	0/12/12 0/1/1	10	$Bi_{tr}$		
		13/145/145 1/32/32	13/145/145 1/32/32	0/12/12 0/1/1	0/12/12 0/1/1 ♦	0,1			
	2	8/182/182 1/37/37	9/207/207 1/44/44	0/14/14 0/1/1	0/30/30 0/3/3	10			
		9/207/207 1/44/44	9/207/207 1/44/44	0/30/30 0/3/3	0/30/30 0/3/3 ♦	0,1			
	0,1	5/214/214 0/42/42	6/256/255 0/53/53	0/17/17 0/1/1 ♠♥	1/98/98 0/15/15 ♠	10			
		6/255/255 0/53/53	6/256/256 0/53/53	1/98/98 0/15/15 ♥	0/107/107 0/18/18 ♦	0,1			
			0,1	0,001	0,1	0,001			
	$\lambda_L/\lambda_B$								
	$\bar{Y}_L = 0,001$								
	Max. und mittlerer relativer Fehler % 2D/1D/1D mit Lack		$\bar{Y}_B$					$\alpha_{\min}/\alpha_{\max} = 0,1$	
			0,2		0,001				
	$Bi_{sp,max}$	10	10/138/135 1/27/28	13/148/145 1/31/32	0/10/9 0/1/1	0/13/12 0/1/1		10	$Bi_{tr}$
13/145/145 1/32/32			13/145/145 1/32/32	0/13/13 0/1/1	0/12/12 0/1/1	0,1			
2		8/185/182 1/37/37	9/210/207 1/44/44	0/16/15 0/1/1	0/31/30 0/2/3	10			
		9/207/207 1/44/44	9/207/207 1/44/44	0/31/31 0/3/3	0/30/30 0/3/3	0,1			
0,1		6/217/214 0/42/42	6/259/255 0/53/53	0/20/18 0/1/1	0/100/98 0/15/15	10			
		6/255/255 0/53/53	6/256/256 0/53/53	0/101/101 0/16/16	0/107/107 0/18/18	0,1			
		0,1	0,001	0,1	0,001				
$\lambda_L/\lambda_B$									

Tabelle V-2: Maximaler und mittlerer relativer Fehler in Abhängigkeit von den dimensionslosen Einflussgrößen

Die Simulation enthält mehrere Einflussgrößen. Eine vernünftige Darstellung von mehr als drei Einflussparametern ist immer problematisch, ist aber sehr wichtig für die Analyse der Ergebnisse. Aus diesem Grund wurden mehrere Darstellungsmöglichkeiten gewählt.

Die entwickelte tabellarische Fassung der Ergebnisse lässt bequem den Einfluss einer dimensionslosen Größe getrennt von der Wirkung der restlichen Größen verfolgen. Gleichzeitig können auch mögliche Abhängigkeiten zwischen den Einflussgrößen festgestellt werden.

Anhand Tabelle V-2 lässt sich feststellen, welche Einflussgrößen den größten Einfluss auf die Bestimmung des Temperaturfeldes ausüben. Die Simulationen sind zuerst nur mit zwei Grenzwerten durchgeführt worden. Diese Vorgehensweise spart einerseits Rechenzeit aber andererseits wird keine

Information über die Art (linear, Potenzfunktion usw.) der Abhängigkeit des Fehlers von der dimensionslosen Größe gewonnen. Demzufolge werden die Einflussgrößen, die eine erhebliche Änderung des Fehlers zwischen den beiden Grenzwerten aufweisen, weiter untersucht. Zusätzliche Simulationen zwischen den Grenzwerten für ausgewählte Einflussgrößen wurden durchgeführt. Die jeweiligen Grenzwerte sind mit bestimmten Symbolen (♣, ♦, ♥, ♠) markiert. Die gleiche Symbolik wurde in Tabelle V-3 verwendet.

$\bar{Y}_B$	0,2	0,1	0,01	0,005	0,001
Max. und mittlerer relativer Fehler % 2D/1D/1D mit Lack	10/135/135 1/28/28 ♣	2/102/101 0/17/17	0/35/35 0/3/3	0/24/24 0/2/2	0/9/9 0/0/0 ♣
$B_{i_{sp,max}}$	10	6	2	1	0,5
Max. und mittlerer relativer Fehler % 2D/1D/1D mit Lack	0/12/12 0/1/1 ♦	0/17/17 0/1/1	0/30/30 0/3/3	0/42/42 0/4/4	0/57/57 0/7/7
$\lambda_I/\lambda_B$	0,1	0,05	0,01	0,005	0,001
Max. und mittlerer relativer Fehler % 2D/1D/1D mit Lack	0/17/17 0/1/1 ♠	0/27/26 0/2/2	1/59/59 0/7/7	0/74/74 0/10/10	1/98/98 0/15/15 ♠
$B_{i_{tr}}$	10	6	2	0,5	0,1
Max. und mittlerer relativer Fehler % 2D/1D/1D mit Lack	0/17/17 0/1/1 ♥	1/24/24 0/2/2	0/43/43 0/4/4	1/75/75 0/10/10	1/98/98 0/15/15 ♥

Tabelle V-3: Änderung des Fehlers in Abhängigkeit von gewählten Einflussgrößen

Die Tabelle V-3 zeigt die Ergebnisse der feineren Aufteilung der Einflussgrößen. Die erwähnten Symbole dienen als Querverweise zwischen Tabelle V-2 und Tabelle V-3. Die Symbole zeigen die Grenzwerte und dienen als Orientierung, welche unabhängige Einflussgröße feiner untersucht wurde.

### V.3.1.1 Diskussion der Ergebnisse

Die Temperaturfelder sind numerisch simuliert. Trotz der Netzunabhängigkeitsuntersuchungen und des Vergleiches mit der analytischen<sup>A</sup> Lösung ist immer mit einem numerischen Fehler zu rechnen. Dieser Fehler wird von dem verwendeten numerischen Verfahren und von der gewählten Genauigkeit des Abbruchkriteriums beeinflusst. Die 2D-Auswertung erfolgt mit der „sequential“-FSM. Zusätzlich zu dem Fehler der direkten numerischen Lösung kommt die Unsicherheit des verwendeten Optimierungsverfahrens. Für die numerischen Simulationen wird angenommen, dass der Fehler der direkten numerischen Lösung gering ist.

Der Fehler bei der Auswertung der Daten mittels der 1D-Methoden<sup>B</sup> ist durch die getroffenen Vereinfachungen des mathematischen Modells bedingt. Die Lösung selbst ist aber exakt und enthält keinen Fehler. Ganz anders ist die Situation bei der mehrdimensionalen Auswertung der Daten. Das Auswertemodell entspricht vollständig dem vorgegebenen Modell, aber das zu lösende Problem ist ein inkorrekt gestelltes Problem. Hinsichtlich der Genauigkeit sind durch den Einsatz von anderen inversen Techniken (Optimierungsmethoden) sicherlich sowohl bessere als auch schlechtere Genauigkeiten der Auswertung zu erreichen. Das Ziel der Simulationen ist, zu zeigen, in welchen Fällen die Anwendung von mehrdimensionalen Auswertemethoden notwendig ist und dass dadurch bessere Ergebnisse im Vergleich zu den 1D-Auswertemethoden erreicht werden. Die in Tabelle V-2 und Tabelle V-3 dargestellten Ergebnisse wurden mit den in dieser Arbeit eingesetzten inversen Methoden bestimmt. Sie sollen im Folgenden in Bezug auf die einzelnen Einflussgrößen bewertet werden.

<sup>A</sup> Die in der analytischen Lösung enthaltenen Bessel -Funktionen werden mittels unendlicher Reihen berechnet. In dem Sinne ist die analytische Lösung keine exakte Lösung.

<sup>B</sup> 1D-Lösungen mit und ohne Berücksichtigung der Lackschicht.

➤ Einfluss der Lackschichtdicke  $\bar{Y}_L$ .

Bei der Betrachtung der Tabelle V-2 sieht man, dass die Lackschichtdicke bei allen möglichen Kombinationen von Einflussgrößen eine unbedeutende Auswirkung auf den Fehler hat. Geringe Unterschiede zwischen dem Fehler der 1D- und 1D- mit Lack-Auswertungen sind bei dem Grenzwert  $\bar{Y}_L = 0,001$  zu beobachten. Um die Ursachen für dieses Ergebnis zu untersuchen, wird der Fall mit der größten relativen Differenz zwischen 1D- und 1D- mit Lack-Auswertung nämlich  $\bar{Y}_L = 0,001$ ;  $Bi_{sp,max} = 0,1$ ;  $\bar{Y}_B = 0,001$ ;  $Bi_{tr} = 10$ ;  $\lambda_L/\lambda_1 = 0,1$  näher betrachtet.

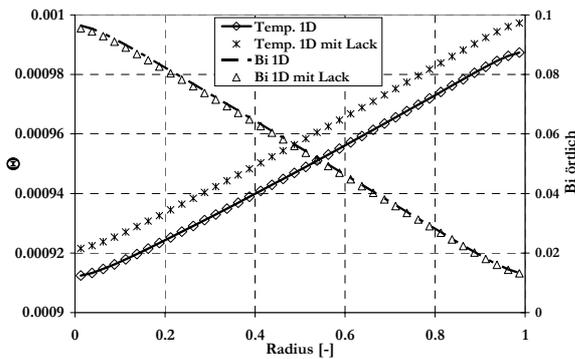


Diagramm V-7: Einfluss der Lackbeschichtung auf die Temperaturverteilung

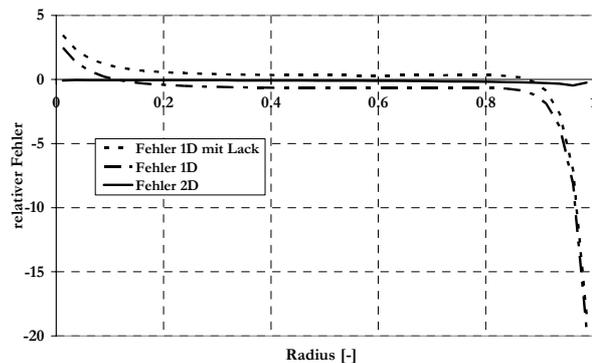


Diagramm V-8: Vergleich der Fehler bei der Berücksichtigung der Lackbeschichtung

Die dimensionslose Temperatur der „feuchten“ Seite des Bleches, bestimmt mit dem 1D-Verfahren mit und ohne Berücksichtigung der Lackbeschichtung, ist im Diagramm V-7 dargestellt. Trotz der Unterschiede in den bestimmten Temperaturen ist eine Verbesserung bei der Bestimmung der örtlichen Biot-Zahl nicht zu beobachten.

Der relative Fehler, dargestellt im Diagramm V-8, zeigt den für alle Simulationsrechnungen qualitativ typischen Verlauf. Wenn man Diagramm V-7 und Diagramm V-8 in Betracht zieht, können zwei Bereiche unterschieden werden. Der erste randnahe Bereich erfasst die Abschnitte nah an den beiden Rändern und der zweite Bereich befindet sich im mittleren Abschnitt. Um die Fehlerverteilung in den beiden Bereichen zu erläutern ist das Newtonsche Wärmeübergangsgesetz zu beachten. Da nach dem Newtonschen Gesetz der WÜK von der Oberflächentemperatur<sup>A</sup> und der Wärmestromdichte bestimmt wird, hängt die Genauigkeit der Bestimmung von WÜK mit der richtigen Behandlung (Bestimmung) dieser zwei Größen zusammen.

Bei der 1D-Bestimmung des WÜK wird angenommen, dass die in einem diskreten Element produzierte Wärme ausschließlich durch Wärmeübergang transportiert wird. Wenn von benachbarten Elementen Wärme zu- oder abgeführt wird, entsteht ein Fehler. Ein Maß für die Wärme, die in einem diskreten Element zu- oder abgeführt wird, ist die zweite Ableitung der Temperatur nach dem Ort.

Die Oberflächentemperatur kann ohne den Einfluss der Wärmestromdichte verfälscht bestimmt werden, indem scheinbar unwichtige Eigenschaften wie in diesem Fall die Lackschicht bei der Auswertung von Experimenten vernachlässigt werden.

Nach diesen Überlegungen kann man zusammenfassen. Im mittleren Bereich ist die Krümmung der Temperatur gering und die Querwärmeleitung hat minimalen Einfluss auf den Fehler. Solche Wärmetransportverhältnisse sind bei Blechen mit kleinen  $\bar{Y}_B$ -Werten zu beobachten, bei denen der Wärmeübergang in y-Richtung über die Wärmeleitung in r - Richtung dominiert. Aus diesem Grund ist im mittleren Abschnitt eine kleine Verringerung des Fehlers durch die Berücksichtigung der Lackbeschichtung zu beobachten. Im randnahen Bereich ist die Krümmung der Temperatur deutlich stärker ausgeprägt und die Verfälschung des Messergebnisses durch Querwärmeleitung dominiert. In diesen Bereich bringt die Berücksichtigung der Lackschicht kaum Vorteile.

<sup>A</sup> Richtig ist: von der Temperaturdifferenz zwischen Oberfläche und Umgebung. Bei der dimensionslosen Betrachtung Gl. (IV.17) wird die Umgebungstemperatur aber ausgeschaltet.

Es ist zu beachten, dass der Fehler bei  $\bar{r} = 1$  durch die gewählte adiabate Randbedingung bedingt ist. Es ist möglich, durch Zufuhr von Wärme bei  $\bar{r} = 1$  die Randbedingung so zu definieren, dass der Randfehler nicht größer als der Fehler im mittleren Bereich wird.

Der Fehler der 2D-Bestimmung des WÜK ist mittels „sequential“-FSM sowohl im randnahen- als auch im mittleren Bereich sehr klein.

➤ Einfluss der Blechdicke  $\bar{Y}_B$

Im Gegensatz zu der Lackschichtdicke hat die Blechdicke erhebliche Auswirkung auf den Fehler bei der stationären Bestimmung von WÜK. Wie in Tabelle V-2 ersichtlich ist, ist der Unterschied im Fehler zwischen den Grenzwerten  $\bar{Y}_B = 0,2$  und  $0,001$  beträchtlich. Aus diesem Grund wird überprüft, bei welcher Kombination von dimensionslosen Einflussgrößen zeigt die Änderung von  $\bar{Y}_B$  die größte Differenz im Fehler. Diese Werte sind mit ♣ gekennzeichnet. Dann werden bei sonst gleichen anderen dimensionslosen Einflussgrößen weitere Simulationen mit Werten zwischen  $\bar{Y}_B = 0,2$  und  $0,001$  durchgeführt, um die Art der Änderung des Fehlers zu untersuchen. Die Zwischenwerte und der Fehler der zusätzlichen Simulationen sind in Tabelle V-3 zu finden. Außerdem ist die Änderung des maximalen Fehlers mit Erhöhung der Dicke im Diagramm V-9 graphisch dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der max. Fehler potenziell mit der Vergrößerung der Blechdicke wächst.

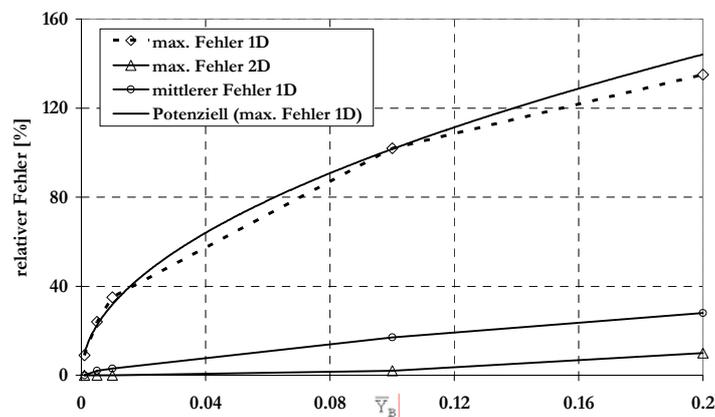


Diagramm V-9: Einfluss der Dicke. Fehlerverteilung.  $\bar{Y}_L = 0,0001$ ;  
 $Bi_{sp,max} = 10$ ;  $Bi_{tr} = 10$ ;  $\lambda_L/\lambda_B = 0,1$ .

Es ist festzustellen, dass sich auch mit Berücksichtigung der Querwärmeleitung (Fehler 2D) und der Lackschicht eine Erhöhung des maximalen Fehlers ergibt. Der Fehler der 2D-Auswertung erreicht im Randbereich einen Wert von 10%. Der Fehler bei der Auswertung entsteht, obwohl alle in der direkten Simulation verwendeten Einflussgrößen berücksichtigt werden. Dieses Phänomen wird durch die Inkorrektheit der inversen Problematik (siehe Kap. II.3) bedingt.

Die absolute Größe des maximalen Fehlers ist durch die Wahl der Randbedingungen und durch die Kombination der restlichen dimensionslosen Größen beeinflusst. Demzufolge sind die Werte des maximalen Fehlers nur für die gegebenen Bedingungen ausschlaggebend. Im Gegensatz ist die qualitative Änderung des Fehlers der 1D-Auswertung nur von der Dicke selbst abhängig und tritt bei allen Kombinationen von dimensionslosen Größen auf.

Um die Gründe für die Entstehung des Fehlers diskutieren zu können, werden die Simulationsergebnisse für die beiden Grenzfälle  $\bar{Y}_B = 0,2$ , Diagramm V-10, und  $\bar{Y}_B = 0,001$ , Diagramm V-11, näher betrachtet.

Da die Wirkung der Lackschichtdicke bei der stationären Messmethode als unbedeutend eingestuft wurde, sind nur die Ergebnisse der 1D-Auswertemethode ohne Berücksichtigung der Lackschicht dargestellt.

Bei der Betrachtung von Diagramm V-10 wird klar, dass die gemessene Temperatur (die Kurve „Temp. trocken“) verhältnismäßig kleine Temperaturgradienten aufweist. Trotzdem weicht die mittels der 1D-

Auswertmethode bestimmte Temperatur der „feuchten“ Seite stark von der durch die direkte Simulation<sup>A</sup> bestimmten Temperaturverteilung ab<sup>B</sup>.

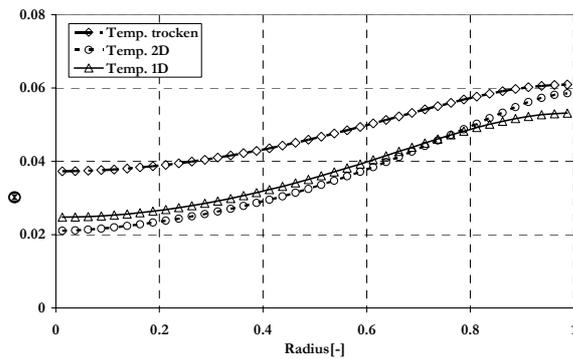


Diagramm V-10: Einfluss der Wärmeleitung. Vergleich zwischen 1D- und 2D-Bestimmung der Temperatur der „feuchten“ Seite.  $\bar{Y}_B = 0,2$

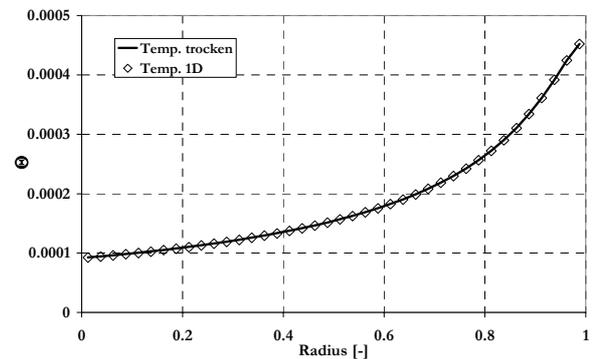


Diagramm V-11: Temperaturverteilung in einem dünnen Blech.  $\bar{Y}_B = 0,001$

Dagegen zeigten die mittels der 2D-Auswertmethode berechneten Temperaturen eine deutlich bessere Übereinstimmung mit der vorgegebenen Temperaturverteilung wie im Diagramm V-12 ersichtlich ist. Da der einzige Unterschied zu der 1D-Auswertung die Berücksichtigung der Wärmeleitung in  $r$  - Richtung ist, lässt sich daraus schließen, dass der Fehler der 1D-Auswertung allein durch die Querwärmeleitung (in  $r$ -Richtung) verursacht ist. Wenn die beiden Grenzfälle  $\bar{Y}_B = 0,2$  und  $0,001$  betrachtet werden, stellt sich heraus, dass die Querwärmeleitung durch unterschiedliche Einflussfaktoren gefordert wird. Bei dem Fall  $\bar{Y}_B = 0,2$  ist die Querschnittsfläche (rechtwinklig zur  $r$ -Richtung) des Bleches im Vergleich mit  $\bar{Y}_B = 0,001$  deutlich größer<sup>C</sup> und stellt bessere Bedingungen für den Wärmetransport in  $r$ -Richtung auch bei niedrigen Temperaturgradienten dar. Andere Verhältnisse bestimmen das Temperaturfeld bei einem dünnem Blech  $\bar{Y}_B = 0,001$ . Die Wärmeleitung in  $r$  - Richtung ist behindert. Um Wärme in  $r$ -Richtung zu transportieren, wird die verringerte Querschnittsfläche durch einen relativ größeren Temperaturgradient (Diagramm V-11) ersetzt. Trotzdem verursacht der Temperaturgradient<sup>D</sup> einen Einfluss der Wärmeleitung nur im Randbereich. Wegen des Anstieges der zweiten Ableitung der Temperatur mit dem Radius entsteht Wärmeleitung in  $r$ -Richtung, die zur Erhöhung des Fehlers (siehe Diagramm V-13<sup>E</sup>) im Randbereich führt. Bemerkungswert ist die Tatsache, dass die konventionelle Biot-Zahl<sup>F</sup> ( $Bi_{konven}$ ) für den Fall  $\bar{Y}_B = 0,001$  gering ist.

$$Bi_{konven} = Bi_{sp,max} \bar{Y}_B = 0,01$$

<sup>A</sup> Im Diagramm V-10 ist nur die Temperaturverteilung der „feuchten“ Seite aus der 2D - Auswertung dargestellt, weil diese mit der Temperatur aus der direkten Simulation praktisch übereinstimmt. Der kleine Unterschied ist bei der Bestimmung des WÜK ( $Bi$  örtlich) zwischen der 2D-Auswertung und der Vorgabe im Diagramm V-12 zu erkennen.

<sup>B</sup> Die örtliche Temperaturdifferenz ist zwischen den Kurven „Temp. trocken“ und „Temp. 1D“ ungleich. Diese Differenz lässt sich mit der zu 1D-Auswertung angewandten Gleichung (II.7) erklären. Obwohl  $\alpha_{tr}$  konstant ist, ändert sich die diskrete Verlustwärmestromdichte  $\dot{q}_{tr}$  mit der Oberflächentemperatur für jeden Knoten, so dass die Differenz zwischen den beiden Oberflächentemperaturen durch den Wärmeverlust der „trockenen“ Seite verursacht wird.

<sup>C</sup> Die durch rotationssymmetrische Betrachtung des Problems bedingte Änderung der Querschnittsfläche ist mit dem Radius für alle Simulationen identisch.

<sup>D</sup> Die Spannung im Material, die durch den Temperaturgradienten entstehen könnte wird nicht diskutiert. Verzug des Bleches möglich.

<sup>E</sup> Um mögliche Fehler verbunden mit der Anzahl der Punkte in  $r$  - Richtung und/oder mit einer falsch definierten Randbedingung auszuschließen, wurde ein Referenzversuch durchgeführt. Der Referenzversuch passt nicht zu dem Konzept der Testreihe und wurde aus diesem Grund im Anhang C beschrieben.

<sup>F</sup> Für diese Definition wird angenommen, dass die Wärmeverluste der „trockenen“ Seite vernachlässigbar klein sind.

In Praxis wird für  $Bi_{konven} < 0,1$  die 1D - Auswertemethode als ausreichend genau betrachtet.

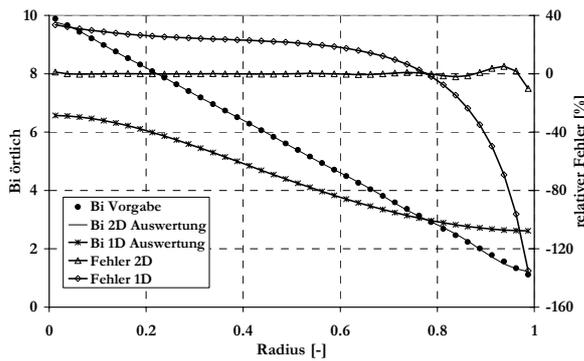


Diagramm V-12: Verteilung des relativen Fehlers und der örtlichen Biot - Zahl für  $\bar{Y}_B = 0,2$ .

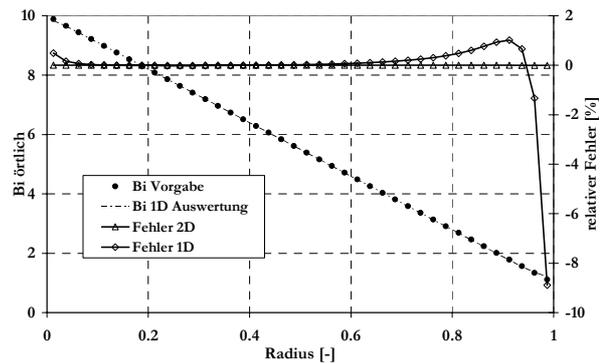


Diagramm V-13: Verteilung des relativen Fehlers und der örtlichen Biot - Zahl für  $\bar{Y}_B = 0,001$ .

Man kann zwei wichtige Schlussfolgerungen ziehen. Erstens ist zu empfehlen, bei dickeren Blechen eine mehrdimensionale Auswertemethode zu verwenden. Zweitens ist bei dünneren Blechen auf die örtliche Temperaturverteilung zu achten. Bei großen Temperaturgradienten ist die zweite Ableitung der Temperatur nach dem Ort zu bestimmen. Auf diese Weise lässt sich feststellen, ob ein Unterschied zwischen der zu- und abgeführten Wärme in einem Volumenelement existiert. Erst dann ist ein durch die Vernachlässigung der Querwärmeleitung bei der Bestimmung des WÜK auftretender Fehler zu vermuten. Die erste Ableitung der Temperatur liefert diese Information nicht.

➤ Einfluss der  $Bi_{sp,max}$

Die  $Bi_{sp,max}$  enthält den WÜK, der vor dem Experiment unbekannt ist. Deswegen ist bei der Vorbereitung des Versuchs der WÜK mittels Nu - Gleichungen abzuschätzen oder man muss sich auf Literaturangaben stützen. Bei dem Vergleich des geschätzten Wertes mit den Ergebnissen dieser Studie, ist es möglich, unerwünschte Einflüsse auf die Genauigkeit der Bestimmung vorherzusagen und bei der Versuchsplanung zu vermeiden. Deswegen können die Erkenntnisse dieser Studie über den Einfluss der  $Bi_{sp,max}$  nützlich sein.

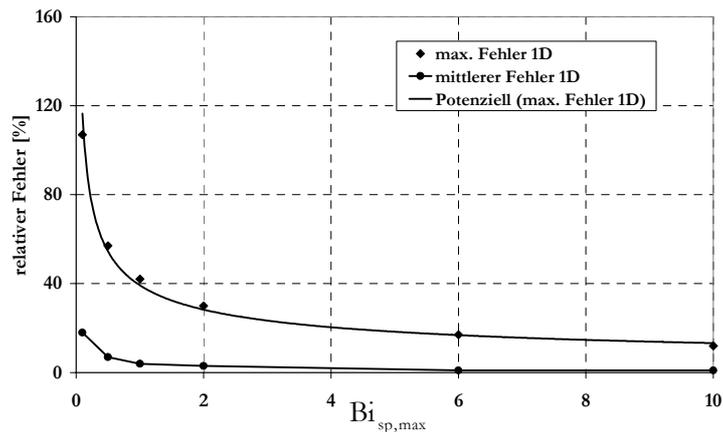


Diagramm V-14: Abhängigkeit des Fehlers von der  $Bi_{sp,max}$ .  $\bar{Y}_1 = 0,0001$ ;  $\bar{Y}_B = 0,001$ ;  $Bi_{tr} = 0,1$ ;  $\lambda_L/\lambda_B = 0,001$ .

Die Vorgehensweise zur Untersuchung des Einflusses von  $Bi_{sp,max}$  ist identisch mit der Untersuchung des Einflusses von  $\bar{Y}_B$ . Die Grenzwerte  $Bi_{sp,max} = 10$  und  $0,1$  sind mit  $\blacklozenge$  bezeichnet und können in Tabelle V-2 gefunden werden. Die zusätzlichen Simulationsergebnisse sind in Tabelle V-3 dargestellt.

Das Diagramm V-14 zeigt eindeutig, dass der Fehler mit der Erhöhung der sprühseitigen Biot-Zahl abnimmt. Die ausgeprägte Abhängigkeit des Fehlers lässt darauf schließen, dass im Bereich  $Bi_{sp,max} < 2$  kleine Änderungen im zu bestimmenden Wärmeübergangskoeffizienten<sup>A</sup> zu großen Änderungen der Genauigkeit der Messung führen können. Dagegen ist im Bereich  $Bi_{sp,max} > 6$  die Änderung des Fehlers mit  $Bi_{sp,max}$  gering. Dieses Verhalten des Fehlers steht im Zusammenhang mit der Überlagerung der Wärmetransportmechanismen im Blech.

Die Temperaturverteilung des Versuchsbleches für die Grenzfälle  $Bi_{sp,max} = 0,1$  und  $10$  ist im Diagramm V-15 und entsprechend im Diagramm V-16 dargestellt. Bemerkenswert ist, dass die örtlichen Temperaturen der „feuchten“ und der „trockenen“ Seite in den beiden Fällen praktisch gleich sind. Dies wird durch die Dicke des Bleches  $\bar{Y}_B = 0,001$  bedingt. Trotzdem sind die Temperaturverteilungen mit dem Radius sehr unterschiedlich. Bei einem Vergleich zwischen Diagramm V-10 und Diagramm V-15 und entsprechend zwischen Diagramm V-11 und Diagramm V-16 werden ähnliche Temperaturverläufe festgestellt.

Dieser Eindruck verstärkt sich bei der Betrachtung der Fehlerverteilung im Diagramm V-17 und Diagramm V-18. Man kann daraus schließen, dass ähnliche Verhältnisse zwischen der Wärmeleitung im Körper und dem Wärmeübergang herrschen wie bei der Änderung der Dicke  $\bar{Y}_B$  aber durch eine andere dimensionslose Größe,  $Bi_{sp,max}$ , bedingt. Der  $Bi_{sp,max} = 0,1$  - Fall wird von einer ausgeprägten Wärmeleitung in  $r$  - Richtung dominiert. Einerseits wird wegen der geringen Dicke des Bleches die Oberflächentemperatur der „feuchten“ Seite mit der 1D - Auswertung ziemlich genau bestimmt. Andererseits kommt es bei der Bestimmung der für die Berechnung des WÜK notwendigen Wärmestromdichte (siehe Gl. (II.7) und Gl. (II.8)) durch Vernachlässigung der Wärmeleitung in  $r$  - Richtung zur Verfälschung des Ergebnisses, dargestellt im Diagramm V-17. Dieses Resultat kommt bei einer konventionellen Biot-Zahl von  $Bi_{konven} = Bi_{sp,max} \bar{Y}_B = 0,0001$  zustande. Hinzu kommt die Tatsache, dass keine ausgeprägten Temperaturgradienten, Diagramm V-15, zu beobachten sind, so dass sich vor der Auswertung der Daten keine Hinweise zu einer dominierenden Wirkung der Wärmeleitung ergeben.

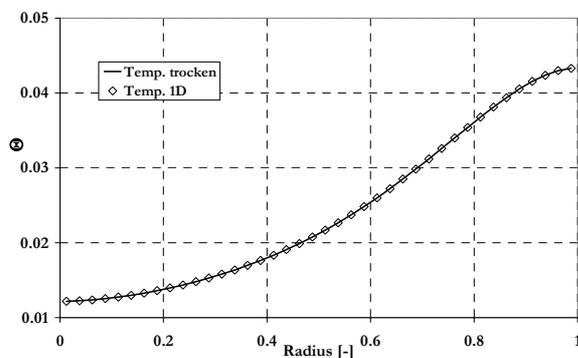


Diagramm V-15: Temperaturverteilung  $Bi_{sp,max} = 0,1$

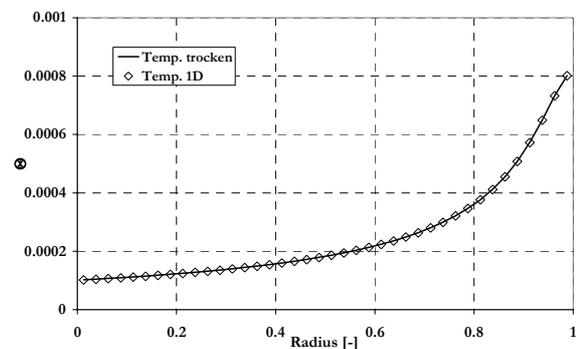


Diagramm V-16: Temperaturverteilung  $Bi_{sp,max} = 10$

<sup>A</sup> Die charakteristische Länge  $R$  und die Wärmeleitfähigkeit des Bleches sind vor dem Versuch festgelegt und bekannt. Die einzige Größe, die sich in  $Bi_{sp,max}$  ändern kann, ist der WÜK.

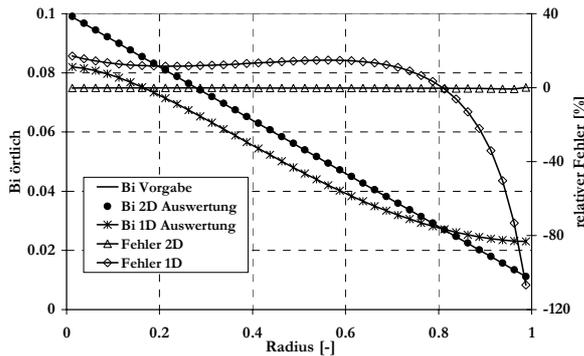


Diagramm V-17: Verteilung des relativen Fehlers und der örtlichen Biot - Zahl für  $Bi_{sp,max} = 0,1$

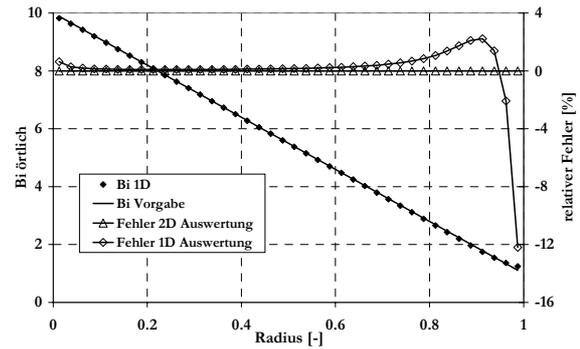


Diagramm V-18: Verteilung des relativen Fehlers und der örtlichen Biot - Zahl für  $Bi_{sp,max} = 10$

Die Wärmetransportvorgänge, die im Diagramm V-18 zu beobachten sind, wurden bereits beim Einfluss der Dicke des Bleches  $\bar{Y}_B$  diskutiert. Die Wärmeübertragung dominiert über die Wärmeleitung und Fehler treten nur im Randbereich auf.

Eine hervorragende Übereinstimmung mit den vorgegebenen Werten in beiden Grenzfällen,  $Bi_{sp,max} = 0,1$  und 10, zeigt die 2D - Auswertemethode.

Als Schlussfolgerung kann man zusammenfassen, dass bei der Bestimmung von voraussichtlich kleinen Wärmeübergangszahlen die Anwendung einer mehrdimensionalen Auswertemethode von Vorteil ist.

➤ Einfluss des Verhältnisses  $\lambda_L/\lambda_B$

An dieser Stelle ist es notwendig eine Abgrenzung zwischen den Begriffen „Einfluss der Lackschichtdicke“ und „Einfluss der Lackbeschichtung“ vorzunehmen. Aus Tabelle V-2 folgt, dass die Änderung der Lackschichtdicke in den untersuchten Bereichen nur unbedeutende Auswirkungen auf den Fehler zeigt. Das bedeutet noch nicht, dass die Existenz der Lackbeschichtung selbst unbedeutend ist. Diese Konsequenz resultiert aus der Tatsache, dass die Änderung des Verhältnisses  $\lambda_L/\lambda_B$ , wenn auch nicht bei allen Kombinationen von dimensionslosen Größen, eine beachtliche Änderung des 1D - Fehlers verursacht.

Ein anderes wichtiges Merkmal ist, dass im Gegensatz zu  $Bi_{sp,max}$  und  $\bar{Y}_B$  das Verhältnis  $\lambda_L/\lambda_B$  nur bei bestimmten Kombinationen von dimensionslosen Größen Einfluss auf den Fehler hat.

Die Grenzwerte für die weiteren Simulationen sind in Tabelle V-2 mit ♠ bezeichnet und die Ergebnisse der zusätzlichen Simulationen sind in Tabelle V-3 gegeben.

Die Entstehung des im Diagramm V-19 dargestellten Fehlers ist im Zusammenhang mit anderen Einflussgrößen zu erklären. Es gilt allgemein, dass der Fehler bei der 1D - Auswertemethode durch die Wärmeleitung in  $r$  - Richtung bedingt ist. Bei  $Bi_{sp,max} > 0,1$  dominiert der sprühstrahlseitige Wärmeübergang über der Wärmeleitung in  $r$ -Richtung. Mit anderen Worten, die von der Wärmequelle in einem differentiellen Element erzeugte Wärme wird vom „Sprühstrahl“ sofort abgeführt. Anders ist es bei der Änderung der Wärmetransportbedingungen der „trockenen“ Seite. Wenn man den Wärmetransport in  $y$ -Richtung betrachtet, liegt zwischen der im Blech erzeugten Wärme und der Umgebung ein weiterer Wärmeleitwiderstand - die Lackschicht<sup>A</sup>. Das bedeutet, dass auch unter günstigen Bedingungen für den Wärmeübergang der „trockenen“ Seite (z. B.  $Bi_r = 10$ ), je nach der Größe des Verhältnisses  $\lambda_L/\lambda_B$ , die Wärmeleitung im Blech in  $r$ -Richtung über die Wärmeleitung durch die Lackschicht in  $y$ -Richtung dominieren kann. Als Folge ist der Wärmeübergang der „trockenen“ Seite von kleinerer Bedeutung. So ist die Änderung des Fehlers mit der Änderung des Verhältnisses  $\lambda_L/\lambda_B$  nachvollziehbar.

<sup>A</sup> Die Lackschicht wird ohne innere Wärmequelle modelliert.

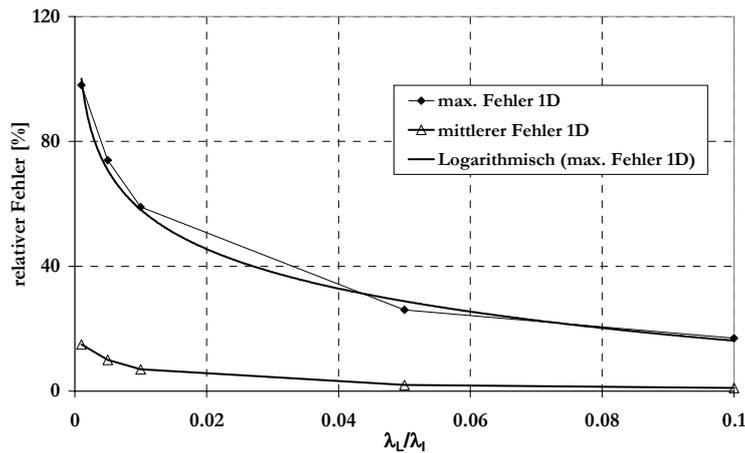


Diagramm V-19: Abhängigkeit des Fehlers von dem Verhältnisses  $\lambda_L/\lambda_B$ .

$$\bar{Y}_B = 0,0001; \text{Bi}_{sp,max} = 0,1; \bar{Y}_B = 0,001; \text{Bi}_{tr} = 10.$$

Die Verteilung des maximalen Fehlers der 1D - Auswertemethode mit und ohne Lackbeschichtung für die Grenzfälle  $\lambda_L/\lambda_B = 0,001$  und  $0,1$  ist im Diagramm V-20 und Diagramm V-21 dargestellt. Die kleineren Werte des Verhältnisses  $\lambda_L/\lambda_B$  deuten auf günstige Wärmeleitverhältnisse im Blech und auf ungünstige in der Lackbeschichtung hin. Dadurch wird der Wärmetransport in y-Richtung durch die Lackbeschichtung behindert und die in r-Richtung entstehende Wärmeleitung im Blech führt zu der im Diagramm V-20 dargestellten Fehlerverteilung. Der andere Grenzwert  $\lambda_L/\lambda_B = 0,1$  weist ähnliche Wärmeleitverhältnisse in Blech und Lackbeschichtung auf. So werden keine günstigen Bedingungen für die Wärmeleitung in r - Richtung aber verhältnismäßig bessere Bedingungen für den Wärmetransport in y-Richtung durch die Lackschicht geschaffen und der Fehler der 1D - Auswertung, Diagramm V-21, ist deutlich kleiner.

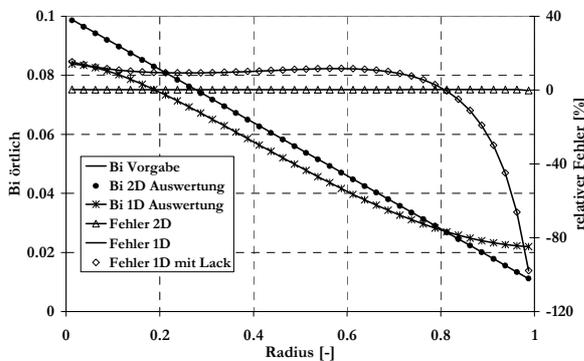


Diagramm V-20: Verteilung des relativen Fehlers und der örtlichen Biot - Zahl für  $\lambda_L/\lambda_B = 0,001$

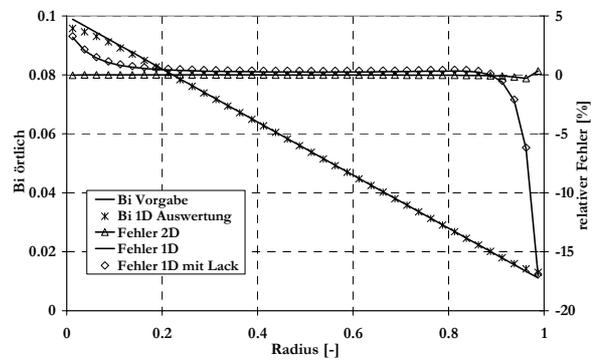


Diagramm V-21: Verteilung des relativen Fehlers und der örtlichen Biot - Zahl für  $\lambda_L/\lambda_B = 0,1$ .  
( $\text{Bi}_{tr} = 10$ )

Die Berücksichtigung der 1D - Wärmeleitung in y-Richtung in der Lackschicht bringt keine Verbesserung im Fehler der 1D - Auswertung. Deshalb ist interessant, dass mit der Berücksichtigung der Lackbeschichtung die Bestimmung der Temperatur der „feuchten“ Seite erheblich verbessert wird. Im Diagramm V-22 und Diagramm V-23 sind neben der Temperaturverteilung in Abhängigkeit vom Radius auch die Temperaturdifferenzen<sup>A</sup> zwischen der „trockenen“ und der „feuchten“ Blechseite bestimmt mit der 1D-Auswertemethode, mit und ohne Lackschicht und mit der 2D-Auswertung, dargestellt.

<sup>A</sup> Die Maßstäbe der Diagramm V-22 und Diagramm V-23 sind sehr unterschiedlich. Außerdem sind die Temperaturdifferenzen sehr klein. Deshalb wurden die Temperaturdifferenzen gebildet, um die Diagramme und die Temperaturen vergleichen zu können

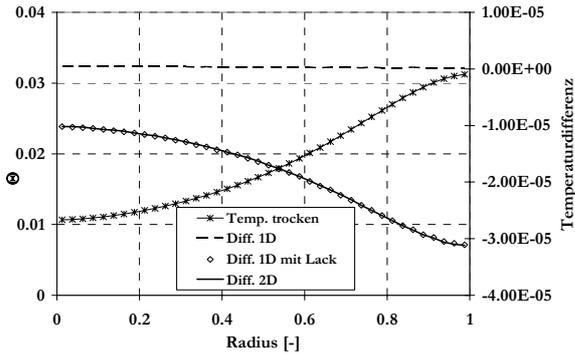


Diagramm V-22: Temperaturverteilung  
 $\lambda_L/\lambda_B=0,001$

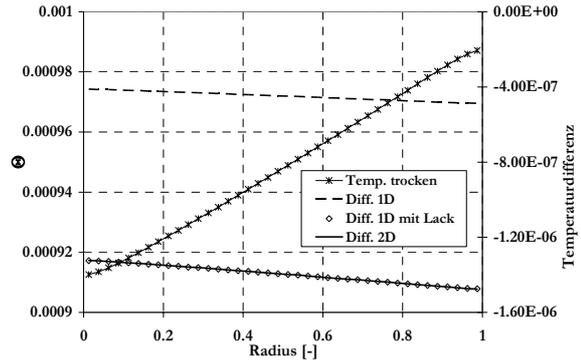


Diagramm V-23: Temperaturverteilung  $\lambda_L/\lambda_B=0,1$ .  
 $(Bi_{tr}=10)$

Zusammengefasst gilt für den Einfluss der Lackbeschichtung:

Erstens kann mit Berücksichtigung der Lackbeschichtung bei der 1D-Auswertung, bei dünnen Blechen, z. B.  $\bar{Y}_B = 0,001$ , die Bestimmung der Oberflächentemperatur der „feuchten“ Seite verbessert werden, der Fehler der WÜK - Bestimmung aber nicht. Dieser Effekt ist unabhängig von den in dieser Studie untersuchten Lackschichtdicken.

Zweitens werden für Verhältnisse  $\lambda_L/\lambda_B < 1$  bessere Bedingungen für die Wärmeleitung im Blech als für die Wärmeleitung in der Lackschicht geschaffen. In diesem Fall ist wichtig, dass die Lackschicht einen größeren Wärmeleitwiderstand als das Blech besitzt. Die absolute Größe des Wärmeleitwiderstandes der Lackbeschichtung (variiert durch die Dicke der Lackbeschichtung) hat nur geringe Auswirkung auf die Genauigkeit der Auswertung.

Durch Änderung der Wärmeübergangsbedingungen der „trockenen“ Seite durch Änderung von  $Bi_{tr}$  wird der Einfluss der Lackschicht auf den Fehler der 1D-Auswertung verstärkt oder gemindert.

➤ Einfluss der  $Bi_{tr}$

Die Wärmeübergangsverhältnisse der „trockenen“ Seite repräsentiert von  $Bi_{tr}$  sind nur unter bestimmten Bedingungen von Bedeutung für die 1D-Auswertemethode.  $Bi_{tr}$  ist bei der Messung von voraussichtlich kleinen WÜK der „feuchten“ Seite zu berücksichtigen. Dies wird klar bei der Betrachtung von Tabelle V-2. In dieser Tabelle ist eine spürbare Änderung des Fehlers mit der Änderung von  $Bi_{tr}$  nur bei  $Bi_{sp,max} = 0,1$  zu beobachten. Der Einfluss von  $Bi_{tr}$  wird auch durch die dämpfende Wirkung der Lackschicht, repräsentiert vom Verhältnissen  $\lambda_L/\lambda_B$ , gemindert. Trotzdem ist zwischen den in Tabelle V-2 mit ♥ bezeichneten Grenzwerten eine große Differenz zu beobachten. Die Änderung der Fehler der 1D - Auswertemethode zwischen den Grenzwerten ist im Diagramm V-24 dargestellt.

Die Temperaturverteilung und die Fehlerverteilung sind für den Grenzfall  $Bi_{tr} = 10$  im Diagramm V-23 und entsprechend im Diagramm V-21 dargestellt. Das Verhältnis  $\lambda_L/\lambda_B = 0,1$ , stellt bessere Bedingungen für die Wärmeleitung durch die Lackschicht als  $\lambda_L/\lambda_B = 0,001$ , dar. Die Wärme kann leichter durch die Lackschicht transportiert und weiter wegen der besseren Wärmeübergangsbedingungen der „trockenen“ Seite,  $Bi_{tr} = 10$ , an die Umgebung abgegeben werden. Dadurch dominiert der Wärmeübergang über der Wärmeleitung in r - Richtung und der Fehler der 1D - Auswertung ist verhältnismäßig klein.

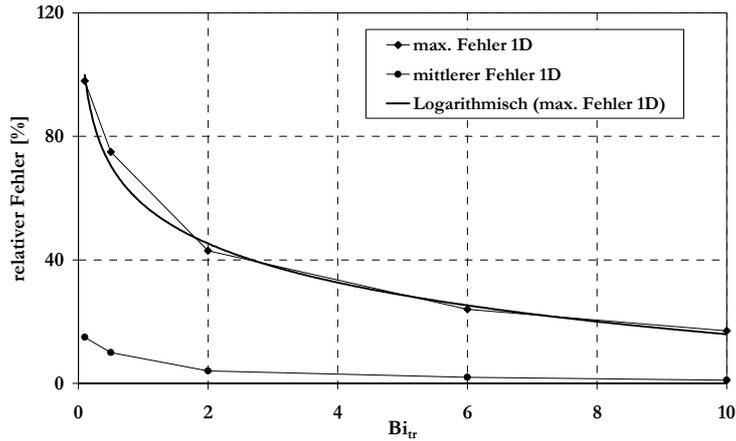


Diagramm V-24: Abhängigkeit des Fehlers von  $Bi_{tr}$ .  $\bar{Y}_L = 0,0001$ ;

$$Bi_{sp,max} = 0,1; \bar{Y}_B = 0,001; \lambda_L/\lambda_B = 0,1.$$

Bei dem zweiten Grenzfall  $Bi_{tr} = 0,1$  ist die Wärmeleitung im Blech ausgeprägt. Die Ursache liegt nicht am größeren Wärmeleitwiderstand der Lackbeschichtung gegenüber dem des Bleches, wie bei dem Grenzfall  $\lambda_L/\lambda_B = 0,001$  im Diagramm V-21, sondern an dem erhöhten Wärmeübergangswiderstand der „trockenen“ Seite des Bleches. Trotz geringer Temperaturdifferenz zwischen der „trockene“ und „feuchte“ Seite, Diagramm V-25, ist der Fehler der WÜK - Bestimmung, Diagramm V-26, mittels der 1D - Auswertemethode nicht zu vernachlässigen.

Zusammenfassend sind die Wärmeverluste der „trockenen“ Seite im Zusammenhang mit  $Bi_{sp,max}$  und  $\lambda_L/\lambda_B$  zu betrachten. Bei kleinen  $Bi_{sp,max}$  - Zahlen und Verhältnissen  $\lambda_L/\lambda_B$  deutlich kleiner als 1 ist  $Bi_{tr}$  unbedingt zu berücksichtigen und der Einsatz von mehrdimensionalen Auswertemethoden ist zu empfehlen.

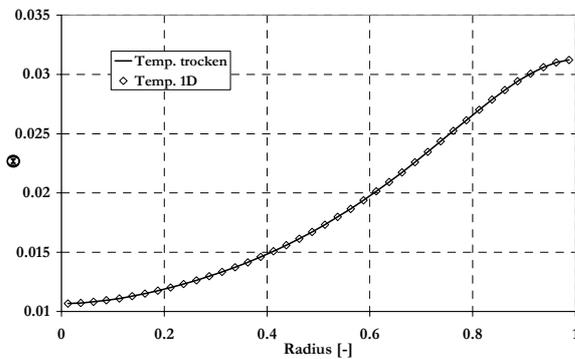


Diagramm V-25: Temperaturverteilung  $Bi_{tr} = 0,1$

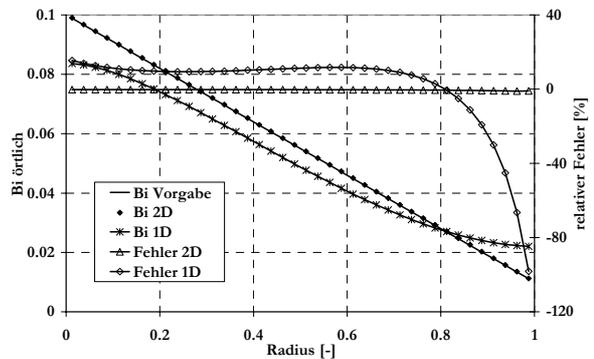


Diagramm V-26: Fehlerverteilung  $Bi_{tr} = 0,1$

#### V.4 Instationäre Simulationsrechnungen

Die instationäre Messmethode (siehe Kap. II.2) wird öfter als die stationäre Messmethode zur Bestimmung von WÜK angewendet. Obwohl die Auswertung der Daten deutlich einfacher ist, bereitet die stationäre Messmethode Probleme bei der Versuchsdurchführung. Die Probleme beziehen sich auf die Realisierung von stationären Versuchsbedingungen im gesamten Temperaturbereich der Siedekurve (siehe Bild II-2). Insbesondere treten bei Blechtemperaturen oberhalb der Siedetemperatur und lokal unterschiedlichen Wasserbeaufschlagungsdichten große Wandtemperaturunterschiede auf, die auch die kurzfristige Einstellung quasistationärer Bedingungen nicht immer ermöglichen.

Die instationäre Messmethode bereitet weniger Probleme bei der Versuchsdurchführung. Es sind aber mehr Einflussgrößen zu berücksichtigen und oft schlecht gestellte inverse Aufgaben zu lösen. Dadurch erschwert sich die Auswertung der Messdaten.

Die Simulation der instationären Abkühlung eines mittels Sprühstrahls beaufschlagten Bleches ist deutlich komplizierter im Vergleich mit dem stationären Fall. Um praxisrelevante Schlussfolgerungen aus den Simulationen ziehen zu können, ist eine mathematische Beschreibung der Abkühlung möglichst nahe am physikalischen Vorgang notwendig.

## V.5 Modellieren der Abkühlung eines Bleches

Bei der Modellaufstellung<sup>A</sup> werden die IR - Aufnahmen der Änderung des Temperaturfeldes bei der Abkühlung eines Bleches berücksichtigt. Wie es im Bild V-1 zu sehen ist, bricht der Dampf Film zuerst am Rand des Bleches zusammen. An dieser Stelle geriet das System unter den Leidenfrost-Punkt, der WÜK steigt sehr steil an und dies führt zu einer schnellen Abkühlung des Bleches im Randbereich. Zugleich ist der Rest der Oberfläche immer noch von Dampf bedeckt, der Wärmeübergang erfolgt unter deutlich niedrigerem WÜK und die Temperatur bleibt hoch. So entsteht eine Temperaturdifferenz, die zur Wärmeleitung von dem Gebiet mit höherer zu dem Gebiet mit niedrigerer Temperatur führt. Dadurch wird die Stelle mit höherer Temperatur abgekühlt, die Temperatur sinkt unter den Leidenfrost-Punkt und die Temperaturfront bewegt sich weiter. So schreitet die Benetzungsgrenze voran bis die gesamte Blechfläche unter der Siedetemperatur liegt.

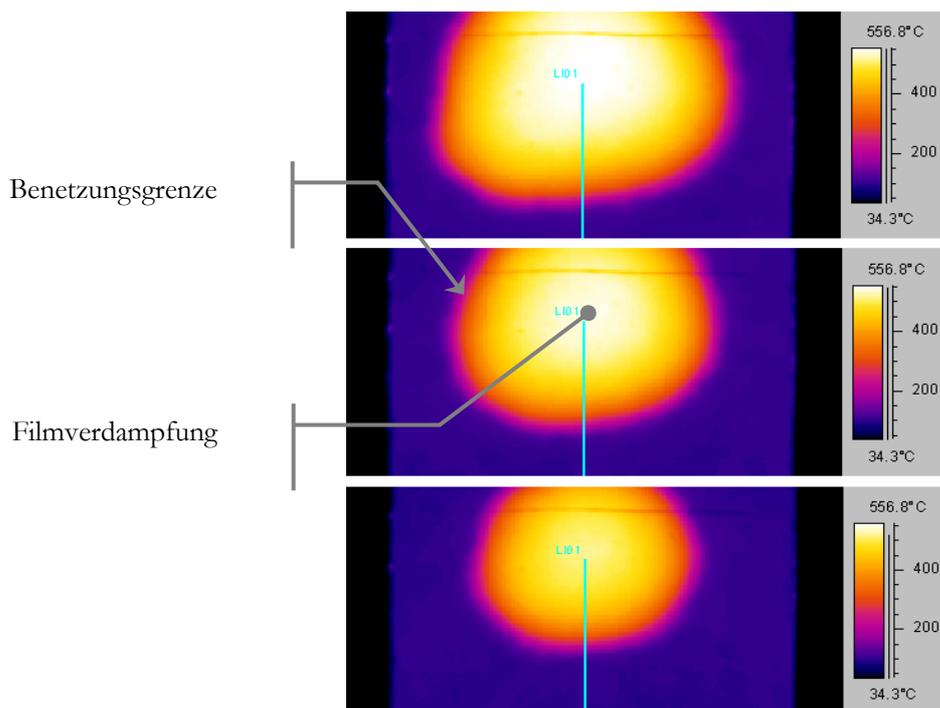


Bild V-1: Voranschreiten der Benetzungsgrenze bei der Abkühlung eines Inconel-Bleches. IR-Aufnahmen des Temperaturfeldes.

Unter oben genannten Versuchsbedingungen stellt sich die Frage nach den Einflussgrößen, die die Auswertung der Messdaten zur Bestimmung von WÜK beeinflussen. Beispielsweise wie wirkt sich die Bewegung der Temperaturfront mit ihrem großen Temperaturgradienten im Zusammenhang mit der dämpfenden<sup>B</sup> Wirkung der Lackbeschichtung auf die Genauigkeit der Bestimmung von WÜK aus. Es ist

<sup>A</sup> Das im Kap.IV gewählte mathematische Modell, Blech mit Beschichtung in 2D zylindrischen Koordinaten, wird weiter verwendet. An dieser Stelle wird eine geeignete Randbedingung zu dem genannten Modell erstellt, um die charakteristische Temperaturfront/Benetzungsgrenze (siehe Bild V-1) zu beschreiben.

<sup>B</sup> Die Änderung der Temperatur der „feuchten“ Seite wird durch die dämpfende Wirkung der Lackbeschichtung zu einem späteren Zeitpunkt auf der „trockenen“ Seite registriert.

auch von Interesse, in wie weit die Aufnahmegeschwindigkeit der IR-Kamera unter instationären Bedingungen ausschlaggebend für die Genauigkeit der Auswertung ist.

Um methodische Untersuchungen durchführen zu können, sind die dimensionslosen Einflussgrößen, die die Abkühlung eines beschichteten Bleches beeinflussen, im Abschnitt IV.2.2 aus den dazugehörigen Differentialgleichungen abgeleitet worden.

$$\Theta = \Theta(\bar{x}; \bar{y}; \bar{Y}_L; \bar{Y}_B; Fo; Bi_{tr}; Bi_{sp}; \lambda_L/\lambda_B; \Theta_0; a_B/a_L) \quad (V.9)$$

Ohne die Temperatur- oder örtliche Abhängigkeit des WÜK zu berücksichtigen, ergaben sich acht Einflussgrößen. Die Temperaturabhängigkeit des WÜK ist aber unverzichtbar bei der Beschreibung des Voranschreitens der Temperaturfront. Dadurch wird die Anzahl der Einflussgrößen weiter erhöht. Mit wachsender Zahl der Einflussgrößen geht der Vorteil der dimensionslosen Einflussgrößen zunehmend verloren. Außerdem sind bestimmte Kombinationen von dimensionslosen Einflussgrößen praktisch gar nicht relevant, z. B. ist es unmöglich, zu allen Kombinationen der Verhältnissen  $\lambda_L/\lambda_B$  und  $a_B/a_L$  passende reale Materialien zu finden. Es ist auch nicht möglich, alle Metalle (bedingt durch den elektrischen Widerstand) direkt zu beheizen. Mit dieser Begründung sind die weiteren Simulationsrechnungen dimensionsbehaftet unter Berücksichtigung der ausgeprägten Temperaturabhängigkeit und möglichen Ortsabhängigkeit des WÜK durchgeführt worden.

Die Simulation der im Bild V-1 dargestellten Abkühlung des Bleches wird mittels eines temperatur- und ortsabhängigen WÜK realisiert. Die Wahl der funktionellen Abhängigkeiten stützt sich auf experimentelle Daten aus [125, S. 280]. Die eingesetzte Temperaturabhängigkeit des WÜK ist im Diagramm V-27 dargestellt.

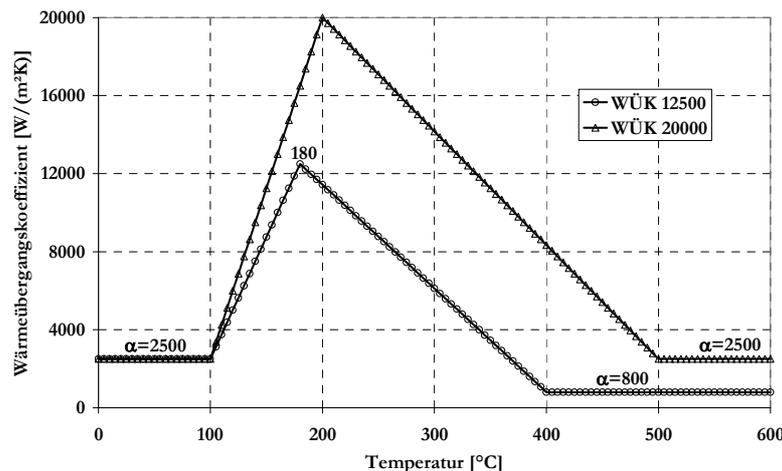


Diagramm V-27: Temperaturabhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten

Die zwei WÜK- Abhängigkeiten mit Maxima bei 12500 und 20000 W/(m<sup>2</sup>K) zeigen den Anstieg des WÜK mit der Erhöhung der Wasserbeaufschlagungsdichte, wobei nicht nur die Anhebung des WÜK mit der Beaufschlagungsdichte sondern auch die Verlegung des Maximalwertes (burn-out-Punkt<sup>A</sup>) und des Leidenfrost-Punktes berücksichtigt werden.

Bei der Aufstellung der Temperaturfunktion des WÜK wird nicht nur auf eine möglichst reale Nachbildung geachtet, sondern auch auf spezifische Eigenschaften, die für das Testen von Auswertemethoden zu berücksichtigen sind. Aus diesem Grund wurden Dreieck-WÜK-Abhängigkeiten gewählt, um die Sensitivität der Auswerteverfahren auf plötzliche Änderungen des gesuchten Parameters zu untersuchen.

Mit Hilfe der dargestellten Temperaturfunktion des WÜK wird der folgende physikalische Vorgang

<sup>A</sup> Die Begriffe „burn-out“-Punkt und „Leidenfrost“-Punkt beziehen sich auf die Wärmestromdichte. Z. B. der maximale Wert des Wärmeübergangskoeffizienten stimmt mit dem „burn-out“-Punkt nicht überein. Die Begriffe werden aber in der Verbindung mit WÜK auch weiter verwendet, um die entsprechenden Zustände eindeutig zu identifizieren.

simuliert. Ein auf eine konstante Anfangstemperatur aufgeheiztes Versuchsblech wird mittels einer Einstoffdüse mit ungleichmäßiger Wasserbeaufschlagungsdichte heruntergekühlt. Die Wasserbeaufschlagungsdichte steigt von der Mitte zum Rand des Bleches linear an, wobei die Funktion WÜK 12500 aus Diagramm V-27 die WÜK- Abhängigkeit in der Mitte ( $r=0$ ) des Bleches und die Funktion WÜK 20000 die WÜK- Abhängigkeit am Rand ( $r=R$ ) beschreibt. Der WÜK ändert sich kontinuierlich mit dem Radius, beispielsweise steigen die Maximalwerte linear von 12500 W/(m<sup>2</sup>K) (180 °C) auf 20000 (200 °C) und der Leidenfrost-Punkt verschiebt sich mit dem Radius von 800 W/(m<sup>2</sup>K) (400 °C) auf 2500 W/(m<sup>2</sup>K) (500 °C). Die komplette Temperatur- und Ortsabhängigkeit des WÜK  $\alpha(r; T)$  ist im Diagramm V-28 dargestellt und wird für alle Simulationen unverändert beibehalten.

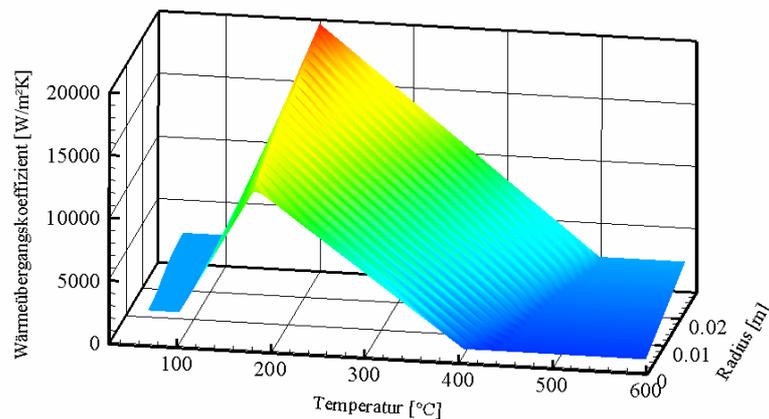


Diagramm V-28: Temperatur- und Ortsabhängigkeit des WÜK

### V.5.1 Versuchsprogramm

Die Wahl der für die numerischen Simulationen wichtigsten Einflussgröße, des sprühstrahlseitigen WÜK, wurde im vorherigen Abschnitt ausführlich beschrieben. Die weiteren praxisrelevanten Einflussparameter sind in Tabelle V-4 zusammengefasst. Die Symbole sind wie folgt zu verstehen. Mit • wird die Durchführung einer direkten Simulation<sup>A</sup> gekennzeichnet. Das Zeichen × steht für durchgeführte Auswertung der „Messdaten“ mit der VAM, der VAM mit WL (siehe Abschnitt II.2) und der 2D FSM mit Sensitivitätskoeffizienten nach Gl. (III.23). Das Symbol \* kennzeichnet die Auswertung mittels 2D FSM aber mit 2D Sensitivitätskoeffizienten nach Gl. (III.20). Bei der Wahl der zu variierenden Einflussgrößen wurden die von der Wärmeleitgleichung abgeleiteten dimensionslosen Einflussgrößen Gl. (V.9) in Betracht gezogen.

Die Dicke des Versuchsbleches, repräsentiert vom dimensionslosen Simplex  $\bar{Y}_B$ , spielt eine wesentliche Rolle bei der indirekten Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten. Sie beeinflusst die Zeit, in der das Nutzsignal (die Temperaturänderung) zu der Messstelle<sup>B</sup> übertragen wird. Für die Simulationen sind relevante Blechdicken (siehe Tabelle V-4) gewählt.

Die Lackbeschichtung dient zur Erhöhung des Emissionskoeffizienten des Bleches, so dass die Dicke in der Praxis von Beschichtung zu Beschichtung nur unwesentlich geändert wird. Wichtig ist, wie sich die Existenz einer Lackschicht auf das Temperaturfeld auswirkt und darüber hinaus auf die Auswertung der Messdaten. Dazu wird die Lackschichtdicke, die dimensionslos vom Simplex  $\bar{Y}_L$  dargestellt wird, in relativ engen Grenzen variiert und nur für eine Blechdicke von 0,3 mm untersucht. Der Hintergrund für diese Wahl ist der Vergleich der Wärmeleitwiderstände, (Lackschichtdicke/ $\lambda_L$ ) mit (Blechdicke/ $\lambda_B$ ). Der Einfluss der Dicke der Lackbeschichtung sollte bei den kleinsten Blechdicken am größten sein.

<sup>A</sup> Die Randbedingungen werden vorgegeben und das Temperaturfeld wird bestimmt.

<sup>B</sup> Von der „feuchten“ zur „trockenen“ Seite des Versuchsbleches.

Blechradius = 0,03 m; Lackschichtdicke = 0,00002 m; $\lambda_L = 0,2 \text{ W/(mK)}$ , $c_{p,L} = 1240 \text{ J/(kgK)}$ ; $\rho_L = 1405 \text{ kg/m}^3$ ; $a_L = 1,15 \cdot 10^{-07} \text{ m}^2/\text{s}$ ; Anfangstemperatur $\vartheta_0 = 600 \text{ }^\circ\text{C}$						
		Material				
zeitliche Auflösung $\Delta h \text{ s}$		Inconel $\lambda=20 \text{ W/(mK)}$ $c_p=510 \text{ J/(kgK)}$ $\rho=8420 \text{ kg/m}^3$ $a=4,657 \cdot 10^{-06} \text{ m}^2/\text{s}$	Duraluminium $\lambda=146 \text{ W/(mK)}$ $c_p=910 \text{ J/(kgK)}$ $\rho=2800 \text{ kg/m}^3$ $a=5,73 \cdot 10^{-05} \text{ m}^2/\text{s}$	Kupfer $\lambda = 393 \text{ W/(mK)}$ $c_p = 390 \text{ J/(kgK)}$ $\rho=8900 \text{ kg/m}^3$ $a=1,13 \cdot 10^{-04} \text{ m}^2/\text{s}$	Blechdicke m	
0,0004	Lackdicke $\mu\text{m}$	•*			•*	30
		•x*	•*	•x*	•x*	20
		•*			•*	10
		•x		•x		0,001
		•x		•x		0,003
0,03		x		x		0,001
		x		x		0,003
$\dot{q}_v \text{ W/m}^3 =$		0	$10^9$	0	0	

Tabelle V-4: Parametersatz für die instationären Simulationsrechnungen

Die untere Grenze bei der Wahl der Lackschichtdicke wurde auf 10  $\mu\text{m}$  festgelegt, da die Praxis gezeigt hat, dass es unter diesem Wert sehr schwierig ist, Beschichtungen mit höheren und gleichmäßigem Emissionskoeffizienten zu realisieren. Als obere Grenze (30  $\mu\text{m}$ ) ist eine Lackschichtdicke gesetzt, die auch ohne den Einsatz von aufwendigen Beschichtungsverfahren erreicht werden kann. Alle weiteren Simulationen sind mit einer konstanten Lackschichtdicke von 20  $\mu\text{m}$  durchgeführt worden.

Die dimensionslose Einflussgröße  $Bi_{sp}$  wird durch die komplizierte WÜK-Funktion und durch die Änderung des Materials des Bleches untersucht.

Die Wärmeverluste der „trockenen“ Seite des Bleches sind Funktion der Temperatur und ändern sich von Versuch zu Versuch nicht. Mögliche Abweichungen können bei der Änderung der Position des Bleches (vertikal - horizontal) auftreten, indem die Wärmeverluste durch Konvektion beeinflusst werden, oder bei Weglassen der Lackbeschichtung, wodurch die Wärmeverluste durch Strahlung geändert werden. Die letzte Möglichkeit ist mit einer Senkung der Emission und Erhöhung der Reflexion des Versuchskörpers verbunden und führt bei thermografischer Erfassung der Temperatur zu einem erheblichen Anstieg des Messfehlers. Um praxisähnliche Bedingungen zu schaffen, wurde für die Simulationen die experimentell bestimmte  $\alpha_{tr}(\vartheta)$  - Funktion (siehe Abschnitt V.1 Gl. (V.3)) verwendet. Damit ist die Biot-Zahl  $Bi_{tr}$  unter Beachtung der konstanten Stoffeigenschaften der Lackbeschichtung, bei der Simulationen berücksichtigt.

Die dimensionslosen Verhältnisse  $\lambda_L/\lambda_B$  und  $a_B/a_L$  sind für den Einfluss der Stoffeigenschaften des Bleches und des Lackes zuständig. Durch die Wahl von konstanten Lackeigenschaften sind nur die Stoffeigenschaften des Bleches zu variieren. Bei der Wahl des Blechmaterials wurde auf die Wärme- und Temperaturleitfähigkeit geachtet. Beide Stoffeigenschaften sind sehr wichtig für die Übertragung des Nutzsinalns von der „feuchten“ zu der „trockenen“ Seite und beeinflussen gleichzeitig die Querwärmeleitung, die besonders beim Durchlauf der Temperaturfront einen großen Einfluss hat. Aus diesen Gründen wurden bei den Abkühlversuchen Materialien verwendet, deren Wärme- und Temperaturleitfähigkeit sich in einem breiten Bereich ändert.

Die Kennzahl  $\Theta_0$  ist durch die spezielle Definition der dimensionslosen Temperatur entstanden und repräsentiert den Einfluss der Wärmequelle. Da für die Simulationen eine einheitliche Anfangstemperatur von 600  $^\circ\text{C}$  gewählt wurde, wird sich unter dem Einsatz von variablen Wärmequellenleistungen die Kennzahl  $\Theta_0$  ändern und entsprechende Unterschiede in der Abkühlgeschwindigkeit sind zu erwarten. Unterschiede in der Abkühlgeschwindigkeit sind erwünscht, weil bei der Bestimmung von WÜK mit dünnen Blechen der Abkühlvorgang sehr schnell erfolgt, so dass möglicherweise nicht alle Siedezustände erfasst werden können.

Neben den Einflussgrößen des Wärmeleitproblems beeinflussen weitere methodenspezifische Parameter die Genauigkeit der Bestimmung des WÜK. Das ist einmal die Wahl der Anzahl der Zeitschritte in einer Sequenz (bei FSM), als rein numerischer Parameter und zum anderen die durch das experimentelle Verfahren vorgegebene Aufzeichnungsfrequenz der Temperatur. Die mit der Aufnahmefrequenz korrespondierenden Zeitabschnitte  $\Delta h$  beeinflussen gemeinsam mit der jeweiligen Temperaturleitfähigkeit die dimensionslose Kenngröße  $\Delta Fo^A$ . Zu große Zeitschritte können zu Datenverlust führen. Dies bedeutet, dass plötzliche Änderungen im gesuchten Parameter einfach übersprungen werden können und eine Verbesserung des inversen Auswertverfahrens kann diesen Verlust nicht beheben. Andererseits kann eine extrem feine zeitliche Aufteilung zu Stabilitätsproblemen bei den inversen Verfahren führen.

Die in Tabelle V-4 dargestellten dimensionsbehafteten Größen sind in ihrer dimensionslosen Form in Tabelle V-5 zusammengefasst.

		$\Delta Fo$ (oben $\Delta h = 0,0004$ ; unten $\Delta h = 0,03$ )			$\bar{Y}_L = 0,000667$			
$\lambda_L/\lambda_B =$		0,01	0,00137	0,00051				
$\bar{Y}_B$	0,1	$2,07 \cdot 10^{-6}$			40,6	$a_B/a_L$		
		$1,55 \cdot 10^{-4}$			499,1			
			$2,55 \cdot 10^{-5}$	$1,91 \cdot 10^{-3}$			986,3	
	0,033	$2,07 \cdot 10^{-6}$			40,6			
		$1,55 \cdot 10^{-4}$			499,1			
			$2,55 \cdot 10^{-5}$	$1,91 \cdot 10^{-3}$			986,3	
	0,01	$2,07 \cdot 10^{-6}$			40,6			
		$1,55 \cdot 10^{-4}$			499,1			
			$2,55 \cdot 10^{-5}$	$1,91 \cdot 10^{-3}$			986,3	
	$Bi_{sp,max} = \alpha_{max}R/\lambda_B$		30	4,11	1,53			

Tabelle V-5: Dimensionslose Einflussgrößen der instationären Simulationsrechnungen

## V.5.2 Diskussion der Ergebnisse

Da eine vernünftige mehrdimensionale graphische Darstellung der Änderung des WÜK mit der Temperatur und mit dem Ort für mehrere Auswertemethoden unmöglich ist, wird die mittels der erwähnten drei Auswertverfahren bestimmte Temperaturabhängigkeit des WÜK, an einem und bei Bedarf an zwei Punkten entsprechend Bild V-2 näher betrachtet. Die sich im Vergleich zu Diagramm V-28 ergebenden 3D-Verläufe des WÜK  $\alpha(T,r)$  für die jeweilige Simulationsrechnung sind im Anhang D dargestellt.

$$^A \Delta Fo = \frac{\Delta h a_B}{R^2}$$

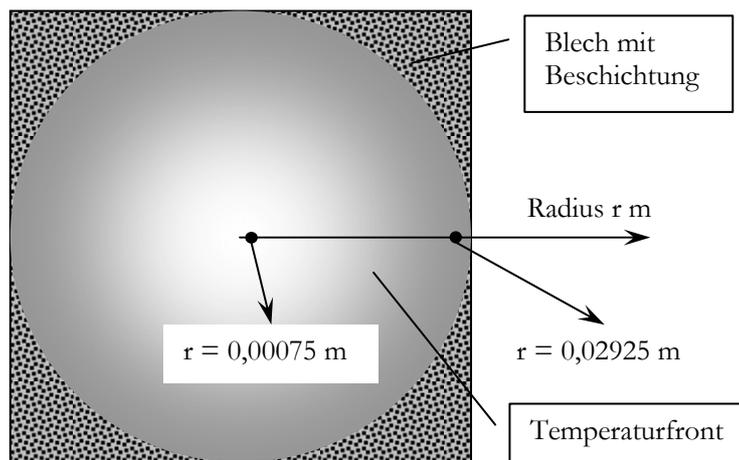


Bild V-2: Schematische Darstellung der zur Beurteilung der Fehler gewählten Messstellen

In den folgenden Abschnitten wird systematisch der Einfluss der verschiedenen Parameter diskutiert.

➤ Einfluss der Lackschichtdicke

Der Einfluss der Lackschichtdicke auf die Genauigkeit der Bestimmung von WÜK wird beim Vergleich der Auswertedaten eines 0,3 mm dicken Inconel-Bleches und eines Kupfer-Bleches, beschichtet jeweils mit einer 10 µm und 30 µm dicken Lackschicht an der Messstelle  $r = 0,02925$  m diskutiert. Beim Vergleich der Temperaturfelder der beschichteten Kupfer- und Inconel-Bleche kann der Anteil der Fehler, verursacht von der Lackbeschichtung, von dem Fehler verursacht durch das Bleche klar abgegrenzt werden, weil Kupfer und Inconel (Ni-Legierung) sehr unterschiedliche Stoffeigenschaften besitzen.

Der für die direkte Simulation vorgegebenen WÜK wurde mit den mittels der drei Methoden bestimmten WÜK verglichen. Die Verteilung des WÜK über der Temperatur und der relative Fehler für ein Inconel-Blech sind im Diagramm V-30 und Diagramm V-29 dargestellt.

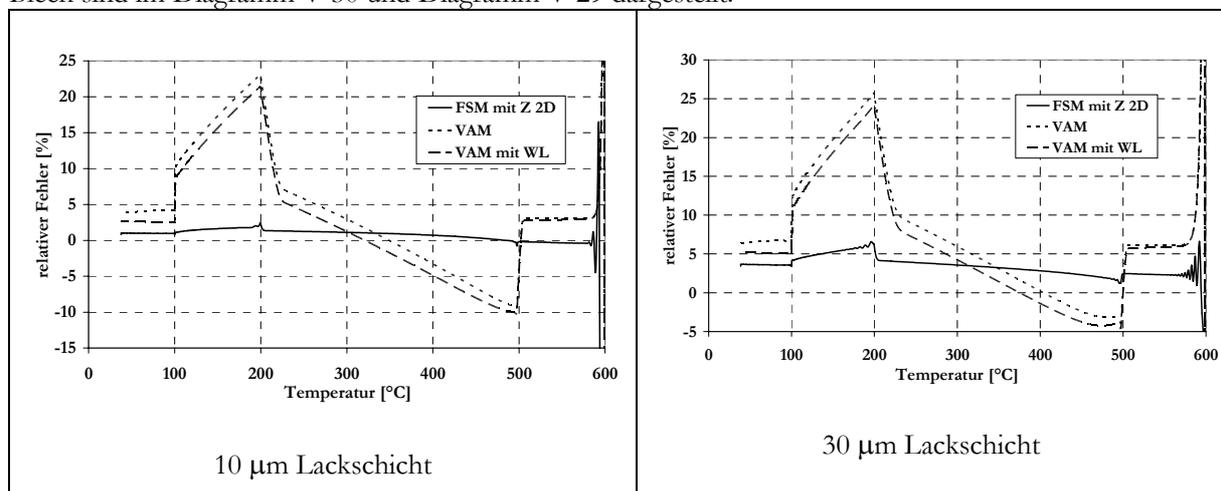


Diagramm V-29: Relativer Fehler<sup>A</sup> der WÜK-Bestimmung mit FSM, VAM und VAM mit WL für ein Inconel-Blech

<sup>A</sup> Der Fehler um 600°C, am Anfang des simulierten Versuchs, ist für die meisten praktischen Fälle nicht von Interesse, weil der Versuch zur Bestimmung von WÜK bei etwas höheren Temperatur als notwendig gestartet werden kann, so dass die ersten Messpunkte ausgeschaltet werden können.

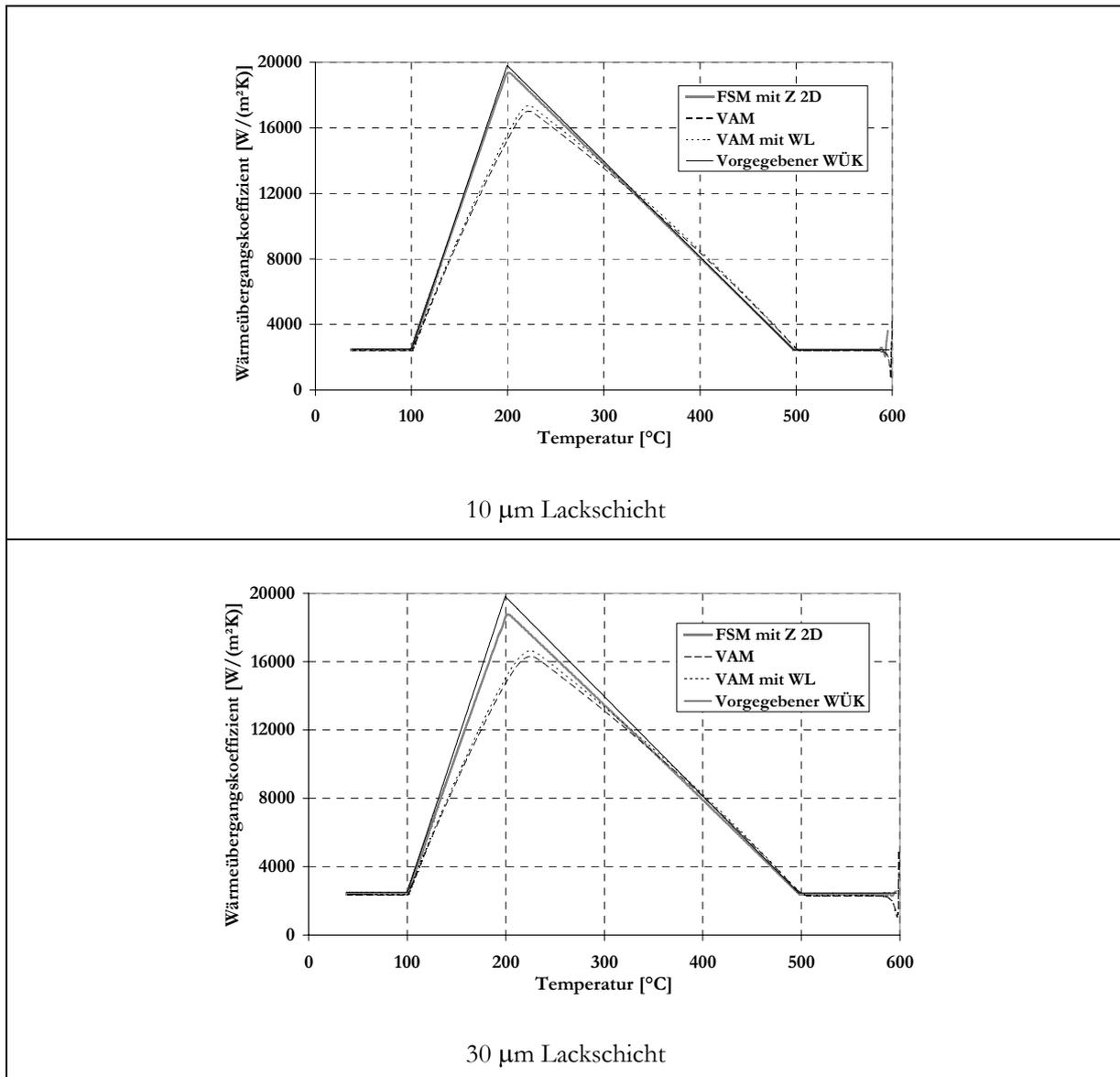


Diagramm V-30: WÜK, bestimmt mittels FSM mit 2D Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 2D), mittels Gl. (II.14) (VAM) und mit Korrekturterm (II.15) (VAM mit WL) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK. Material Inconel

Der Vergleich<sup>A</sup> der Fehlerverteilungen zwischen 10 µm und 30 µm (Diagramm V-29) zeigt eine eindeutige Tendenz. Die Vergrößerung der Dicke der Lackbeschichtung verursacht eine positive relative Abweichung. Bei der FSM ist dieser Effekt eindeutig zu erkennen, so dass eine Erhöhung des Fehlers im gesamten Temperaturbereich beobachtet wird. Bei den vereinfachten Methoden kommt eine Überlagerung von entgegenwirkenden Effekten zustande. Der negative Fehler um den Leidenfrost-Punkt, beeinflusst von der positiven Abweichung, wird mit der Steigerung der Lackschichtdicke kleiner und der positive Fehler um den „burn-out“-Punkt entsprechend größer.

Der Fehler der FSM-Auswertung verdoppelt sich bei der Erhöhung der Lackschicht um 20 µm, bleibt aber im gesamten Temperaturbereich unter einem akzeptablen Niveau.

Bei den vereinfachten Auswertemethoden ist die Änderung des Fehlers durch Vergrößerung der Lackschichtdicke klein gegenüber dem gesamten Fehler. Eine Ausnahme ist der Fehler um den Leidenfrost-Punkt. In diesem Temperaturbereich ist der Fehler bei 10 µm Lackschicht doppelt so groß

<sup>A</sup> Übersichtlicher wäre ein einheitlicher Ordinatenmaßstab. Im Interesse einer verbesserten Ablesegenauigkeit wurden aber unterschiedliche Maßstäbe gewählt, was beim Vergleich der Diagramme zu beachten ist.

wie der Fehler bei 30  $\mu\text{m}$ . Es ist aber zu betonen, dass der Fehler der vereinfachten Auswertemethoden hauptsächlich durch die Vernachlässigung des Temperaturgradienten in y-Richtung im Blech, abgesehen von dem in der Lackbeschichtung verursacht ist.

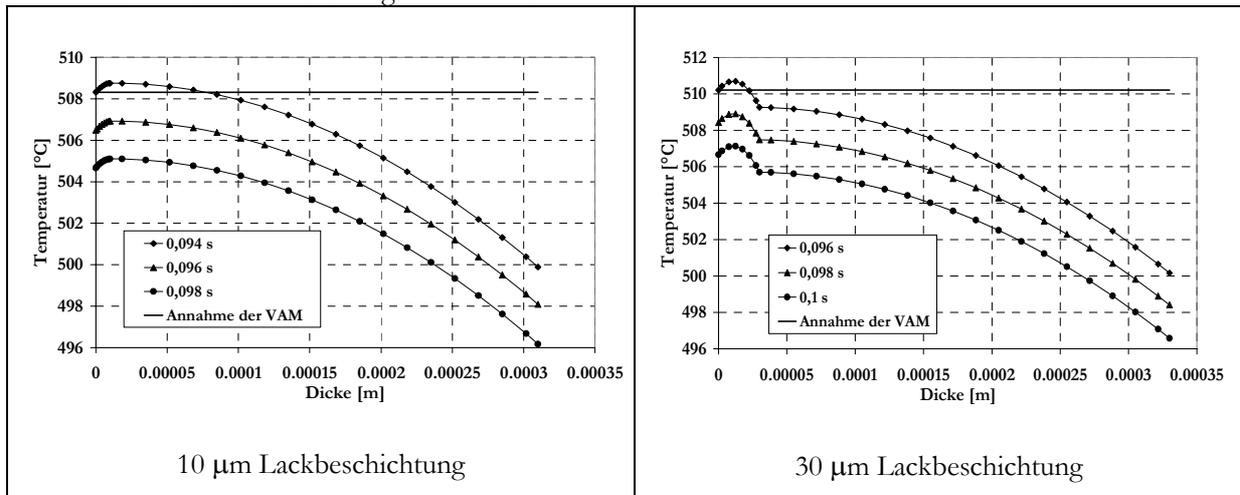


Diagramm V-31: Temperaturverteilung über der Dicke (y-Richtung) beim Erreichen des Leidenfrost-Punktes. Material Inconel

Die Temperaturverteilungen über der Dicke des beschichteten Bleches, dargestellt im Diagramm V-31 und Diagramm V-32 bestätigen diese Vermutung. Der Temperaturabfall im Blech ist viel größer als dieser in der 30  $\mu\text{m}$  starken Lackschicht. Im Bereich um den „burn-out“-Punkt ist die Änderung des Temperaturgradienten in y-Richtung am stärksten ausgeprägt. Der Einfluss der Lackschicht ist etwas größer als in den anderen Siedebereichen, obwohl der Temperaturabfall (Diagramm V-32) im Blech immer noch größer ist als der in der Lackbeschichtung.

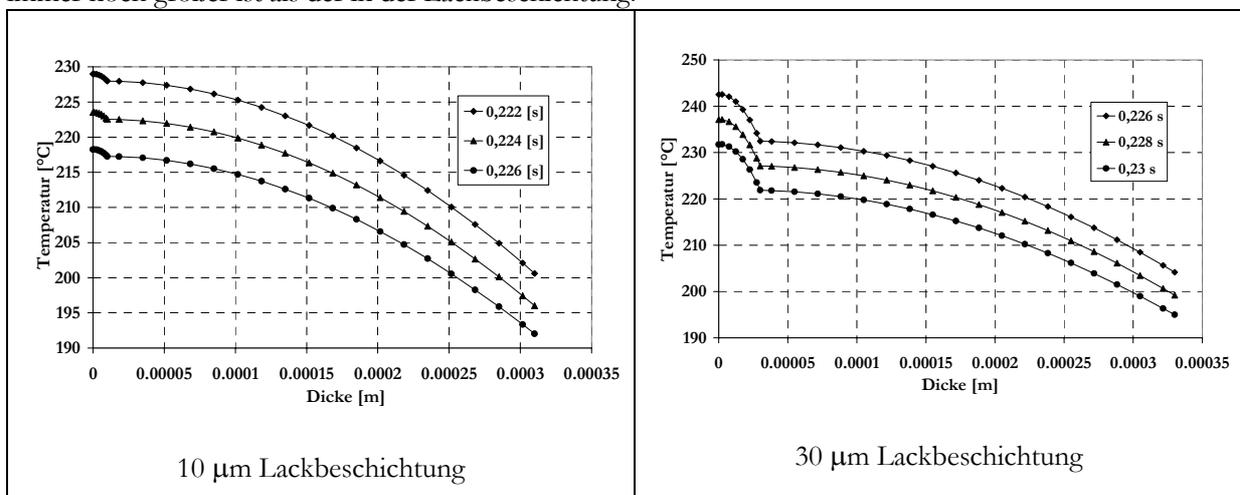


Diagramm V-32: Temperaturverteilung über der Dicke beim Erreichen des „burn-out“-Punktes. Material Inconel

Die oben beschriebenen Wärmeübergangsverhältnisse beziehen sich auf einen einzigen Punkt von dem 2D-simulierten Versuchsblech mit Beschichtung. So stellt sich die Frage, ob die festgestellten Abhängigkeiten auch im Zusammenhang mit der Wärmeleitung in radialer Richtung noch gültig sind. Ein Blick auf die Verteilung des Fehlers über dem Radius kann Hinweise liefern. Die Verteilung des maximalen Fehlers in der positiven (maximaler Fehler bezeichnet mit Maximum) und in der negativen Richtung (minimaler Fehler bezeichnet mit Minimum) über dem Radius für den gesamten Temperaturbereich ist im Diagramm V-33 dargestellt. So können z. B. für den Punkt bei  $r=0,02925\text{ m}$  eines mit 30  $\mu\text{m}$  beschichteten Inconel-Blechtes der minimale und der maximale Wert des Fehlers aus Diagramm V-29 abgelesen werden. Der maximale Wert der VAM ist 25,78 % groß und liegt bei 199,3  $^{\circ}\text{C}$ , der minimale Wert beträgt 3,98 % und liegt bei 497,2  $^{\circ}\text{C}$ .

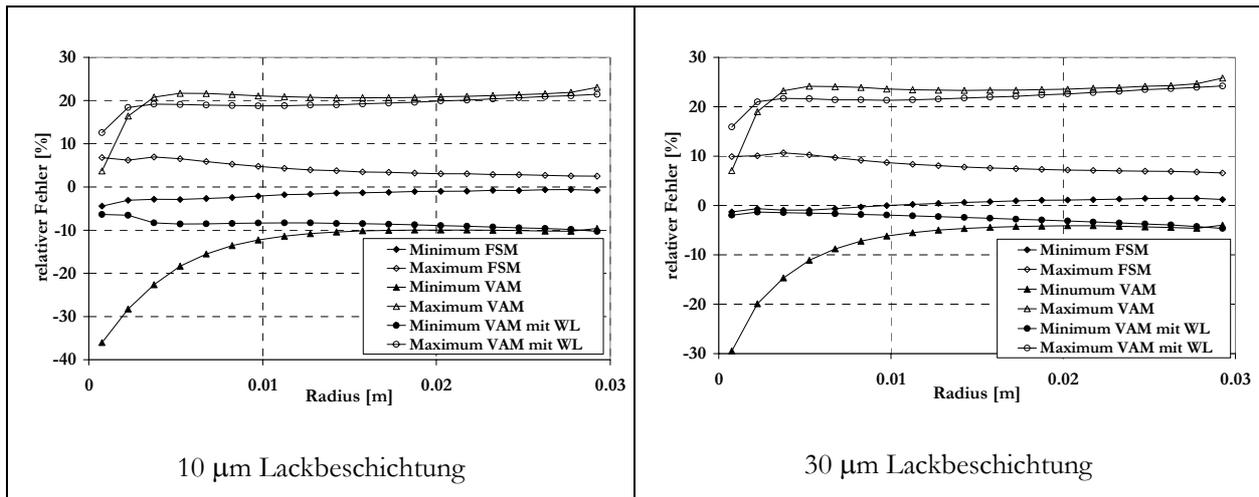


Diagramm V-33: Verteilung des größten Fehlers des WÜK in negativer (Minimum) und positiver (Maximum) Richtung der Skala über dem Radius. Material Inconel

Die Diagramme weisen keinen praktisch relevanten Zusammenhang zwischen der Lackschichtdicke und dem Radius auf. Die Tendenz zur Verschiebung des Fehlers in die positive Richtung mit Erhöhung der Lackschichtdicke ist über dem gesamten Radius zu beobachten. Die erhebliche Verbesserung des Fehlers im Bereich  $r < 0,01$  m durch die Anwendung des Korrekturterms für die Wärmeleitung, Gl. (II.15), zeigt, dass mit Verkleinerung des Radius die Querwärmeleitung eine immer größere Rolle spielt. Die VAM mit WL berücksichtigt die Wärmeleitung in radialer Richtung in einem Blech ohne Beschichtung. Aus diesem Grund ist der Zusammenhang zwischen den Temperaturgradienten über der Dicke des Bleches und über der Lackschicht mit der radialen Abhängigkeit des Fehlers gering. Die radiale Abhängigkeit des Fehlers wird weiter im Zusammenhang mit dem Material des Versuchsbleches diskutiert.

Wie am Anfang des Kapitels angekündigt, ist die Frage, ob die Wechselwirkung zwischen dem Material des Bleches und der Lackbeschichtung einen Einfluss auf den Fehler der WÜK-Bestimmung hat, von Interesse. Dafür wird die Simulation zur Bestimmung des WÜK auch für ein beschichtetes Kupferblech durchgeführt. Wie in Tabelle V-4 zu sehen ist, haben die Materialien Inconel und Kupfer sehr unterschiedliche Stoffeigenschaften.

Die Verteilung des WÜK und der Fehler der Auswertung für Kupfer an der Stelle  $r = 0,02985$  m sind im Diagramm V-35 dargestellt.

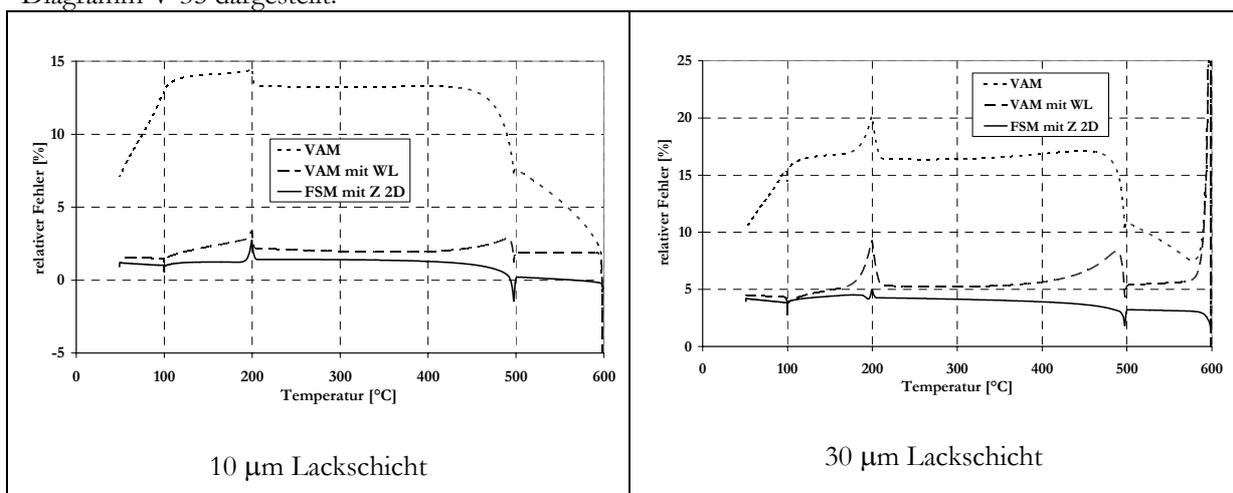


Diagramm V-34: Relativer Fehler der WÜK-Bestimmung mit FSM, VAM und VAM mit WL für Kupfer

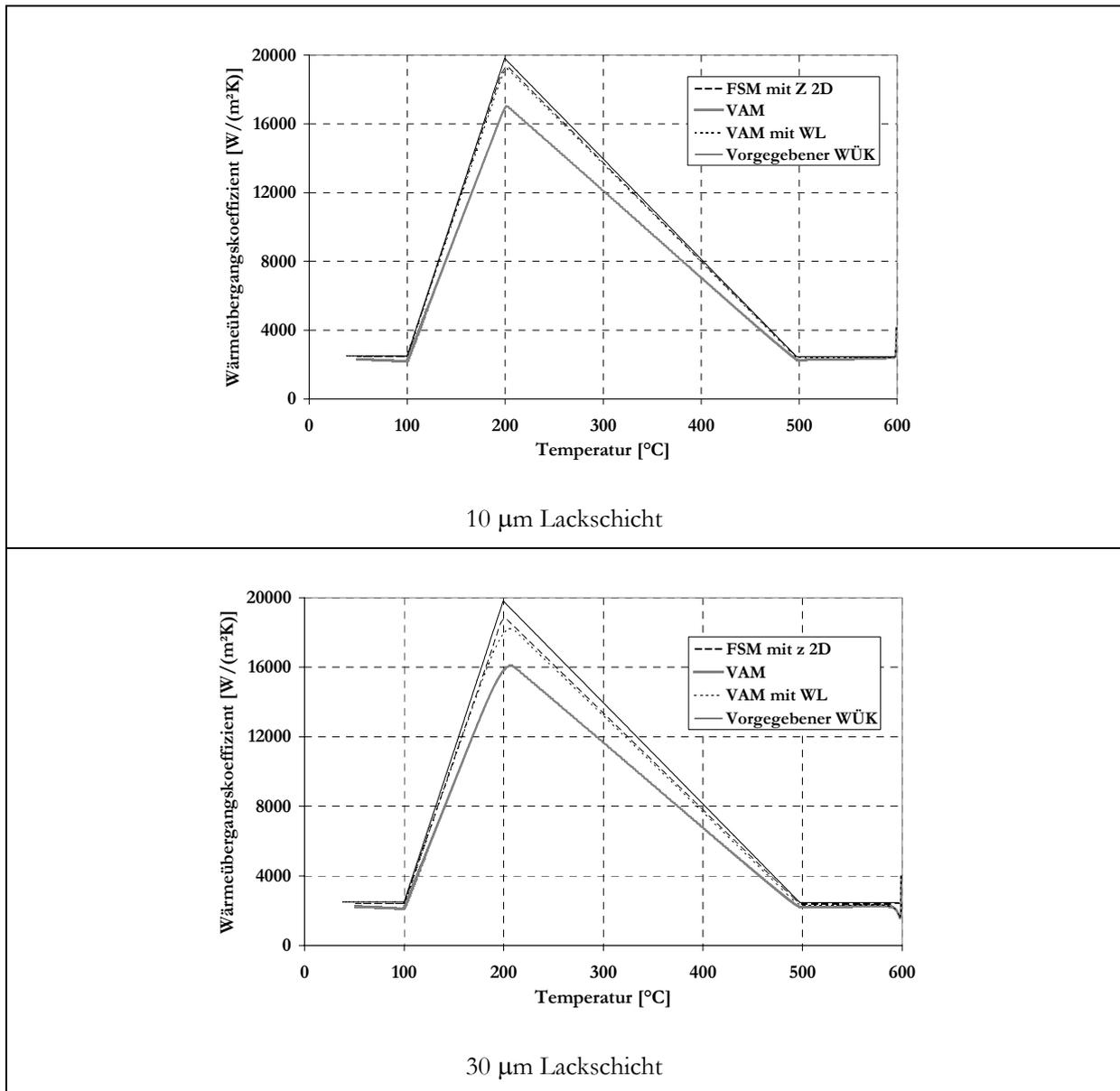
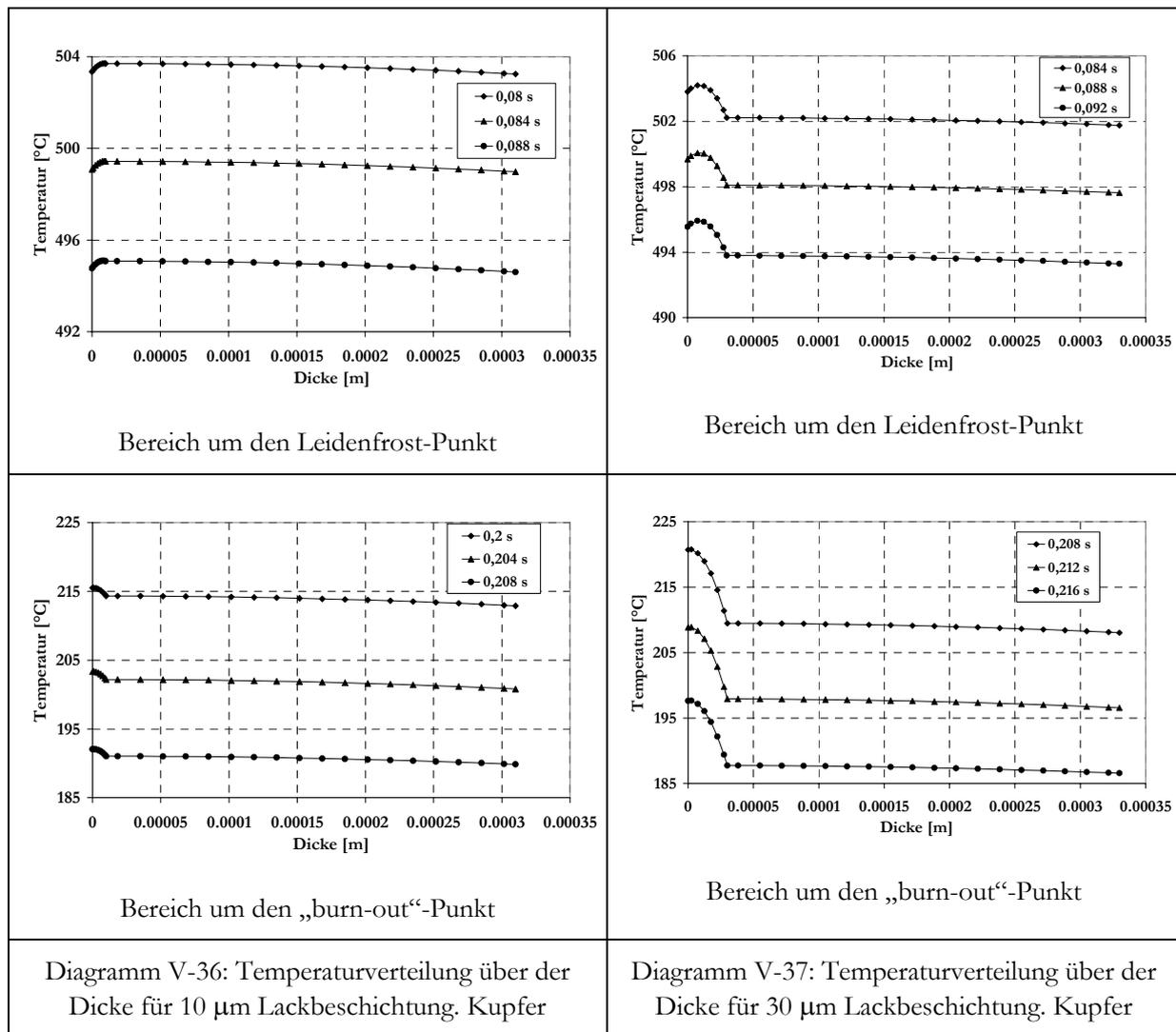


Diagramm V-35: WÜK bestimmt mittels FSM mit 2D Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 2D), mittels Gl. (II.14) (VAM) und mittels Gl.(II.14) mit dem Korrekturterm (II.15) (VAM mit WL) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK . Kupfer-Blech

Die Simulationen mit Kupfer bestätigen die wichtigste Schlussfolgerung aus den Simulationen mit Inconel, dass die Erhöhung der Lackschichtdicke eine Verschiebung des Fehlers in der positiven Richtung hervorruft. Es ist zu bemerken, dass bei VAM und VAM mit WL die Größe des Fehlers bei Kupfer insgesamt kleiner ist als bei Inconel, aber der Anteil der Lackschichtdicke im Fehler ist bei Kupfer größer. Der Grund dafür ist, dass der Temperaturgradient im Kupferblech deutlich kleiner ist als dieser in der Lackbeschichtung, Diagramm V-36 und Diagramm V-37.

Das Kupfer-Blech mit 10 µm Lackschicht weist auch um den „burn-out“-Punkt eine fast einheitliche Temperatur über der Dicke auf. Im Gegensatz dazu zeigt das Temperaturfeld im Kupfer-Blech mit 30 µm Lackschicht große Differenzen. Auch im Unterschied zum Inconel ist der Temperaturgradient in der Lackschicht größer als der im Blech.



Auch bei diesen Simulationen ist keine signifikante Abhängigkeit des Fehlers vom Radius im Zusammenhang mit der Änderung der Lackschichtdicke zu beobachten (Diagramm V-38). Der Grund dafür ist die klein angenommene Wärmeleitfähigkeit der Lackschicht. Beim Vergleich der Abhängigkeit des Fehlers vom Radius zwischen Kupfer und Inconel (Diagramm V-33 und Diagramm V-38) lässt sich feststellen, dass das Material mit höherer Wärmeleitfähigkeit größere Fehler bei Vernachlässigung der Wärmeleitung in radialer Richtung aufweist. Demzufolge sollte die Lackschicht mit 100-fach kleinerer Wärmeleitfähigkeit als Inconel einen noch kleineren Einfluss auf den Fehler im Zusammenhang mit der Querwärmeleitung aufweisen.

Man kann den Einfluss der Lackschichtdicke auch beim Vergleich der Fehler der FSM und VAM mit WL für ein mit 10  $\mu\text{m}$  und ein mit 30  $\mu\text{m}$  (Diagramm V-34) beschichtetes Kupferblech herausfiltern. Bei diesem Simulationsfall ist der einzige Unterschied zwischen den Methoden die Vernachlässigung der Lackschicht bei VAM mit WL. Es ist deutlich zu sehen, dass bei Vernachlässigung der Lackschicht plötzliche Änderungen („burn-out“-Punkt, Leidenfrost-Punkt) im gesuchten Parameter nur mit einer geringeren Genauigkeit bestimmt werden können.

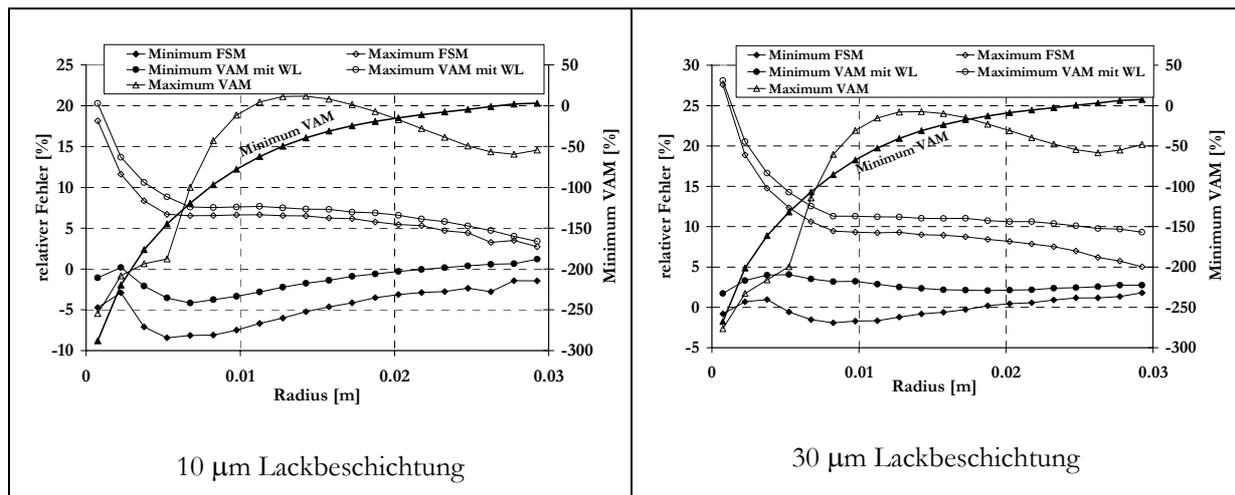


Diagramm V-38 Verteilung des Fehlers in negativer (Minimum) und positiver (Maximum) Richtung der Skala, über dem Radius. Kupfer-Blech

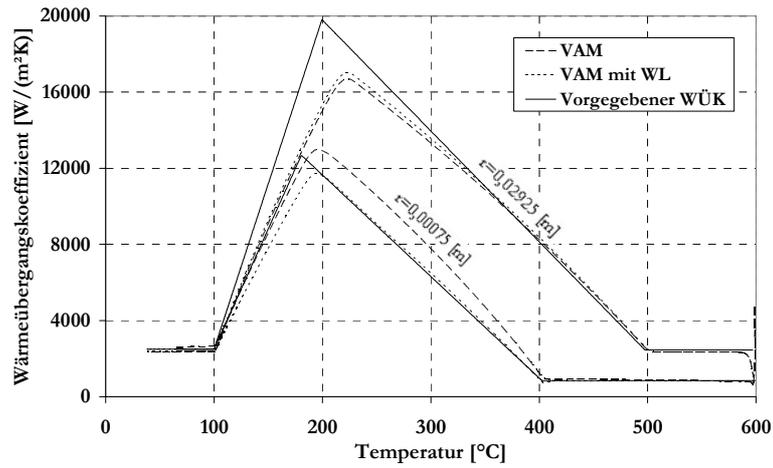
➤ Einfluss der Blechdicke und des Materials des Bleches

Bei der Betrachtung der Lackschichtdicke hat sich gezeigt, dass der Wärmeleitwiderstand des Bleches einen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit der Bestimmung von WÜK hat. Demzufolge ist die Blechdicke, die in der Praxis in einem deutlich größeren Bereich als die Lackdicke variiert werden kann, bezüglich Einfluss auf die Fehler der Auswertung von großem Interesse. Die Stoffeigenschaften des Materials beeinflussen die Übertragung des Nutzsignals von der „feuchten“ zu der „trockenen“ Seite des Versuchsbleches. Entsprechend dem in Tabelle V-4 dargestellten Simulationsprogramm, sind Simulationen mit drei Dicken (0,3; 1 und 3 mm) und drei unterschiedlichen Materialien (Inconel, Duraluminium und Kupfer) durchgeführt worden. Die 3D-Erfassung der Ergebnisse der Simulationen ist im Anhang D zu finden. Die 3D-Darstellung, WÜK in Abhängigkeit von der Temperatur und vom Radius, kann einen nützlichen allgemeinen Überblick verschaffen, ist aber für eine detaillierte quantitative Analyse der Fehler der Auswertung nicht ausreichend aussagefähig. Aus diesem Grund werden die „Messungen“ des WÜK an den in Bild V-2 dargestellten Messstellen diskutiert. Zuerst werden die Ergebnisse der Auswertung und die entsprechenden relativen Fehler für Inconel präsentiert.

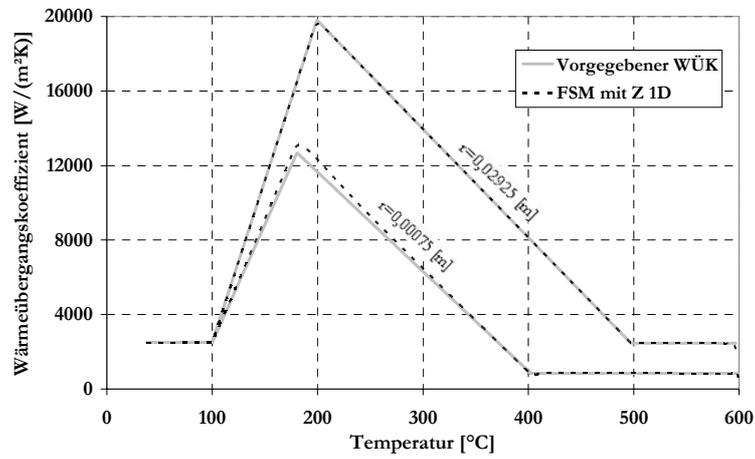
Die Analyse des Fehlers (Diagramm V-42) zeigt wie erwartet eine allgemeine Erhöhung des Fehlers mit der Blechdicke im gesamten Temperaturbereich und bei allen Auswertemethoden. Es sind zwei Regelmäßigkeiten zu beobachten, die bei Vernachlässigung des Temperaturgradienten über der Dicke des Bleches (VAM und VAM mit WL) auftreten. Erstens wird die gesamte  $\alpha(\theta)$ -Kurve zu den höheren Temperaturen verschoben und zweitens sind die maximalen Werte des bestimmten Wärmeübergangskoeffizienten, am „burn-out“-Punkt, in der Regel kleiner als die Vorgabewerte, Diagramm V-39 bis Diagramm V-41.

Bemerkenswert ist auch, dass insbesondere mit Zunahme der Blechdicke die Berücksichtigung der Wärmeleitung in radialer Richtung bei der VAM mit WL praktisch keine Verbesserung der Genauigkeit der Auswertung gegenüber der VAM bringt. Ausnahmen werden bei Blechdicke von 0,3 mm und 1 mm und sehr kleinem Radius ( $r=0,00075$ ) festgestellt. Offensichtlich dominiert der Fehler, verursacht durch Vernachlässigung des Temperaturgradienten über der Dicke des Bleches über den durch Wärmeleitung in radialer Richtung verursachten Fehler. Diesen Aspekt können die Temperaturverläufe über dem Radius, die bei der Wanderung der Temperaturfront entstehen, veranschaulichen.

Im Diagramm V-43 ist die Simulation der im Bild V-1 dargestellten, experimentell ermittelten Vorwärtsbewegung der Temperaturfront bei der Abkühlung eines Inconel-Blechtes dargestellt.

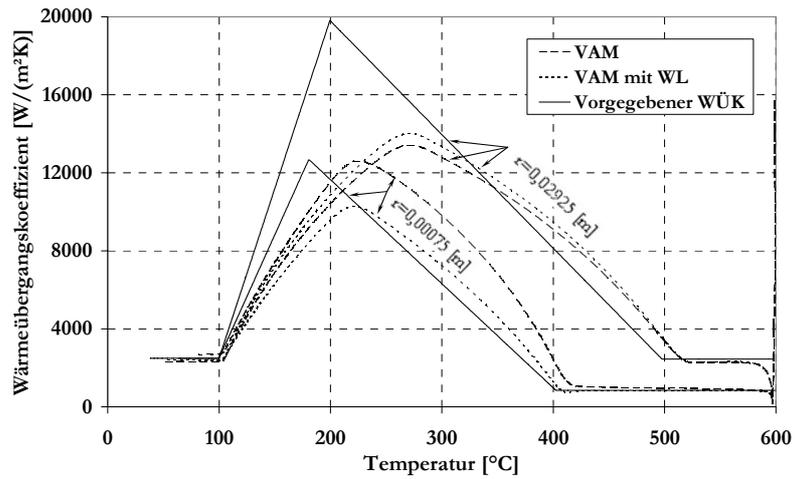


VAM und VAM mit WL

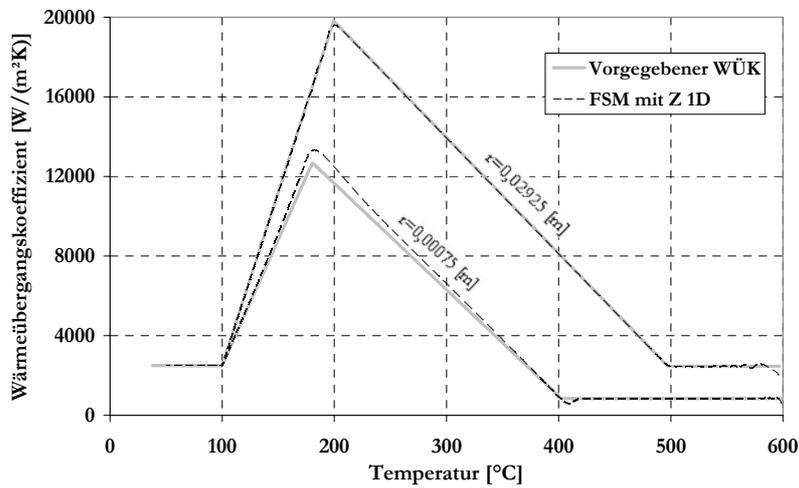


FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten

Diagramm V-39: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK bei  $r = 0,00075 \text{ m}$ . und  $r = 0,02925 \text{ m}$ . Material des Versuchsbleches Inconel;  $\Delta h=0,0004 \text{ s}$ ; Blechdicke  $0,3 \text{ mm}$ .



VAM und VAM mit WL



FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten

Diagramm V-40: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK bei  $r = 0,00075$  m. und  $r = 0,02925$  m. Material des Versuchsbleches Inconel;  $\Delta h = 0,0004$  s; Blechdicke 1 mm

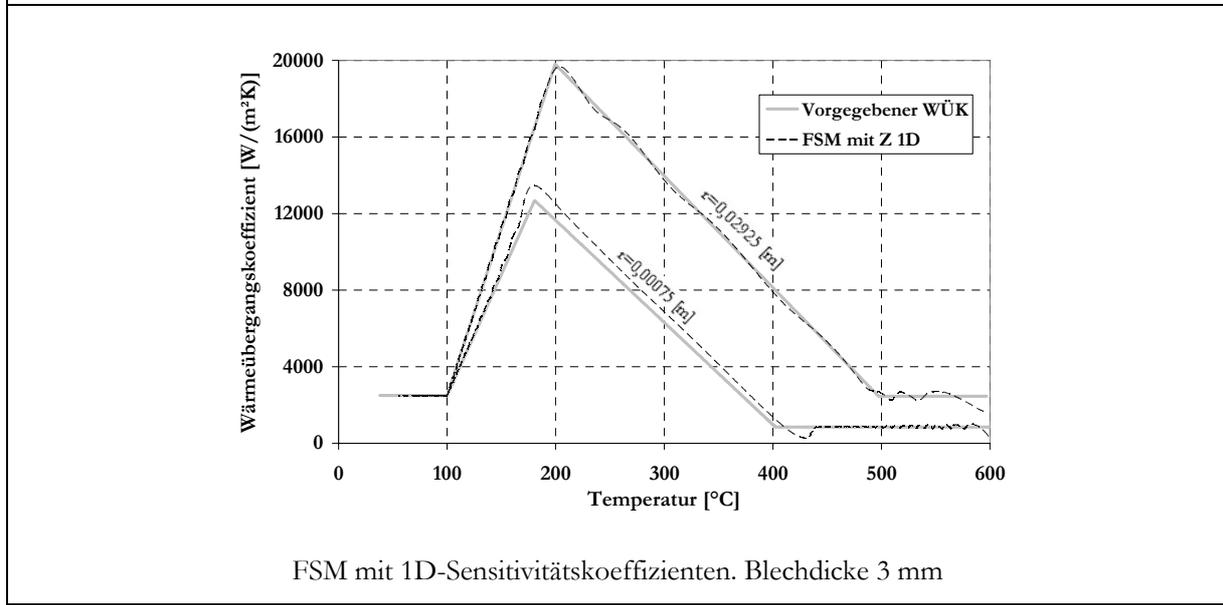
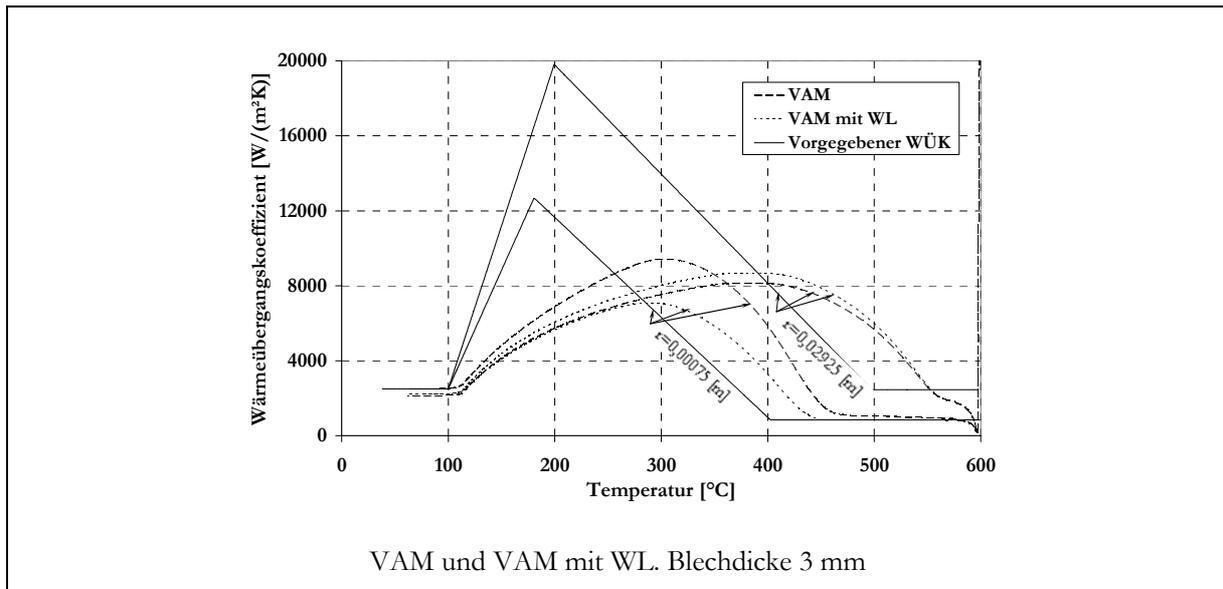


Diagramm V-41: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK bei  $r = 0,00075$  m. und  $r = 0,02925$  m. Material des Versuchsbleches Inconel;  $\Delta h = 0,0004$  s; Blechdicke 3 mm

Da bei der Erhöhung der Blechdicke auch der Querschnitt des Bleches steigt, werden gleichzeitig günstigere Bedingungen für die Wärmeleitung in radialer Richtung geschaffen. Mit Erhöhung der Querschnittsfläche sind kleinere Temperaturgradienten für den gleichen Wärmestrom notwendig. Demzufolge kommen die ausgeprägten Temperaturgradienten über dem Radius, die auf der „feuchten“ Seite entstehen, mit Erhöhung der Dicke gedämpft auf der „trockenen“ Seite an (Diagramm V-43). Es ist auch eindeutig zu erkennen, dass mit abnehmendem Radius die Temperaturgradienten immer deutlicher werden. Damit lässt sich auch die Steigerung des Fehlers beim Verringern des Radius erklären.

Die FSM zeigt deutlich bessere Resultate als die vereinfachten Methoden (VAM und VAM mit WL). Die Berücksichtigung der 2D-Wärmeleitung in Blech und Beschichtung hat sich bewährt. Es sind aber auch die Probleme, verbunden mit der Inkorrektheit der inversen Problematik zu erkennen. Die Erhöhung der Dicke des Bleches führt zu instabilen Lösungen der inversen Aufgabe. Die Instabilitäten zeigen sich durch Entstehung von Schwankungen im zu bestimmenden Wärmeübergangskoeffizienten. Die genannten Schwankungen lassen sich vermeiden durch Verwendung von z.B. mehr zukünftigen Zeitschritten oder anderen inversen Techniken (siehe Abschnitt II.3.2). Durch die Anwendung von diesen Techniken können sich auch andere Fehlerverteilungen ergeben, die sich von der in dieser Studie gezeigten

unterscheiden. Wichtig sind die gewonnenen Erkenntnisse, unter welchen Bedingungen der Einsatz der einen oder anderen Methode vorteilhaft ist und die Art der Fehler, die zu erwarten ist. Aus diesem Grund wurden Simulationen mit Blechmaterialien mit unterschiedlichen Stoffeigenschaften geplant.

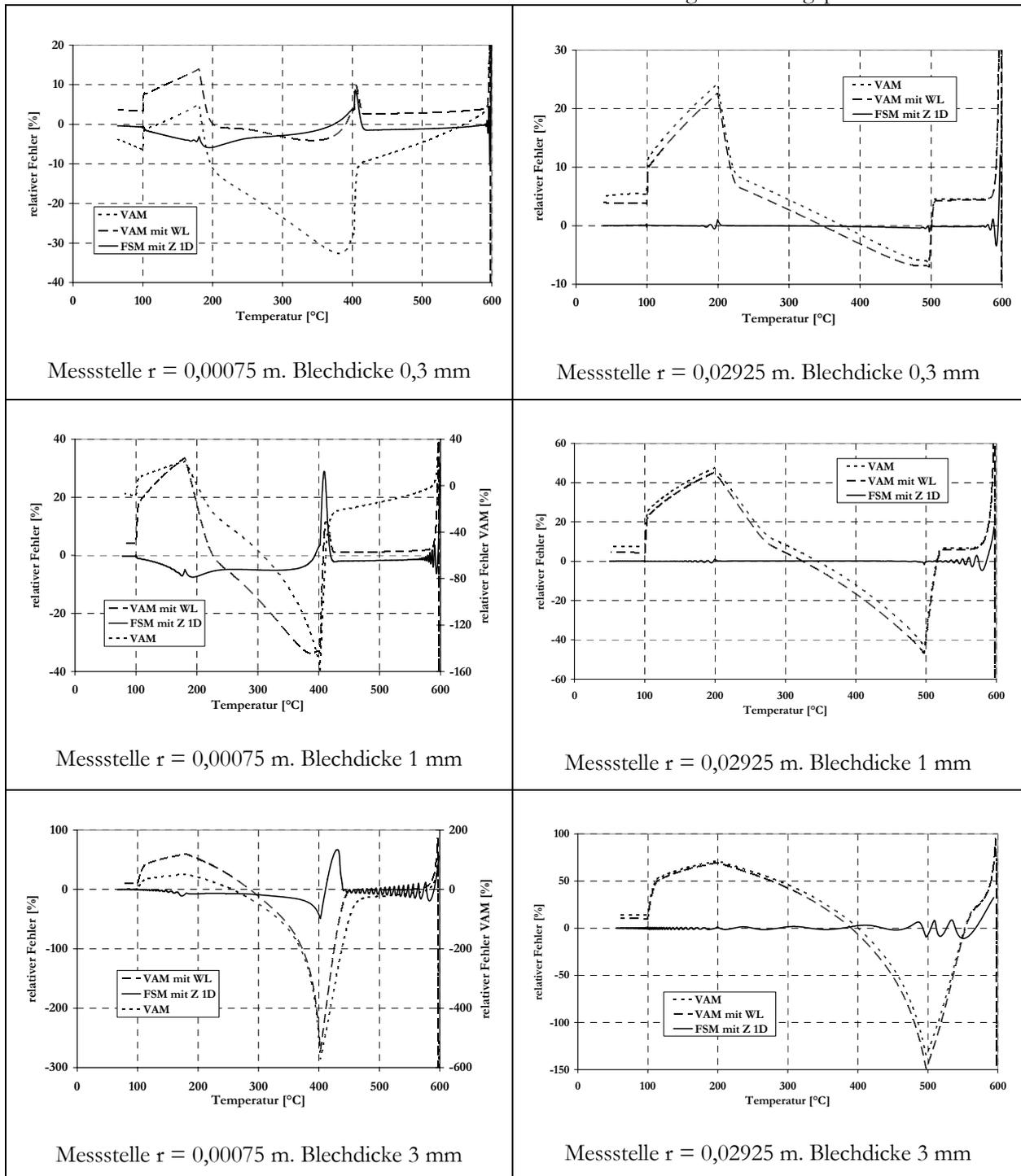
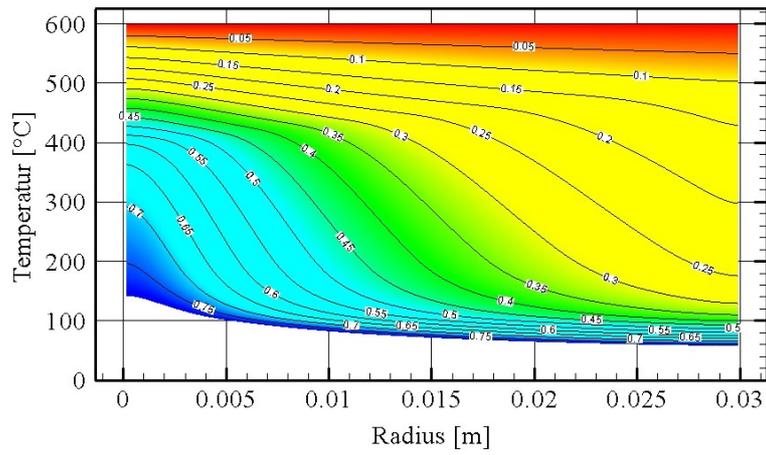
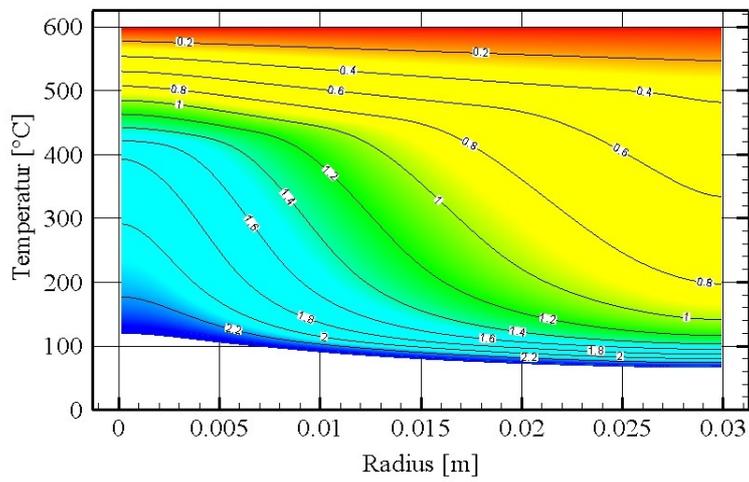


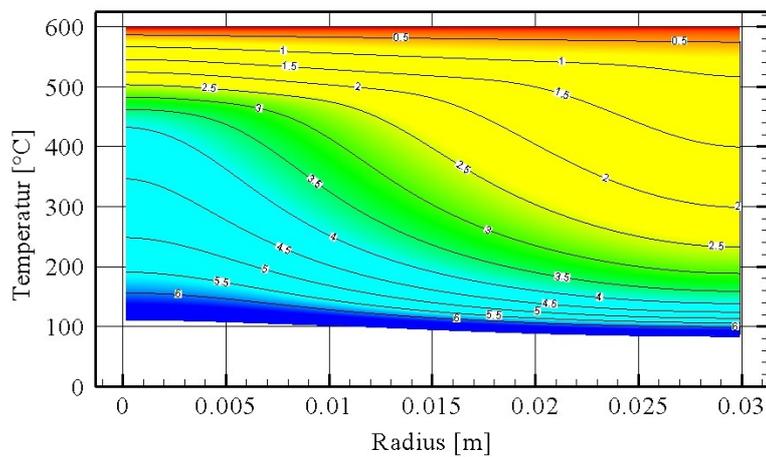
Diagramm V-42: Relativer Fehler der WÜK -Bestimmung mittels VAM, VAM mit WL und FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten. Material des Bleches - Inconel,  $\Delta h = 0,0004$  s



0,3 mm



1 mm



3 mm

Diagramm V-43: Wanderung der Temperaturfront bei der Abkühlung eines Inconel-Blechtes mit unterschiedlichen Dicken. Temperaturverteilung auf der „trockenen“ Seite

Der Fehler der Auswertung, bedingt durch Temperaturgradienten über der Dicke des Bleches, sollte bei der Anwendung von Materialien mit deutlich größerer Wärmeleitfähigkeit geringer werden. Im Folgenden sind die Simulationsergebnisse für Kupfer ( $\lambda = 393 \text{ [W/(mK)]}$ ) diskutiert.

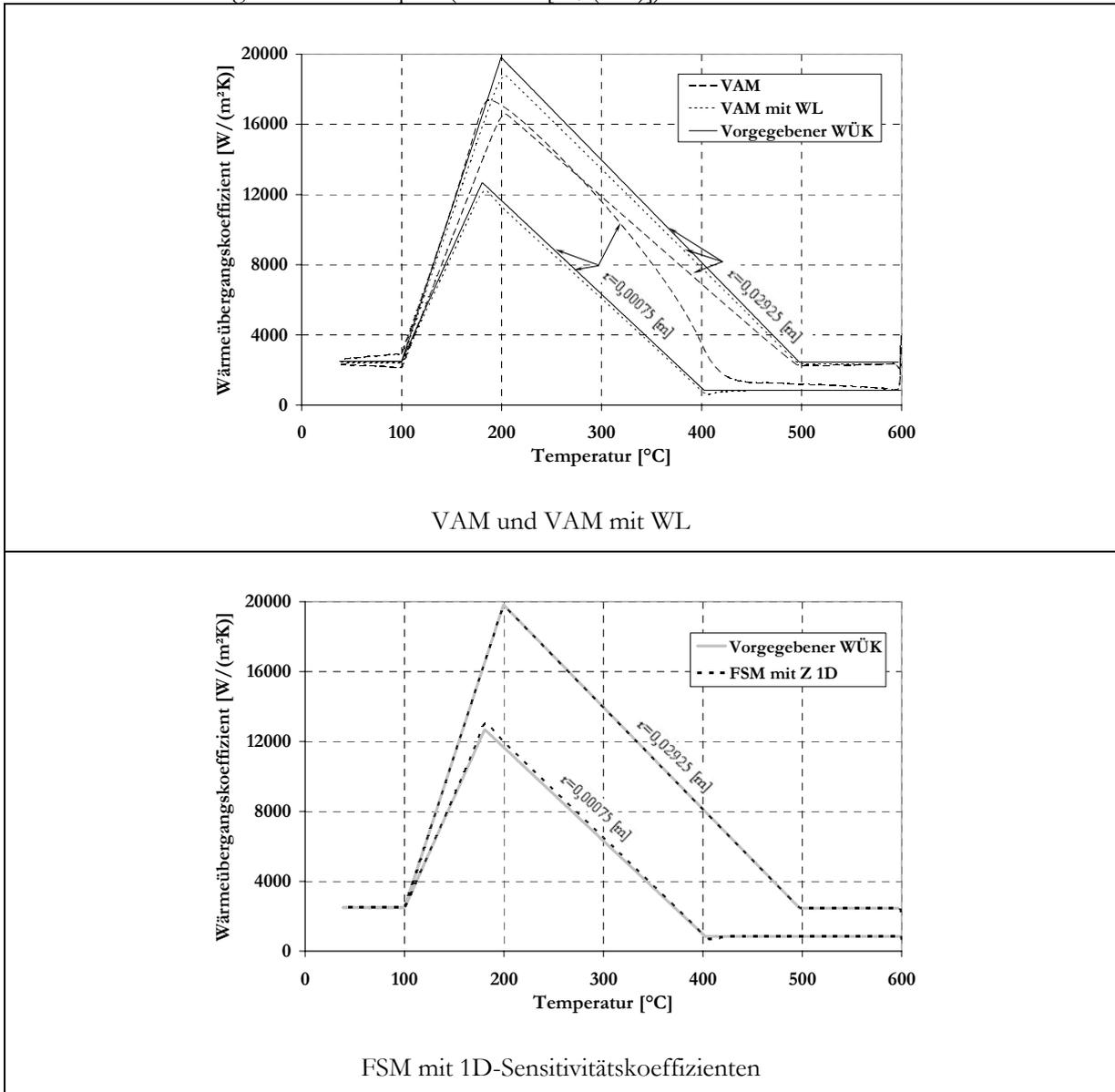


Diagramm V-44: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an  $r = 0,00075 \text{ m}$ . und  $r = 0,02925 \text{ m}$ . Material des Versuchsbleches - Kupfer;  $\Delta h = 0,0004 \text{ s}$ ; Blechdicke  $0,3 \text{ mm}$

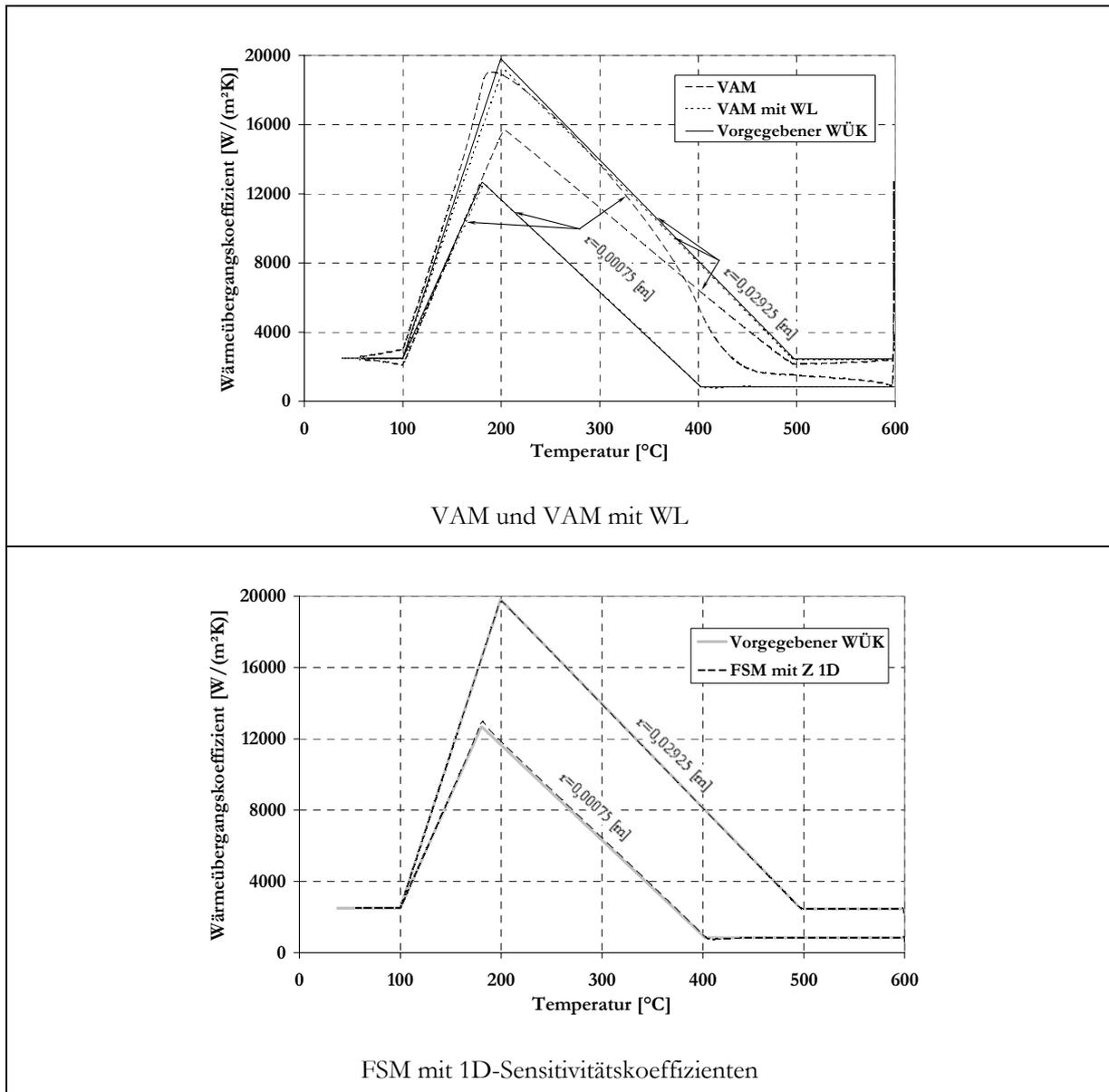


Diagramm V-45: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an  $r = 0,00075 \text{ m}$ . und  $r = 0,02925 \text{ m}$ . Material des Versuchsbleches - Kupfer;  $\Delta h=0,0004 \text{ s}$ ; Blechdicke  $1 \text{ mm}$

Das wichtigste Ergebnis bei der Analyse der Simulationen mit Kupfer ist die erhebliche Verbesserung des Fehlers unter allen Bedingungen bei der Anwendung der VAM mit WL gegenüber VAM. Da der einzige Unterschied zwischen den beiden Methoden die Berücksichtigung der Wärmeleitung in radialer Richtung (VAM mit WL) ist, lässt sich schließen, dass bei Kupfer die Querwärmeleitung die Hauptursache für die Entstehung des Fehlers ist. Der Vergleich zwischen VAM mit WL und FSM bestätigt diese Aussage. Der Unterschied im Fehler zwischen den beiden Methoden an der Messstelle  $r=0,02925 \text{ m}$  für  $0,3 \text{ mm}$  Blechdicke ist vergleichbar mit dem Anstieg des Fehlers bei der Erhöhung der Lackschichtdicke (siehe Diagramm V-34).

Leider beschränkt sich die Verbesserung der Genauigkeit der Auswertung bei Kupfer gegenüber dieser bei Inconel nur auf die Messstelle  $r=0,02925 \text{ m}$ . An der Messstelle  $r=0,00075 \text{ m}$  sind sogar schlechtere Ergebnisse bei FSM und VAM zu beobachten. Um den Einfluss der Temperaturgradienten, die bei der Fortbewegung der Temperaturfront entstehen, mit denen bei Inconel vergleichen zu können, ist die Temperaturverteilung über dem Radius im Diagramm V-48 dargestellt.

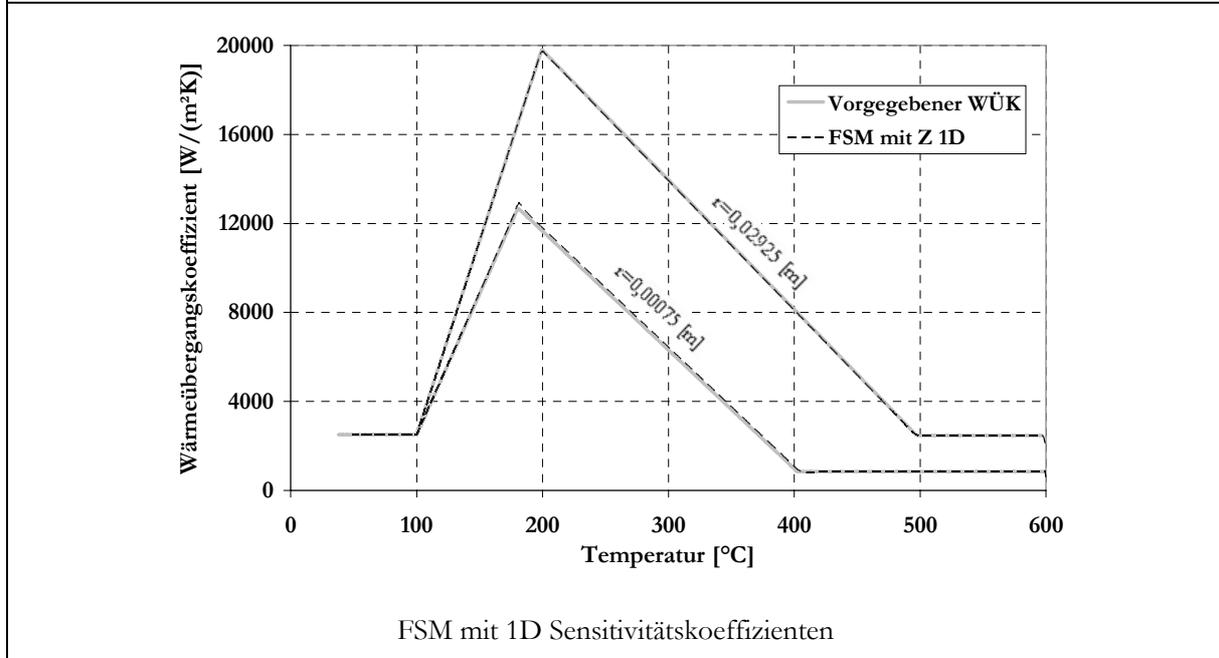
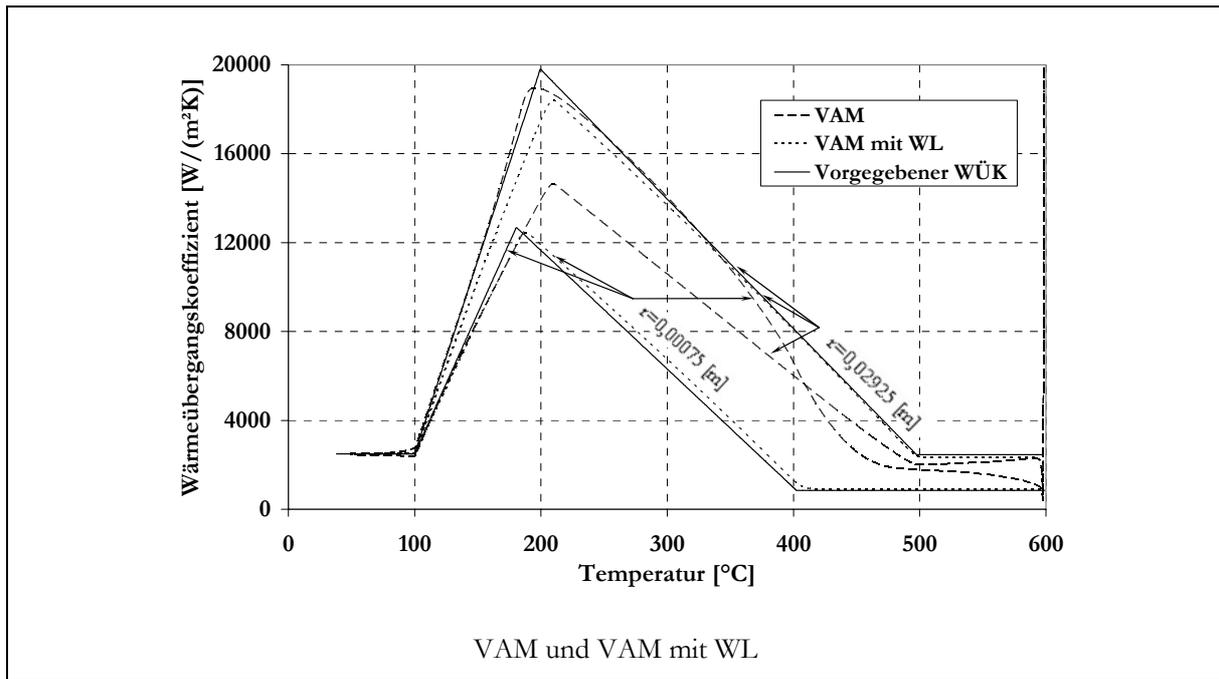


Diagramm V-46: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an  $r = 0,00075$  m und  $r = 0,02925$  m. Material des Versuchsbleches Kupfer;  $\Delta h = 0,0004$  s; Blechdicke 3 mm

Der Vergleich zwischen Diagramm V-43 und Diagramm V-48 zeigt, dass die entstehenden Temperaturgradienten bei Kupfer deutlich kleiner sind als bei Inconel. Trotzdem ist der Anstieg des Fehlers mit Verminderung des Radius größer als bei Inconel. Die beobachteten Temperaturgradienten können keinen eindeutigen Hinweis über der Genauigkeit der Auswertung geben. Bei Kupfer sind wegen der viel größeren Wärmeleitfähigkeit große Wärmeströme auch bei niedrigen Temperaturgradienten zu realisieren.

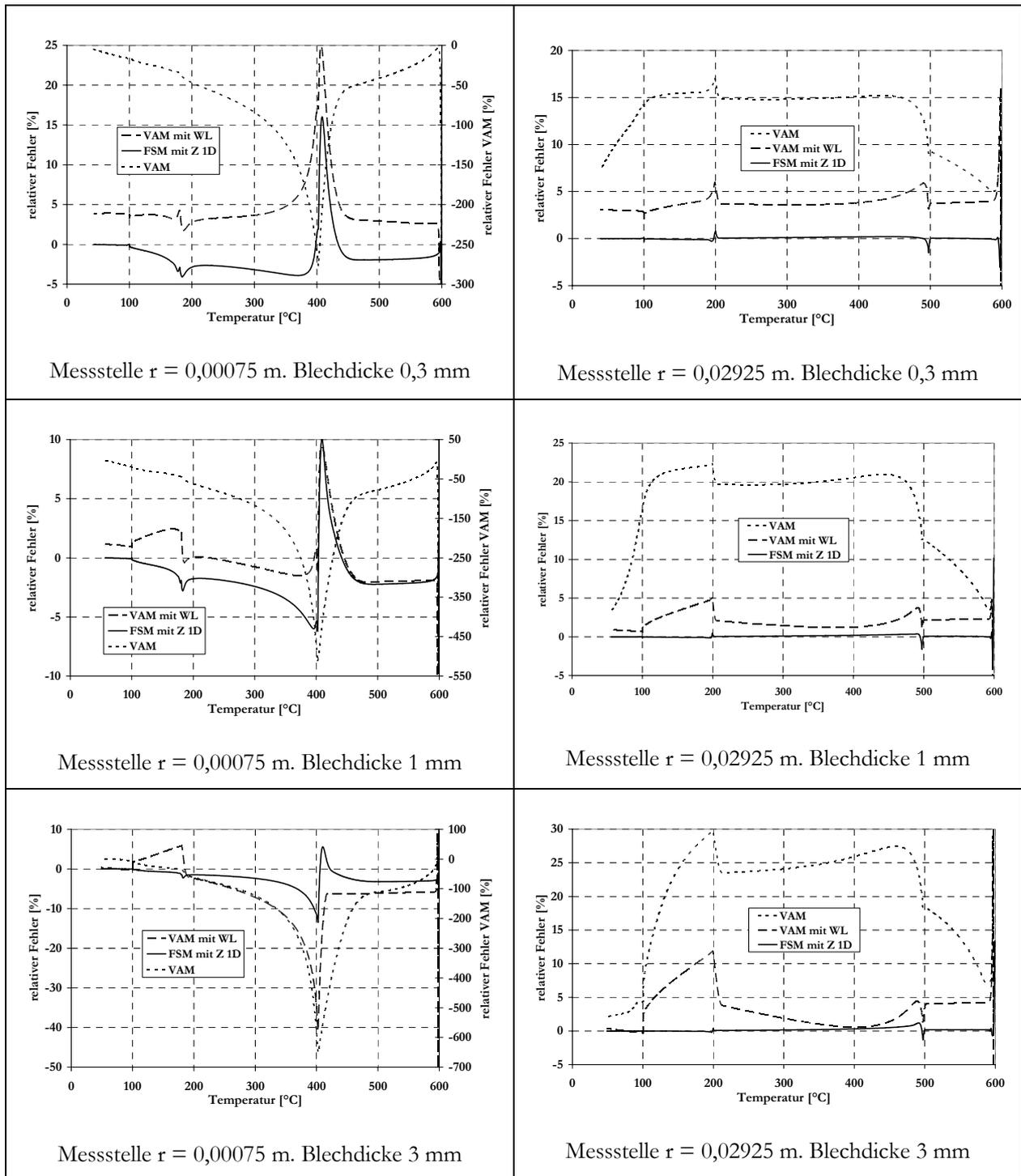
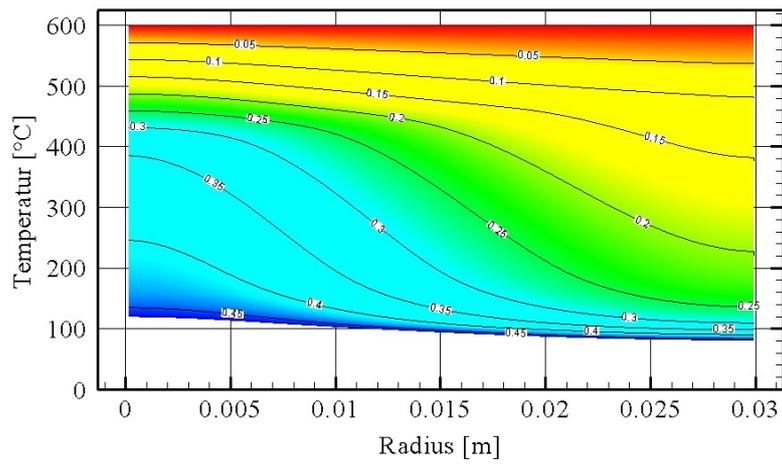
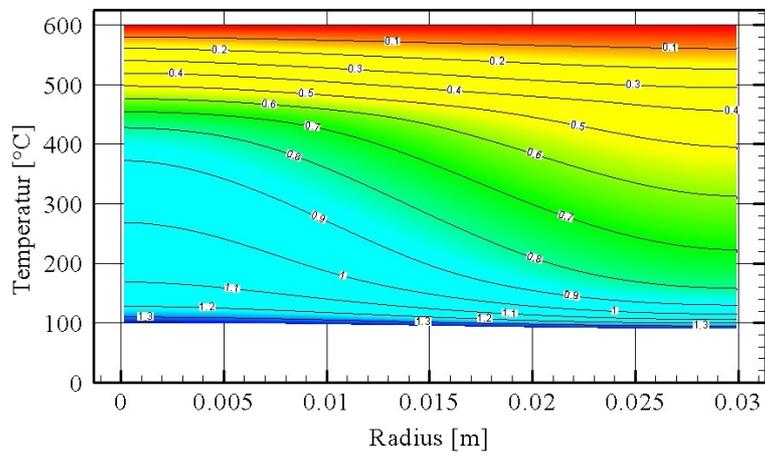


Diagramm V-47: Relativer Fehler der WÜK -Bestimmung mittels VAM, VAM mit WL und FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten. Material des Bleches Kupfer,  $\Delta t = 0,0004$  s

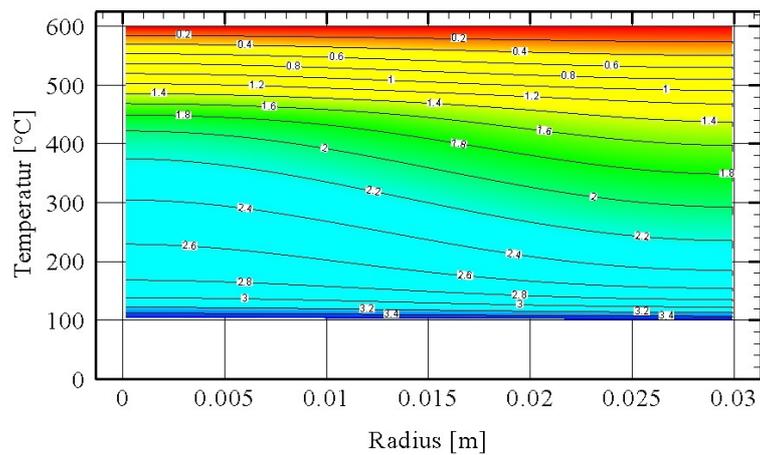
Die Temperaturverteilung im Blech in Abhängigkeit von Radius und Dicke ist für alle drei Materialien im Anhang D dargestellt.



0,3 mm



1 mm



3 mm

Diagramm V-48: Wanderung der Temperaturfront bei der Abkühlung eines Kupfer-Blechtes mit unterschiedlichen Dicken. Temperaturverteilung auf der „trockenen“ Seite

Es sind einige Unstetigkeiten bei der Änderung des Fehlers mit der Blechdicke, bedingt durch die Überlagerung verschiedener Effekte, festzustellen. Der Fehler der WÜK-Bestimmung nimmt, insbesondere im Umfeld des „burn-out“-Punktes bei FSM und VAM mit WL, bei Vergrößerung der Blechdicke von 0,3 auf 1 mm ab. Bei FSM erreicht der Fehler an der Messstelle  $r=0,00075$  m sein Minimum erst bei 3 mm Blechdicke. Dieses Phänomen ist auch bei den Simulationen mit Duraluminium<sup>A</sup> festzustellen.

Einer der Gründe für dieses Verhalten ist die erwähnte Verschiebung der Kurve  $\alpha(T)$  zu höheren Temperaturen. Dies reicht aber nicht aus, die Änderung des maximalen Wertes des WÜK im Umfeld des „burn-out“-Punktes (Diagramm V-46, Blechdicke 0,3 und 1 mm) bestimmt mittel FSM oder VAM mit WL zu erklären. Höchstwahrscheinlich beeinflusst ein weiterer Faktor, nämlich die Aufnahmegeschwindigkeit<sup>B</sup>, die demnächst ausführlich diskutiert wird, die Genauigkeit der Auswertung. Wie aus Tabelle V-6 zu sehen ist, sind die Abkühlgeschwindigkeiten der drei Materialien sehr unterschiedlich.

Abkühlzeit in Sekunden		Material			
		Inconel		Duraluminium	Kupfer
		ohne Quelle	mit Quelle		
Dicke [mm]	0,3	0,90	2 <sup>C</sup>	0,45	0,52
	1	2,67	-	1,21	1,41
	3	7,15	-	3,06	3,78

Tabelle V-6: Abkühlzeit, in der die Temperatur an der Messstelle  $r=0,00075$  m der „feuchten“ Seite des Bleches unter 100°C sinkt

Die Abkühlzeiten für 0,3 mm Duraluminium- und Kupfer-Bleche sind extrem niedrig. Das bedeutet, dass im Bereich des „burn-out“-Punktes, in dem die größte Abkühlgeschwindigkeit erreicht wird, weniger Messpunkte als bei 1 oder 3 mm aufgenommen werden können. Dies führt zum Datenverlust und zur Vergrößerung des Fehlers.

Bei der Erstellung des Simulationsprogramms wurde vorausgesetzt, dass der Wärmeübergangskoeffizient unabhängig von den Stoffeigenschaften des Bleches ist. Dies hängt mit dem verwendeten Modell zusammen, das keine Abhängigkeit des WÜK vom Material des Bleches zulässt. Dies wird anhand eines Beispiels im Anhang F verdeutlicht.

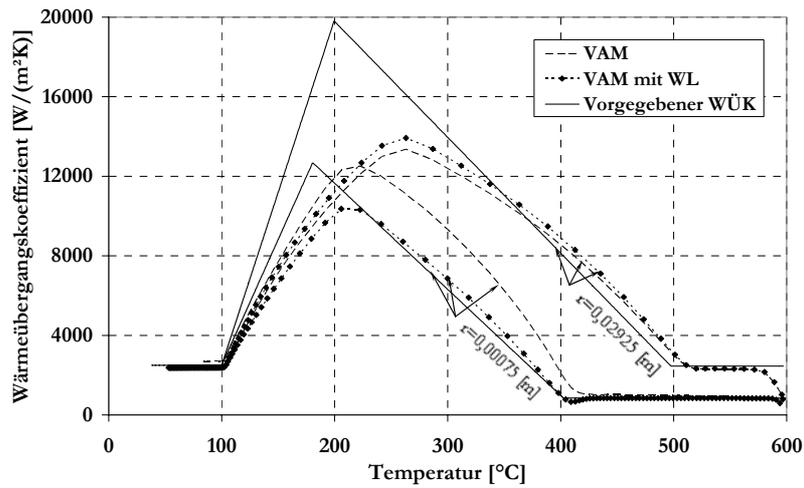
➤ Einfluss der Aufnahmegeschwindigkeit in Zusammenhang mit der Abkühlgeschwindigkeit

Die mögliche Steigerung des Fehlers der WÜK-Bestimmung bei Senkung der Aufnahmegeschwindigkeit wurde bereits erwähnt. Eine Erhöhung des Fehlers bei niedrigen Aufnahmegeschwindigkeiten wird bei Auswertung von plötzlichen Änderungen im gesuchten Parameter erwartet. Bei großen Abkühlgeschwindigkeiten kann die Anwendung von zu niedrigen Aufnahmegeschwindigkeiten dazu führen, dass die extremen Werte des gesuchten WÜK im Umfeld des „burn-out“- und Leidenfrost-Punktes übersprungen werden. Um diese Effekte zu untersuchen, sind direkt simulierte Abkühlvorgänge, mit einer zeitlichen Auflösung von 0,0004 s, mit 0,0004 s und 0,03 s - Zeitschritten (siehe Tabelle V-4) ausgewertet worden.

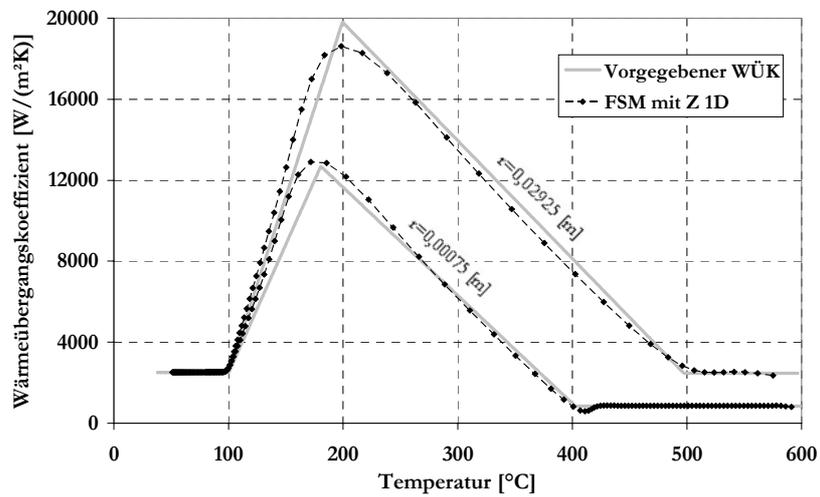
<sup>A</sup> Die Ergebnisse für Duraluminium sind im Anhang E dargestellt.

<sup>B</sup> Die für die Versuchsdurchführung wichtige Aufnahmegeschwindigkeit wird bei den Simulationen durch die Zeitschrittgröße  $\Delta h$  repräsentiert. Sowohl die direkten Simulationen als auch die inversen Auswertungen der Daten sind mit  $\Delta h=0,0004$  s durchgeführt worden.

<sup>C</sup> Nach dieser Zeit wird der stationäre Zustand des Systems bei einer Temperatur von etwa 107,4 [°C] erreicht.



VAM und VAM mit WL



FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten

Diagramm V-49: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an  $r = 0,00075$  m und  $r = 0,02925$  m. Material des Versuchsbleches Inconel,  $\Delta h = 0,03$  s; Blechdicke 1 mm

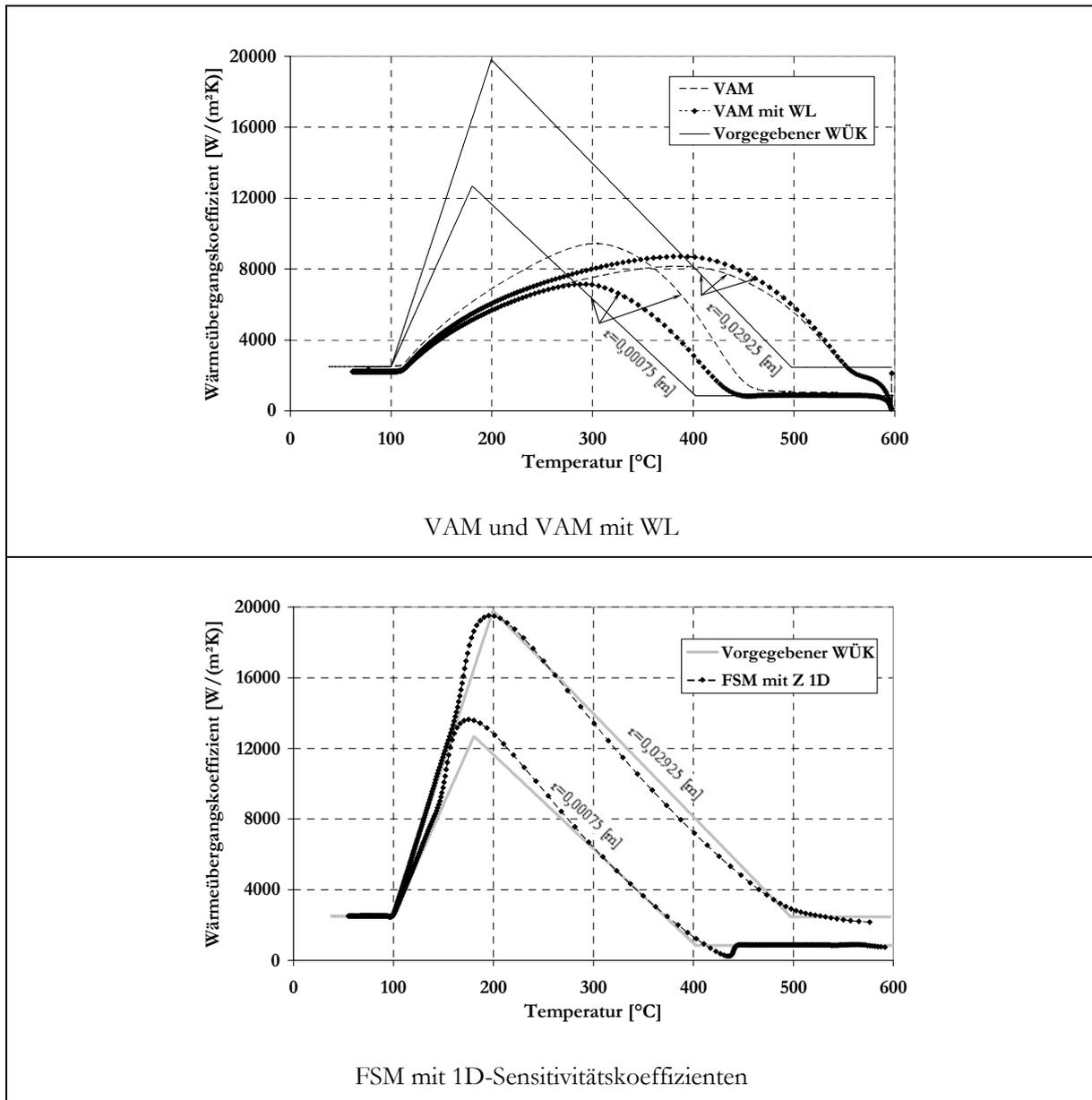


Diagramm V-50: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an  $r = 0,00075$  m und  $r = 0,02925$  m. Material des Versuchsbleches Inconel,  $\Delta h = 0,03$  s; Blechdicke 3 mm

Um sich einen besseren Überblick über den Einfluss der Aufnahmegeschwindigkeit auf den Fehler der Auswertung zu verschaffen, sind im Diagramm V-50 teilweise auch die „Messpunkte“ dargestellt. Es ist zu sehen, dass mit der Erhöhung der Abkühlgeschwindigkeit zwischen dem Leidenfrost- und dem „burn-out“-Punkt deutlich weniger Messpunkte pro 1K aufgenommen werden. Beim Vergleich der Auswertungen mit  $\Delta h = 0,0004$  s (Diagramm V-41) und mit  $\Delta t = 0,03$  s zeigt sich, dass bei VAM und VAM mit WL die Änderung der Aufnahmegeschwindigkeit praktisch keine Rolle spielt. Offensichtlich wird durch die Vernachlässigung der Wärmeleitung im Körper, das Nutzsignal von der „feuchten“ Seite so stark gedämpft, dass auch ohne Verminderung der Aufnahmegeschwindigkeit schnelle Wärmeübergangsvorgänge nicht detektiert werden können. Demzufolge ändert sich der Fehler der Auswertemethoden VAM und VAM mit WL nicht bei Verringerung der Aufnahmegeschwindigkeit (Diagramm V-42 und Diagramm V-51).

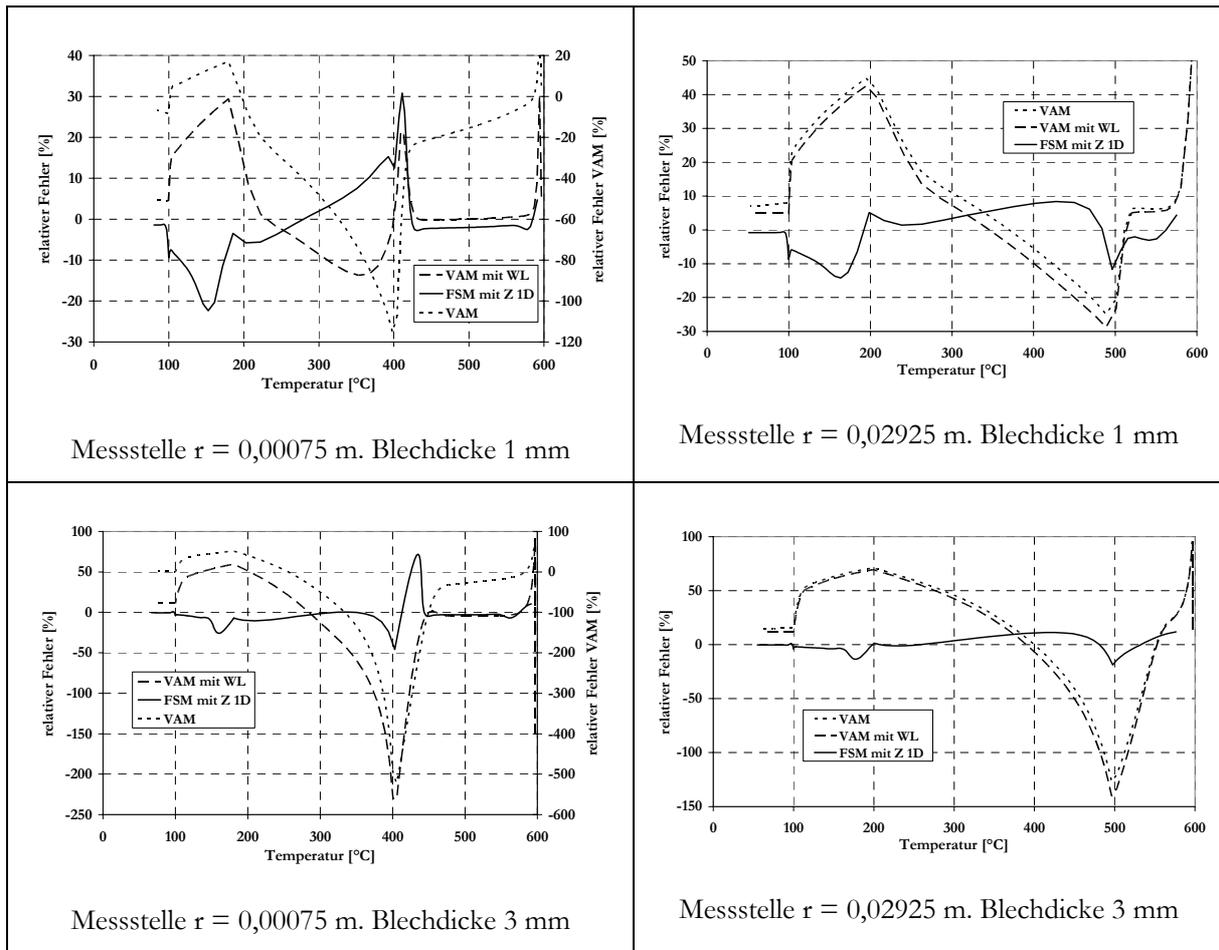


Diagramm V-51: Relativer Fehler der WÜK -Bestimmung mittels VAM, VAM mit WL und FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten. Material des Bleches Inconel,  $\Delta h=0,03$  s.

Die empfindlichere Auswertemethode, die FSM, wurde von der Änderung der Aufnahmegeschwindigkeit stark beeinflusst. Einerseits führt die Vergrößerung der Zeitschritte  $\Delta h$  zur Stabilisierung (keine Schwankungen im gesuchten Parameter WÜK) der Auswertung (Diagramm V-42 und Diagramm V-51), andererseits steigt der Fehler der Auswertung insbesondere im Umfeld von plötzlichen Änderungen.

Um auch unter diesen Bedingungen den möglichen Einfluss der Stoffeigenschaften des Bleches zu untersuchen, sind Simulationen mit Duraluminium<sup>A</sup> und Kupfer durchgeführt worden. Die Ergebnisse für Kupfer bestätigen zum Großteil die Schlussfolgerungen aus den Simulationen mit Inconel.

Wie in Tabelle V-6 zu sehen ist, ist die Abkühlgeschwindigkeit eines Kupfer-Blechtes deutlich größer als die eines Inconel-Blechtes. Aus diesem Grund können insbesondere bei der Dicke 1 mm nur wenige Messpunkte im zweiphasigen Bereich der Kurve  $\alpha(T)$  aufgenommen werden (Diagramm V-52). Dies führt im Unterschied zum Inconel zur Verschlechterung der Genauigkeit der Auswertung auch bei VAM mit WL insbesondere an der Messstelle  $r=0,00075$  m (vergleiche Diagramm V-47 mit Diagramm V-54). Gleichzeitig kommt eine deutliche Verbesserung der Genauigkeit bei FSM und VAM mit WL bei Erhöhung der Blechdicke auf 3 mm zustande. Die Wärmekapazität (in J/K) des Bleches wird erhöht und die Abkühlgeschwindigkeit gesenkt und im zweiphasigen Bereich werden deutlich mehr Punkte aufgenommen (Diagramm V-53). Offensichtlich ist wegen der großen Wärmeleitfähigkeit von Kupfer die Erhöhung des Fehlers bei Steigerung der Blechdicke kleiner als die Verringerung des Fehlers durch Abnahme der Abkühlgeschwindigkeit.

Die VAM zeigt auch bei Kupfer keine Abhängigkeit des Fehlers von der Aufnahmegeschwindigkeit. Bei Inconel sollte der Grund dafür die durch die kleine Wärmeleitfähigkeit verursachte starke Dämpfung des

<sup>A</sup> Die Ergebnisse für Duraluminium sind im Anhang E zu finden.

Nutzsignals sein. Bei Kupfer aber wird das Nutzsinal hervorragend weitergeleitet. Wahrscheinlich ist die Änderung des Verhältnisses zwischen den räumlichen und zeitlichen Schritten in FSM und VAM mit WL die Hauptursache für die Änderung des Fehlers.

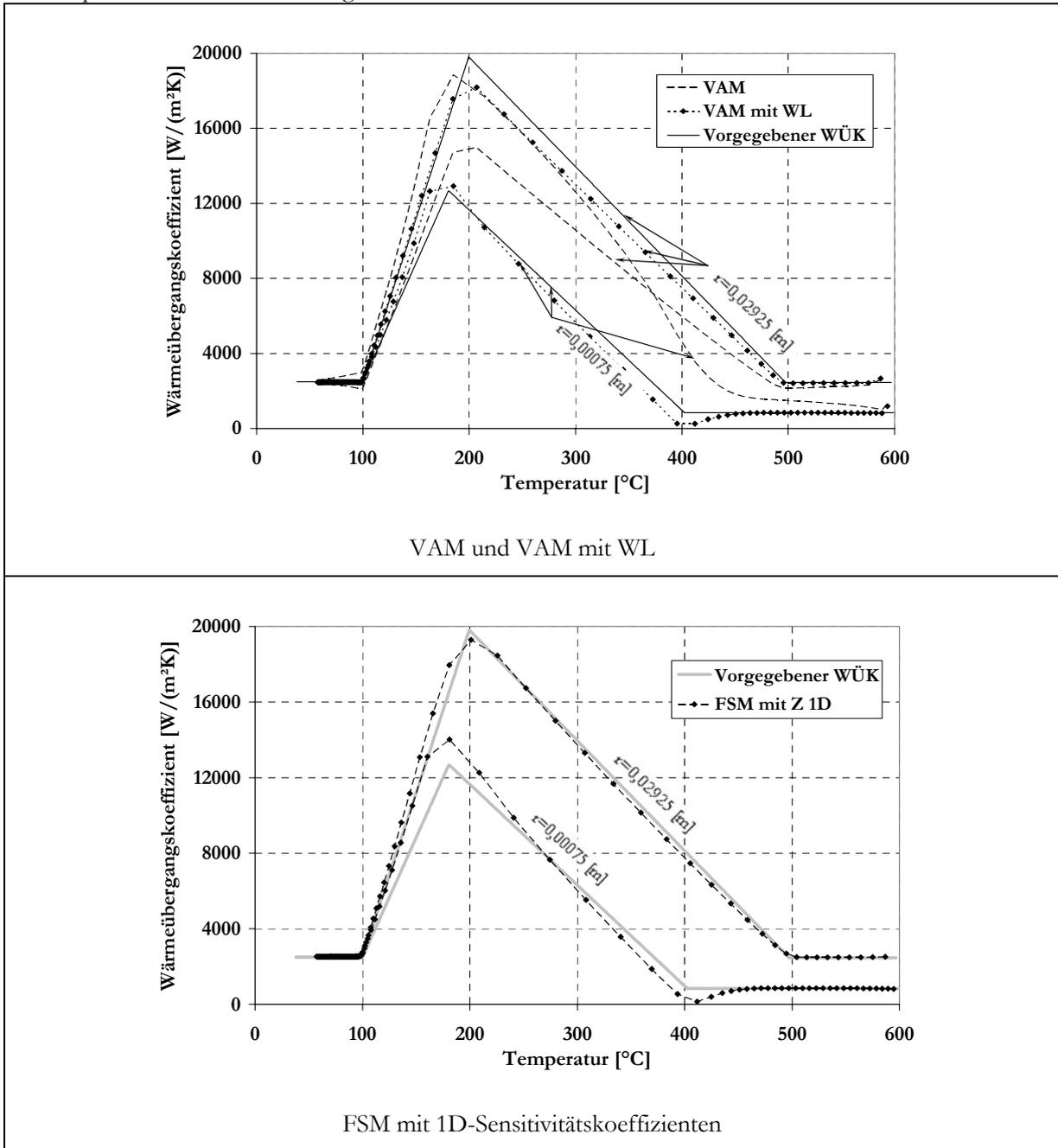


Diagramm V-52: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an  $r = 0,00075 \text{ m}$  und  $r = 0,02925 \text{ m}$ . Material des Versuchsbleches Kupfer;  $\Delta h=0,03 \text{ s}$ ; Blechdicke  $1 \text{ mm}$

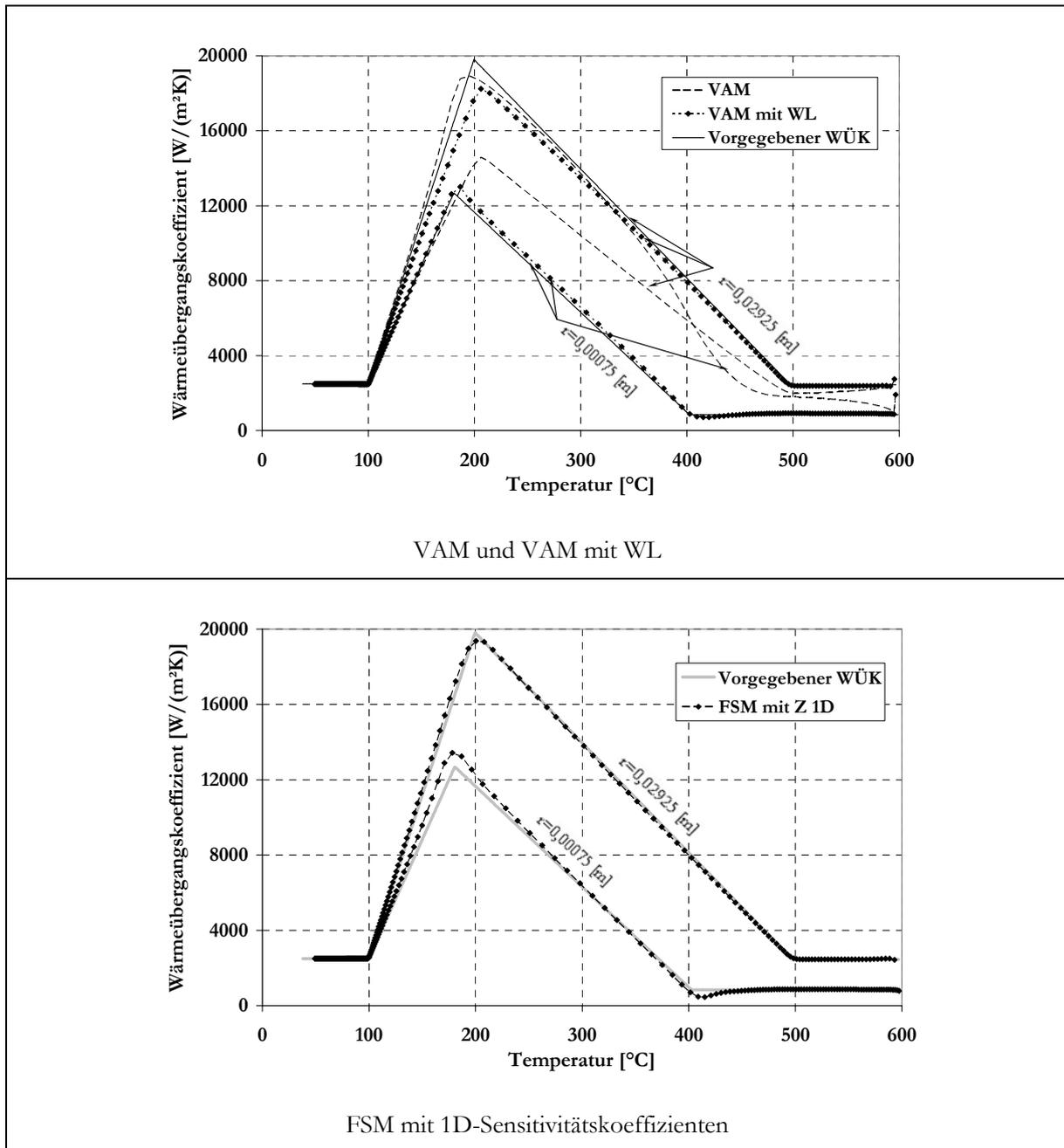


Diagramm V-53: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an  $r = 0,00075$  m und  $r = 0,02925$  m. Material des Versuchsbleches Kupfer;  $\Delta h = 0,03$  s. Blechdicke 3 mm.

Die Simulationen mit Duraluminium sind im Anhang E dargestellt. Die Ergebnisse bestätigen die bei der Betrachtung der Simulationen mit Kupfer getroffenen Aussagen.

Die Analyse der Aufnahme- bzw. Abkühlgeschwindigkeit hat einen bedeutenden Einfluss auf die Genauigkeit der Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten gezeigt. Demzufolge sind Maßnahmen, die die Abkühlgeschwindigkeit beeinflussen können, von Interesse. Eine Möglichkeit ist die Verwendung einer gleichverteilten konstanten inneren Wärmequelle, die während des Abkühlvorgangs stetig Wärme liefert und die Abkühlung des Bleches verlangsamt.

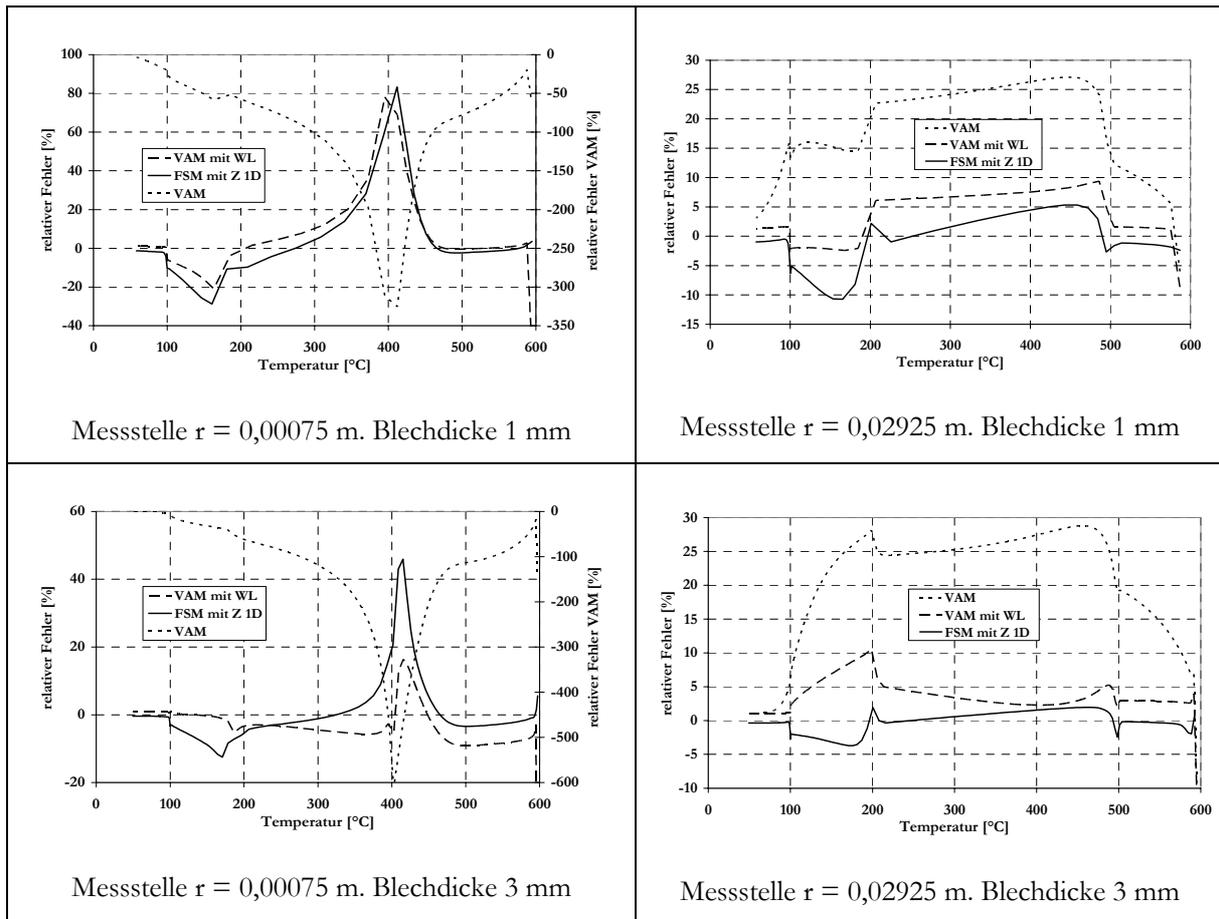


Diagramm V-54: Relativer Fehler der WÜK -Bestimmung mittels VAM, VAM mit WL und FSM mit 1D Sensitivitätskoeffizienten. Material des Bleches Kupfer,  $\Delta h=0,03$  s

➤ Einfluss der Wärmequelle

Die Simulationen wurden nur für 0,3 mm dünnes Inconel-Blech durchgeführt. Die anderen Materialien, Kupfer und Duraluminium, können nicht direkt beheizt werden, weil sie sehr gute elektrische Leiter sind. Die Beheizung von 1 mm oder 3 mm Inconel-Blechen während des Abkühlprozesses ist nicht unbedingt erforderlich, da die Abkühlzeiten (Tabelle V-6) nicht so klein sind wie bei 0,3 mm Inconel-Blech.

Um den Einfluss der Wärmequelle abschätzen zu können, wird die Genauigkeit der Bestimmung von WÜK mittels eines beheizten und eines nicht beheizten Bleches verglichen. Das Ziel dabei ist, möglichst höhere Leistungen einzusetzen, um den Abkühlvorgang entsprechend zu verlangsamen. Bei sehr großen Leistungen kann aber ein stationärer Zustand oberhalb des Leidenfrost-Punktes erreicht werden, so dass keine Abkühlung realisierbar ist. Die gewählte Leistung von  $\dot{q}_v = 10^9$  W/m<sup>3</sup> führt zu einem stationären Zustand bei etwa 106 °C, so dass während der Abkühlung die wichtigen „burn-out“- und Leidenfrost-Punkte durchlaufen werden.

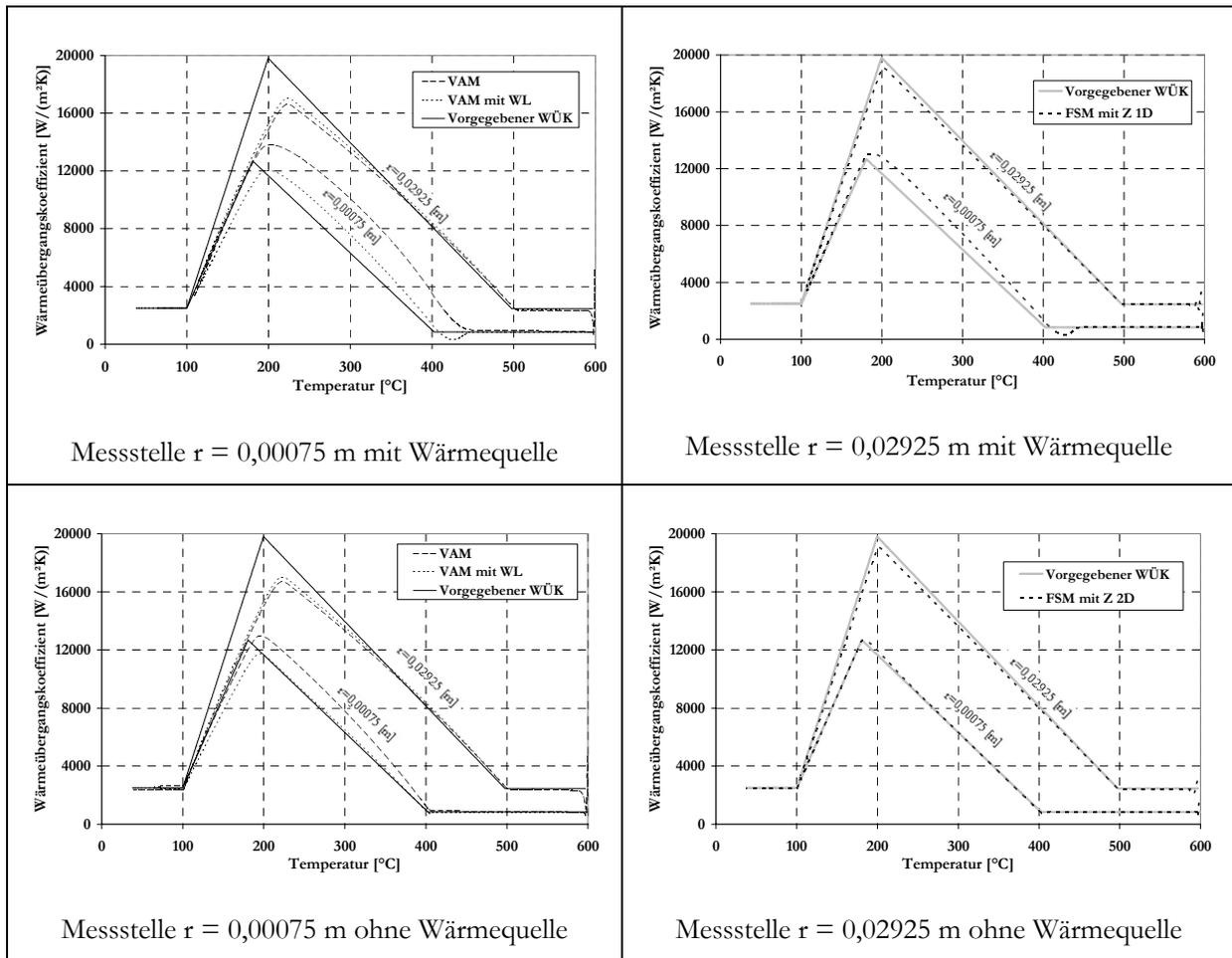


Diagramm V-55: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 2D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 2D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an  $r = 0,00075$  m und  $r = 0,02925$  m. Material des Versuchsbleches - Inconel,  $\Delta h = 0,0004$  s

Die Ergebnisse für das nicht beheizte Blech sind im Diagramm V-41 und Diagramm V-42 dargestellt. Die Temperaturverteilung über dem Radius beim Voranschreiten der Temperaturfront ist im Diagramm V-43 zu sehen. Die Verteilung des WÜK und der Fehler der Auswertung für das beheizte Blech sind im Diagramm V-55 und Diagramm V-56 zusammengefasst.

Obwohl die Anwendung der inneren Wärmequelle tatsächlich zu einer Verlangsamung der Abkühlung (Tabelle V-6) führt, kommt die erwartete Verringerung des Fehlers der Auswertung nicht zustande, ganz im Gegenteil wird eine signifikante Steigerung des Fehlers an der Messstelle  $r = 0,00075$  m beobachtet. Die Betrachtung des Voranschreitens der Temperaturfront über dem Radius (Diagramm V-57) kann das Phänomen erläutern.

Es sind zwei Vorgänge, deren Zusammenwirken zu dem oben genannten Ergebnis führen. Einerseits verlangsamt die Wärmequelle die Abkühlung vorwiegend im Bereich zwischen Anfangstemperatur und Leidenfrost-Punkt. Im zweiphasigen Bereich ist der Anstieg der Kühlleistung aber so groß, dass die produzierte Wärme kaum noch entgegenwirken kann und die Verlangsamung des Prozesses ist vernachlässigbar klein. Andererseits ist die Wärmequellenleistung so groß, dass die Temperatur im Bereich  $r < 0,015$  mm zunächst nicht unter die Leidenfrosttemperatur sinken kann. Erst wenn die Temperaturfront diesen Bereich erreicht hat, steigt wegen des entstehenden Temperaturgradienten die Querwärmeleitung und als Folge sinkt die Temperatur unter den Leidenfrost-Punkt und die Abkühlung wird fortgesetzt. Die dabei auftretenden großen Temperaturgradienten führen zur Verschlechterung der Auswertegenauigkeit mit Verkleinerung des Radius. Natürlich beziehen sich die Ergebnisse nur auf die gewählten Simulationsbedingungen.

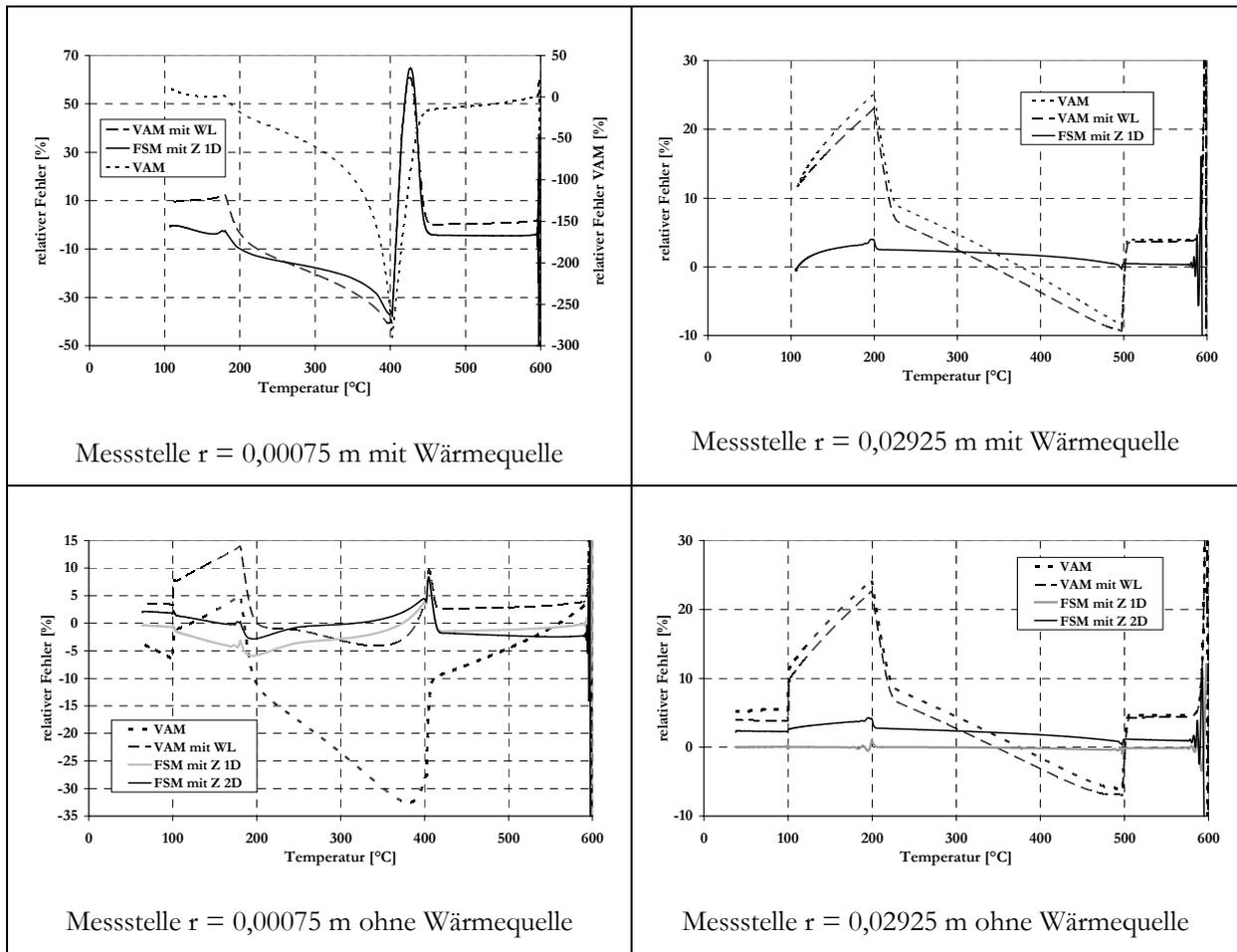


Diagramm V-56: Relativer Fehler der WÜK -Bestimmung mittels VAM, VAM mit WL und FSM mit 1D- und 2D-Sensitivitätskoeffizienten. Material des Bleches - Inconel,  $\Delta h = 0,0004$  s

Im Ergebnis der Simulationen mit Quelle kann man sagen, dass sehr große Wärmequellleistungen zur Entstehung von großen Temperaturgradienten führen und kleine Leistungen können den Abkühlvorgang im zweiphasigen Bereich nicht verlangsamen.

Die durchgeführten Simulationen zur Abschätzung der Fehler bei der Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten können als Grundstein dienen bei der Planung und Durchführung von Experimenten. Die Simulationen erfassen nur einen kleinen Teil von allen möglichen Versuchssituationen, die in der Praxis entstehen können. Trotzdem wurden wichtige Erkenntnisse gewonnen, die auch allgemein verwendet werden können. Im Folgenden werden die wichtigsten Schlussfolgerungen noch einmal kurz zusammengefasst.

Dicke Lackbeschichtungen mit einer Dicke von ca.  $30 \mu\text{m}$  müssen bei der Auswertung berücksichtigt werden. Bei Wärmetransportvorgängen, die im Millisekunden-Bereich erfolgen, sind auch dünnere Lackbeschichtungen nicht zu vernachlässigen.

Die Verwendung von Versuchsblechen aus Materialien mit hoher Wärmeleitfähigkeit führt nicht unbedingt zur Verbesserung der Genauigkeit. Bei mehrdimensionalen Abkühlvorgängen können insbesondere bei radialen Abhängigkeiten der Wasserbeaufschlagungsdichte auch schlechtere Ergebnisse entstehen.

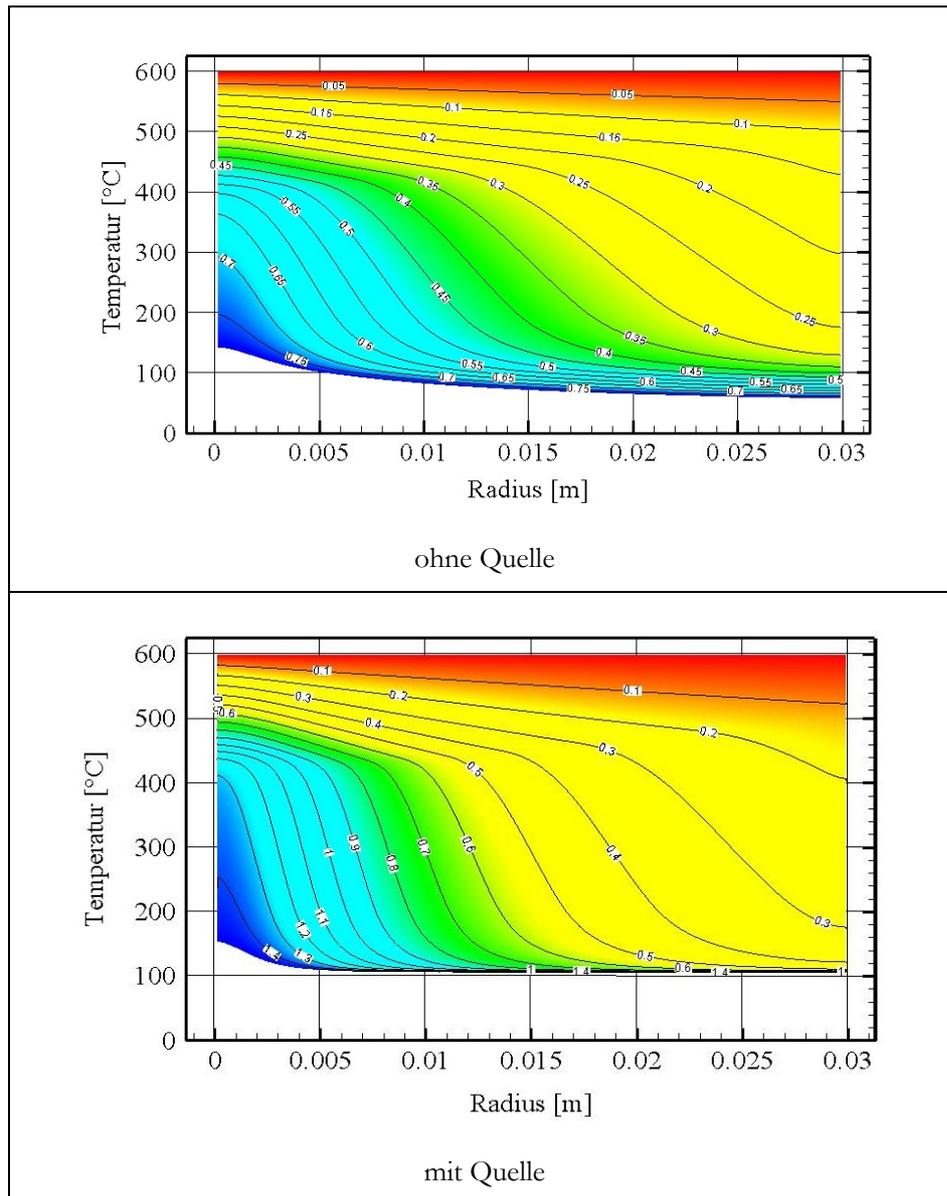


Diagramm V-57: Einfluss der Wärmequelle auf die Temperaturgradienten über dem Radius

Die Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten im Zentrum eines Bleches, das eine rotationssymmetrische Temperaturverteilung aufweist, kann mit größeren Fehlern behaftet sein.

Die Anwendung von sehr dünnen Versuchsblechen kann wegen der verkürzten Abkühlzeiten zum Datenverlust führen. Die Verwendung von etwas dickeren Blechen aus einem Material mit höherer Wärmeleitfähigkeit und volumenbezogener Wärmekapazität kann die Genauigkeit verbessern.

Die Geschwindigkeit der Datenerfassung muss der Abkühlgeschwindigkeit angepasst werden. Sehr kleine Zeitschritte bei der Temperaturmessung können Instabilitäten in der inversen Lösung verursachen, aber auch zu niedrige Aufnahmegeschwindigkeiten sind nicht erwünscht, weil plötzliche Änderungen im gesuchten Parameter schlecht detektiert werden können.

Die direkte Beheizung des Versuchsbleches zur Verlangsamung des Abkühlprozesses hat sich für Untersuchungen im zweiphasigen Bereich<sup>A</sup> als nachteilig erwiesen, ist aber sinnvoll, wenn die Messungen der WÜK auf den Bereich oberhalb der Leidenfrosttemperatur beschränkt sind.

<sup>A</sup> Unter den gewählten Bedingungen. Unter anderen Bedingungen z. B. deutlich niedrigere Wärmeübergangskoeffizienten im zweiphasigen Bereich kann die direkte Beheizung die Genauigkeit der Auswertung auch verbessern.

Die Verwendung von mehrdimensionalen Auswertemethoden (FSM) zeichnet sich in den meisten Fällen durch eine deutlich höhere Genauigkeit<sup>A</sup> aus. Trotzdem können bei optimal gestalteten Versuchsbedingungen auch vereinfachte Auswertemethoden (VAM mit WL) ausgezeichnete Ergebnisse liefern. Man muss ein Optimum zwischen Aufwand für die Umsetzung des Verfahrens und dessen Genauigkeit finden.

Man kann bei der Auswertung noch weitere Informationen gewinnen. So ist es möglich, mit Hilfe des in Abschnitt III.2 beschriebenen Sensitivitätsproblems abzuschätzen, inwieweit die Bestimmung des WÜK an einem Messpunkt von den benachbarten Messpunkten abhängig ist und wie empfindlich die Messung gegenüber plötzlichen Änderungen im gesuchten Parameter ist. Diese Abschätzung ist aber auch für die Bestimmung der Sensitivitätskoeffizienten in der FSM wichtig. Die Bestimmung der Sensitivitätskoeffizienten ist im Anhang G näher betrachtet.

---

<sup>A</sup> Trotzdem können bei optimal gestalteten Versuchsbedingungen auch vereinfachte Auswertemethoden (VAM und VAM mit WL) ausgezeichnete Ergebnisse liefern. Man muss ein Optimum zwischen Aufwand für die Umsetzung des Verfahrens und dessen Genauigkeit finden.

Man kann bei der Auswertung noch weitere Informationen gewinnen. So ist es möglich, mit Hilfe des in Abschnitt III.2 beschriebenen Sensitivitätsproblems abzuschätzen, inwieweit die Bestimmung des WÜK an einem Messpunkt von den benachbarten Messpunkten abhängig ist und wie empfindlich die Messung gegenüber plötzlichen Änderungen im gesuchten Parameter ist. Diese Abschätzung ist aber auch für die Bestimmung der Sensitivitätskoeffizienten in der FSM wichtig. Die Bestimmung der Sensitivitätskoeffizienten ist im Anhang G näher betrachtet.

## VI Zusammenfassung und Ausblick

Die Sprühkühlung findet in den letzten Jahren immer breitere Verwendung. Das steigende Interesse ist durch die Vielseitigkeit des Kühlverfahrens und seine Anpassungsfähigkeit an schwierige Kühlaufgaben hervorgerufen. Die variable räumliche Anordnung von Düsenfelder, die Anwendung von Mehrstoffdüsen, die Anpassung der Beaufschlagungsdichte usw. lassen die Abkühlprozesse unter kontrollierten vorbestimmten Bedingungen stattfinden. Die Durchführung von kontrollierten Abkühlprozessen erfordert genaues Kennen der Mechanismen, die die Abkühlvorgänge steuern. Die präzise Bestimmung von Parametern, die einen wesentlichen Einfluss auf die Wärmeübergangsmechanismen ausüben, ist dabei unerlässlich.

Die vorliegende Arbeit ist ein Beitrag zur Erforschung der Sprühstrahl-Wand-Wechselwirkungen und zur Entwicklung von Sprühkühlprozessen. Die indirekte Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten (WÜK) ist nicht nur bei der Untersuchung von Sprühkühlvorgängen wichtig, sondern ist auch für das Verhalten der auf den Kolben eines Verbrennungsmotors eingespritzten Brennstoffmenge, die vom Wärmeübergang zwischen dem Sprühstrahl und dem Kolben erheblich beeinflusst wird, von Interesse. Demzufolge ist die genaue Kenntnis der Wärmeübergangskoeffizienten zur genauen Berechnung des Wärmeüberganges bei der Sprühkühlung unerlässlich.

Die Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten bei der Sprühkühlung ist zusätzlich durch die entstehenden großen Temperaturgradienten und durch plötzliche Änderungen der Wärmeübergangsbedingungen (z. B. um den Leidenfrostpunkt) erschwert. Dazu kommt, dass die indirekte Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten ein inverses Problem ist, dessen Betrachtung zu instabilen Lösungen führen kann. Im Ergebnis einer gründlichen Analyse unterschiedlicher Methoden zur Behandlung inverser Wärmeleitprobleme wurde sich für eine „function specification method“ FSM entschieden. Diese wurde an das zu untersuchende Problem der thermographischen Bestimmung von WÜK mit stark nichtlinearen Abhängigkeiten von der Temperatur angepasst und ein umfangreiches Simulationsprogramm erstellt. Das Ziel war, durch Auswertung von simulierten Abkühlvorgängen die wesentlichen Einflussgrößen, die die Genauigkeit der Bestimmung von WÜK beeinträchtigen, zu untersuchen. Für die Auswertung wurden drei Auswertemethoden verwendet. Die Methoden sind graduell von vereinfachten Auswertemethode (VAM) bis möglichst vielseitiger - FSM gewählt, um auch das Optimum zwischen aufwendigen genauen Methoden und einfachen aber ungenauen Verfahren zu finden. Ein sorgfältig vorbereiteter Versuch kann dazu beitragen, dass auch mit vereinfachten Auswertemethoden eine ausreichend gute Genauigkeit der Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten erreicht wird.

Bei der Erstellung des Simulationsprogramms wurde die zur Beschreibung der Wärmeleitung im Blech gewählte Fouriersche Differentialgleichung berücksichtigt. Aus der Gleichung wurden die dimensionslosen Einflussgrößen abgeleitet, die wegen der indirekten Bestimmung von WÜK die Genauigkeit der Messung beeinflussen. Unter Berücksichtigung der abgeleiteten Einflussgrößen wurden Simulationsrechnungen zur Beurteilung der Fehler der stationären und der instationären Messmethoden durchgeführt.

Die Auswertung der Daten der stationären Messmethode zeigt, dass auch unter schwierigsten Bedingungen eine gute Genauigkeit erreicht werden kann. Die Methode ist aber nur bedingt im gesamten Bereich der Siedekurve einsetzbar, so dass die instationäre Methode viel größere Bedeutung bei der Bestimmung von WÜK hat. Die Durchführung von instationären Versuchen ist einfacher aber die Auswertung der Daten fällt deutlich schwieriger aus. Die wichtigsten Ergebnisse der instationären Simulationen sind:

- Die zur Erhöhung des Emissionsgrades des Versuchsbleches verwendete Lackbeschichtung hat bei Untersuchung von Wärmetransportvorgängen im Millisekunden-Bereich einen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit der Bestimmung von WÜK.
- Die Verwendung von Versuchsblechen aus Materialien mit hoher Wärmeleitfähigkeit führt nicht unbedingt zur Verbesserung der Genauigkeit. Bei mehrdimensionalen Abkühlvorgängen können im Zusammenhang mit dem gewählten Koordinatensystem auch schlechtere Ergebnisse entstehen. Messungen im Zentrum der als rotationssymmetrisch betrachteten Körper sind mit größeren Fehlern behaftet.

- Die Anwendung von sehr dünnen Versuchsblechen kann wegen der verkürzten Abkühlzeiten bei vorgegebener maximaler Datenaufzeichnungsrates zum Datenverlust führen. Die Verwendung von etwas dickeren Blechen aus einem Material mit höherer Wärmeleitfähigkeit und volumenbezogener Wärmekapazität kann die Genauigkeit verbessern. Gleichzeitig bringt die Beheizung des Versuchsbleches zur Verlangsamung des Abkühlprozesses keine Vorteile im Bereich der zweiphasigen Wärmeübergangs. Verbesserungen sind nur bei Beschränkung der Messungen auf den Filmsiedebereich zu erwarten.
- Die Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten mittels eines 1 mm dicken Kupfer-Blech zeigt bereits bei der Auswertung der geglätteten Messdaten mit VAM mit WL befriedigende Ergebnisse.

Zu einer umfangreichen Untersuchung des Wärmeübergangs bei der Sprühkühlung sind weitere Forschungen notwendig. Es handelt sich hier um Forschungsarbeiten in zwei Richtungen.

Die erste Richtung ist die Untersuchung des verwendeten Wärmeleitmodells zur Beschreibung der durch Sprühkühlung bedingten Wärmeleitprozesse. Das Wärmeleitmodell soll die endliche Geschwindigkeit der Wärme berücksichtigen, so dass auch eine Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten von dem Material des Bleches erklärt werden kann. Wahrscheinlich zeigt sich diese Abhängigkeit nur im zweiphasigen Bereich der Siedekurve. In diesem Bereich wird der Wärmeübergang auf Makroebene von vielen Mikrowärmeübergangsvorgängen beim Kontakt zwischen den Tropfen und der Metalloberfläche bedingt. Diese Mikrovorgänge erfolgen in Millisekunden und die unterschiedliche Reaktionszeit der einzelnen Materialien ist möglicherweise von Bedeutung.

Die zweite Forschungsrichtung wäre die Entwicklung, eines 3D-Auswerteverfahrens auf Basis des verbesserten Wärmeleitmodells. Wie die Simulationen gezeigt haben, ist die Anwendung von mehrdimensionalen inversen Methoden nur dann sinnvoll, wenn plötzliche starke Änderungen im gesuchten Parameter zu erwarten sind. Außerdem müssen die mehrdimensionalen Auswertemethoden mit Messdaten sehr hoher zeitlicher und örtlicher Auflösung versorgt werden. Aus diesem Grund werden an die Messtechnik sehr hohe Anforderungen gestellt.

## VII Anhang A

Bestimmung der Koeffizienten des Regressionspolynoms.

Die Werte  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$ , des Polynoms (V.4), die die Lösung des Minimierungsproblems (V.6) darstellen, werden bestimmt, indem die partiellen Ableitungen von L nach  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  Null gesetzt werden.

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_0}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = -2 \sum_{i=1}^n (T_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 t_i - \hat{\beta}_2 t_i^2) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_1}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = -2 \sum_{i=1}^n t_i (T_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 t_i - \hat{\beta}_2 t_i^2) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_2}(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = -2 \sum_{i=1}^n t_i^2 (T_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 t_i - \hat{\beta}_2 t_i^2) = 0$$

Dies führt zu einem linearen Gleichungssystem für  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$

$$\sum T_i = n \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum t_i + \hat{\beta}_2 \sum t_i^2$$

$$\sum t_i T_i = \hat{\beta}_0 \sum t_i + \hat{\beta}_1 \sum t_i^2 + \hat{\beta}_2 \sum t_i^3$$

$$\sum t_i^2 T_i = \hat{\beta}_0 \sum t_i^2 + \hat{\beta}_1 \sum t_i^3 + \hat{\beta}_2 \sum t_i^4$$

mit der Lösung:

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum T_i - \hat{\beta}_1 \sum t_i - \hat{\beta}_2 \sum t_i^2}{n}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum t_i T_i - \hat{\beta}_0 \sum t_i - \hat{\beta}_2 \sum t_i^3}{\sum t_i^2}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum t_i^2 T_i - \hat{\beta}_0 \sum t_i^2 - \hat{\beta}_1 \sum t_i^3}{\sum t_i^4}$$

$$\hat{\beta}_1 \sum t_i^2 = \sum t_i T_i - \frac{\sum T_i - \hat{\beta}_1 \sum t_i - \hat{\beta}_2 \sum t_i^2}{n} \sum t_i - \hat{\beta}_2 \sum t_i^3$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n \sum t_i T_i - \sum T_i \sum t_i + \hat{\beta}_2 (\sum t_i^2 \sum t_i - n \sum t_i^3)}{n \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2}$$

Zur Vereinfachung der Darstellung wird

$$A = n \sum t_i T_i - \sum T_i \sum t_i$$

$$A_1 = (\sum t_i^2 \sum t_i - n \sum t_i^3)$$

und

$$A_2 = n \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2$$

gesetzt.

Die Koeffizienten berechnen sich wie folgt:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\Lambda + \hat{\beta}_2 \Lambda_1}{\Lambda_2}$$

$$\hat{\beta}_2 \sum t_i^4 = \sum t_i^2 T_i - \frac{\sum T_i - \frac{\Lambda + \hat{\beta}_2 \Lambda_1}{\Lambda_2} \sum t_i - \hat{\beta}_2 \sum t_i^2}{n} \sum t_i^2 - \frac{\Lambda + \hat{\beta}_2 \Lambda_1}{\Lambda_2} \sum t_i^3$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\Lambda_2 \left( n \sum t_i^2 T_i - \sum T_i \sum t_i^2 \right) + \Lambda \left( \sum t_i \sum t_i^2 - n \sum t_i^3 \right)}{\Lambda_2 \left( n \sum t_i^4 - \left( \sum t_i^2 \right)^2 \right) - \Lambda_1 \left( \sum t_i \sum t_i^2 + n \sum t_i^3 \right)}$$

## VIII Anhang B

Untersuchung zur Netzunabhängigkeit der numerischen Lösung

Die Untersuchung der Netzunabhängigkeit ist in der Tabelle VIII-1 zusammengefasst.

$\bar{Y}_L = 0,0001; Bi_{sp,max} = 2; \bar{Y}_B = 0,2; Bi_{tr} = 10; \lambda_L/\lambda_B = 0,1; \alpha_{min}/\alpha_{max} = 0,1$									
		Anzahl der Knoten über der Breite (r-Richtung)							
		10		42		90			
Anzahl der Knoten im Blech y-Richtung	4	2000	8000	2000	8000			$\Delta y/\Delta y_L$	
		0,8	0,8	4	4			$\Delta y/\Delta r$	
		0,0004	0,0001	0,002	0,0005			$\Delta y_L/\Delta r$	
		0,00239	0,00239	0,00243	0,00243			$\delta$	
	20	222,222	888,889	222,222	888,889	222,222		$\Delta y/\Delta y_L$	
		0,088889	0,088889	0,444444	0,444444	0,977778		$\Delta y/\Delta r$	
		0,0004	0,0001	0,002	0,0005	0,0044		$\Delta y_L/\Delta r$	
		0,00235	0,00236	0,00239	0,00239	0,00239		$\delta$	
	50	83,3333						$\Delta y/\Delta y_L$	
		0,033333						$\Delta y/\Delta r$	
		0,0004						$\Delta y_L/\Delta r$	
		0,00235						$\delta$	
			4	10	4	10	4	10	
			Anzahl der Knoten in der Lackbeschichtung (y-Richtung)						

Tabelle VIII-1: Netzunabhängigkeitsuntersuchungen

$\Delta y_L$  - Länge einer Volumenzelle in der Lackschicht.

$\Delta y$  - Länge einer Volumenzelle im Blech

$\Delta r$  - Breite einer Volumenzelle

Die Anzahl der Knoten wird nach zwei Kriterien ermittelt.

Das erste Kriterium ist der relative Energiebilanzfehler:

$$\delta = 100 \frac{\dot{Q}_V - \sum \dot{Q}_A}{\dot{Q}_V} \quad (\text{VIII.1})$$

Die von der Wärmequelle erzeugte Gesamtwärme des Körpers  $\dot{Q}_V$  soll gleich der Summe der abgegebenen diskreten Wärmen  $\dot{Q}_A$  sein.

Das zweite Kriterium wird erfüllt wenn bei einer Änderung der Anzahl der Punkte keine signifikante Änderung des Ergebnisses, d. h. des Temperaturfeldes, beobachtet wird.

Die Testserie beginnt mit der Berechnung des Temperaturfeldes mit einem Minimum an Punkten (siehe Tabelle VIII-1). Danach wird die Anzahl der Knoten nur in einer Richtung und nur in einem der beiden Schichten<sup>A</sup> solange verändert, bis keine erhebliche Änderung des Temperaturfeldes feststellbar ist. Die Untersuchung geht weiter, indem die so ermittelte Anzahl von Knoten festgehalten wird, während die Anzahl der Punkte in einer anderen Richtung oder Schicht geändert wird.

In Tabelle VIII-1 sind die Verhältnisse der Volumenzellen und der relative Energiebilanzfehler aufgelistet.

<sup>A</sup> Die Anzahl der Knoten in r - Richtung ist für das Blech und für die Lackschicht gleich.

Beispielsweise ist die Änderung des Temperaturfeldes mit der Änderung der Anzahl der Knoten in r - Richtung im Diagramm VIII-1 dargestellt.

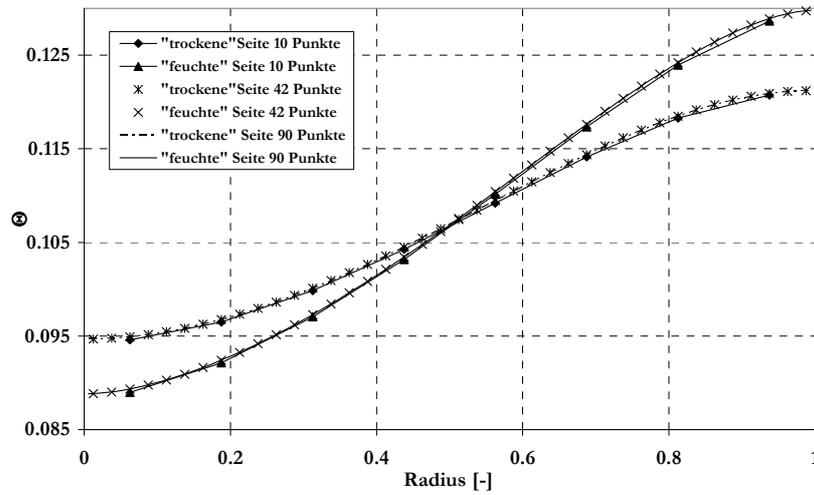


Diagramm VIII-1: Netzunabhängigkeit

Als Ergebnis der Netzunabhängigkeitsuntersuchungen wurden 20 Punkte im Blech und 4 Punkte in der Lackschicht in y-Richtung und 42 Punkte in r-Richtung zur Durchführung der numerischen Simulationen gewählt.

## IX Anhang C

Bei der Betrachtung von Diagramm V-13 und Diagramm V-8 stellt sich die Frage, ob die Anzahl der Punkte in  $r$  - Richtung ausreichend ist, um das Temperaturfeld richtig zu beschreiben und ob die Randbedingung für  $\bar{r} = 1$  richtig definiert ist. Ein Referenzversuch sollte diese Fragen klären. Der Referenzversuch ist identisch mit dem im Diagramm V-13 dargestellten Versuch mit der Ausnahme, dass die Anzahl der Punkte in  $r$  - Richtung von 42 auf 1000 angehoben ist und die örtliche Biot-Zahl - Verteilung, Diagramm IX-1, geändert wurde.

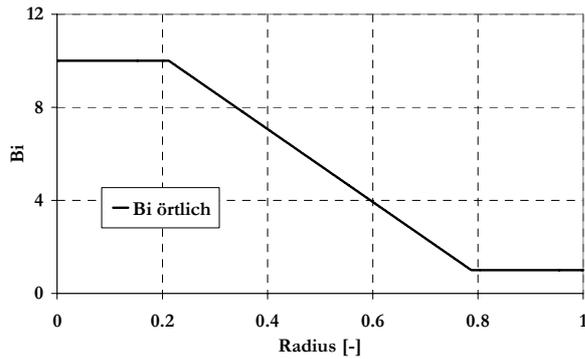


Diagramm IX-1: Verteilung der Biot - Zahl über dem Radius

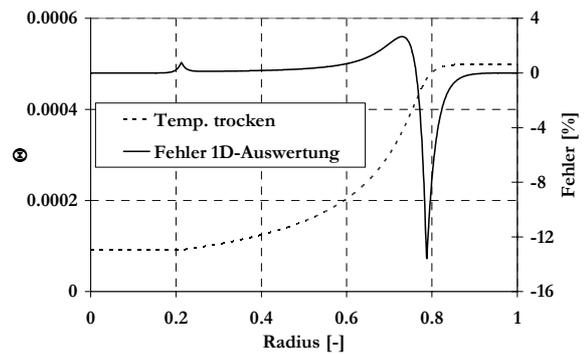


Diagramm IX-2: Temperaturfeld. Verteilung der Fehler der 1D-Auswertung

Die dargestellte Biot-Zahl - Verteilung ändert die Versuchsbedingungen. Deshalb können Diagramm V-13 und Diagramm IX-2 nicht mehr quantitativ verglichen werden. Das Ziel ist, qualitativ zu zeigen, dass die sprunghafte Änderung des Fehlers nicht durch eine falsch definierte Randbedingung verursacht ist.

## X Anhang D

3D-Darstellung der Verteilung des Wärmeübergangskoeffizienten (siehe Abschnitt V.4) in Abhängigkeit von der Temperatur und dem Radius bestimmt mit VAM, VAM mit WL und FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten.

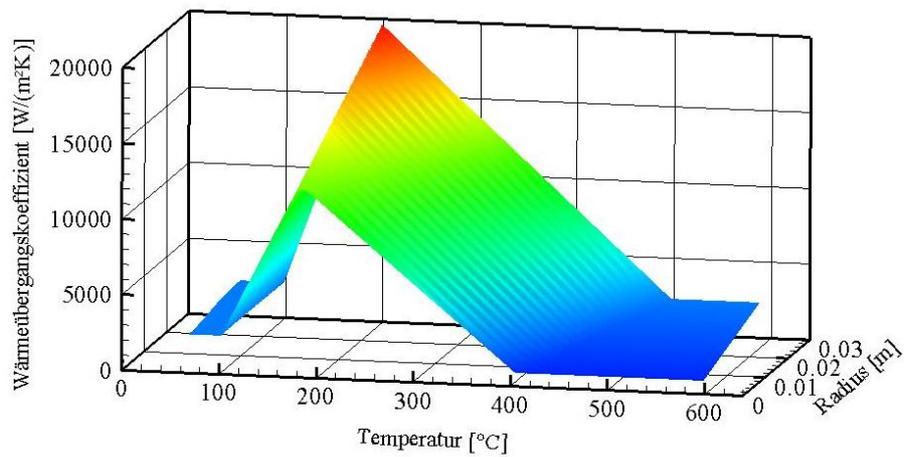
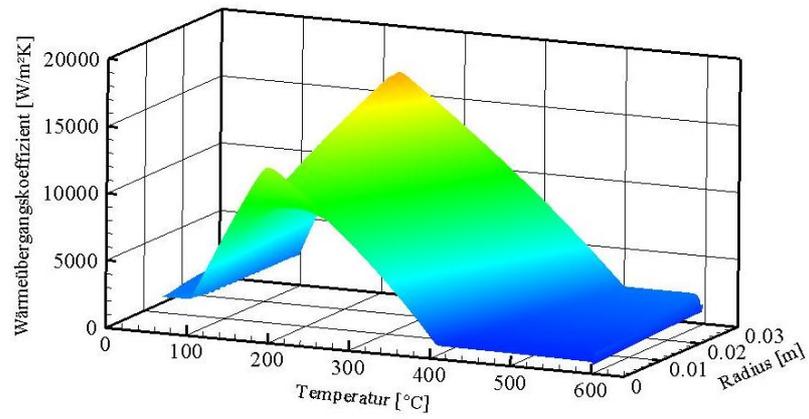
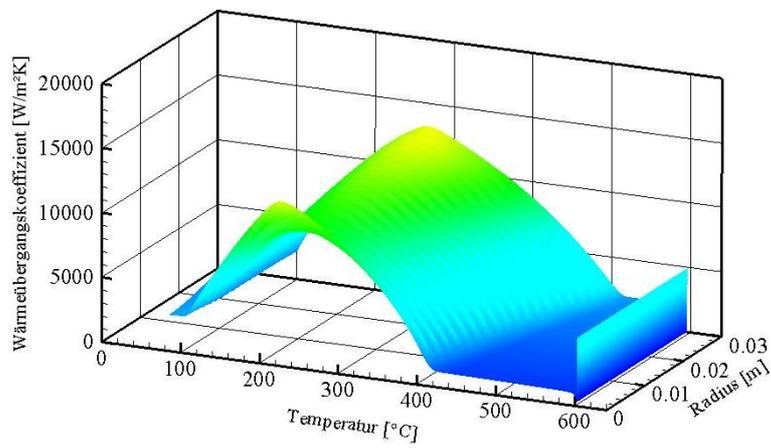


Diagramm X-1: Verteilung des WÜK in Abhängigkeit von der Temperatur und dem Radius. Vorgabewerte für die direkte Simulation

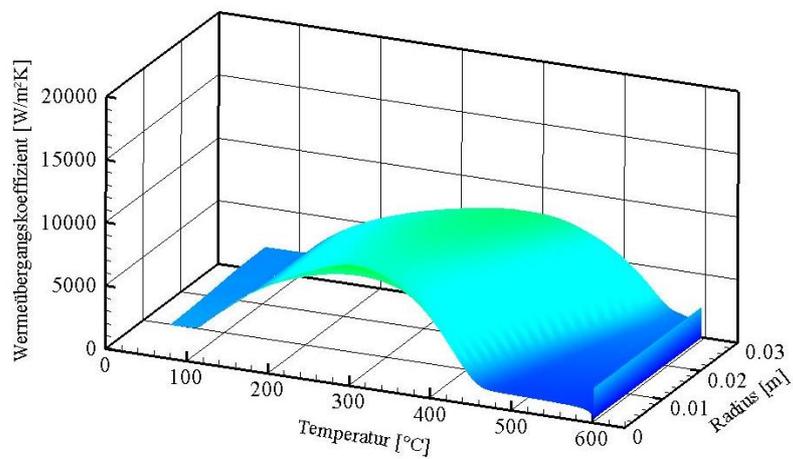
## X.1 Inconel



Blechdicke 0,3 mm

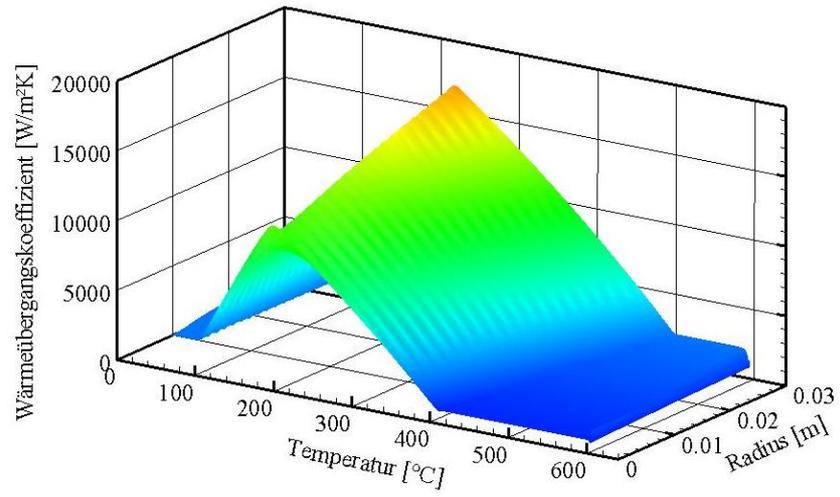


Blechdicke 1 mm

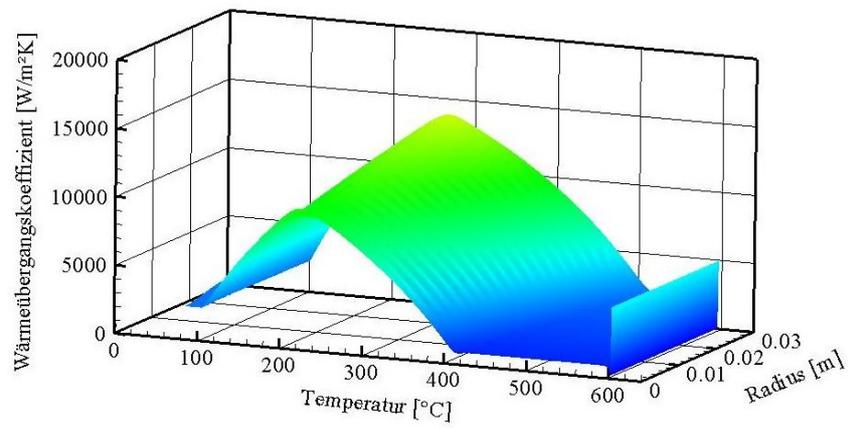


Blechdicke 3 mm

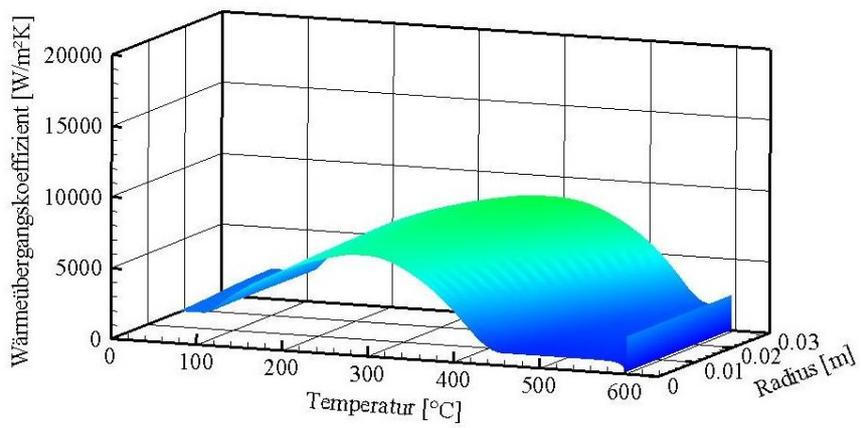
Diagramm X-2: Verteilung des WÜK bestimmt mittels VAM



Blechdicke 0,3 mm

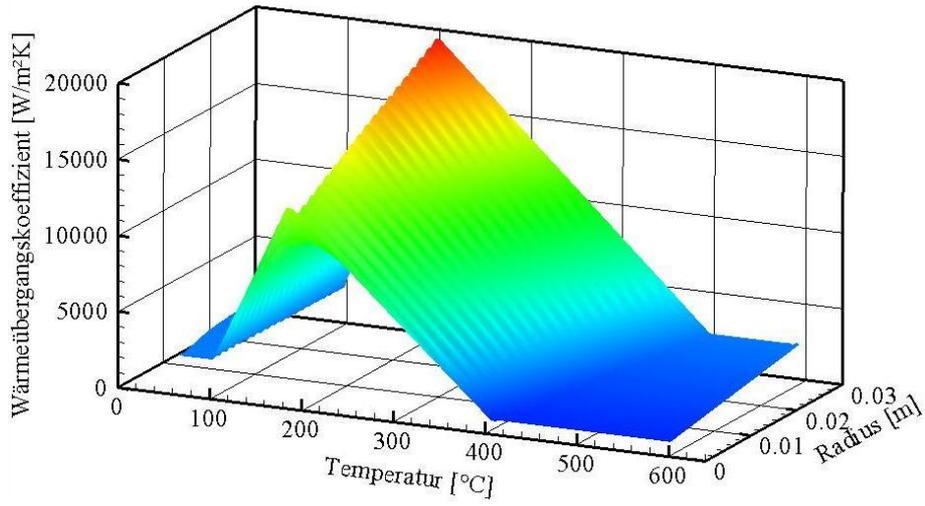


Blechdicke 1 mm

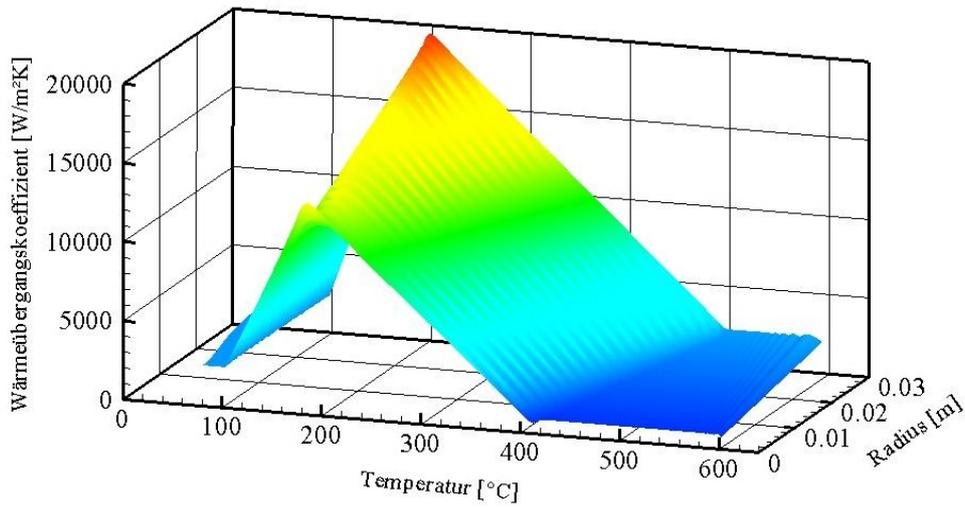


Blechdicke 3 mm

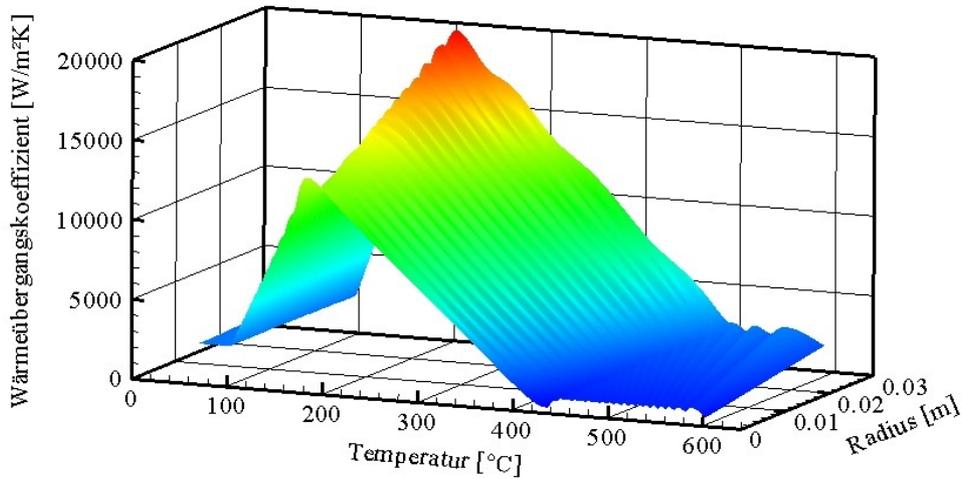
Diagramm X-3: Verteilung des WÜK bestimmt mittels VAM mit WL



Blechdicke 0,3 mm



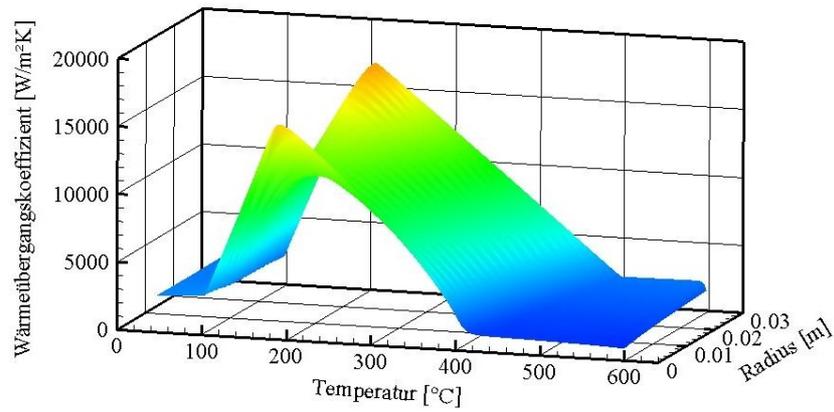
Blechdicke 1 mm



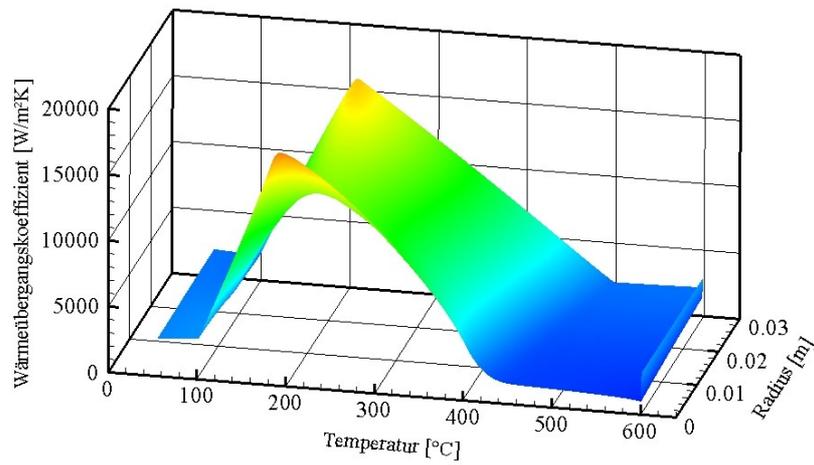
Blechdicke 3 mm

Diagramm X-4: Verteilung des WÜK bestimmt mittels FSM mit Z 1D

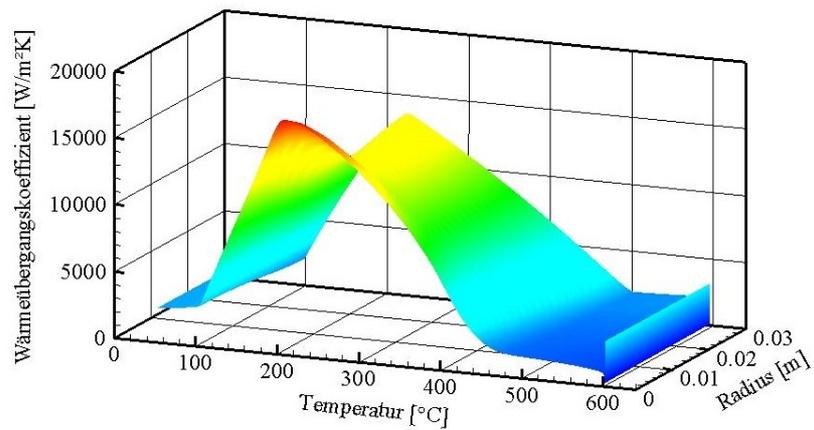
## X.2 Duraluminium



Blechdicke 0,3 mm

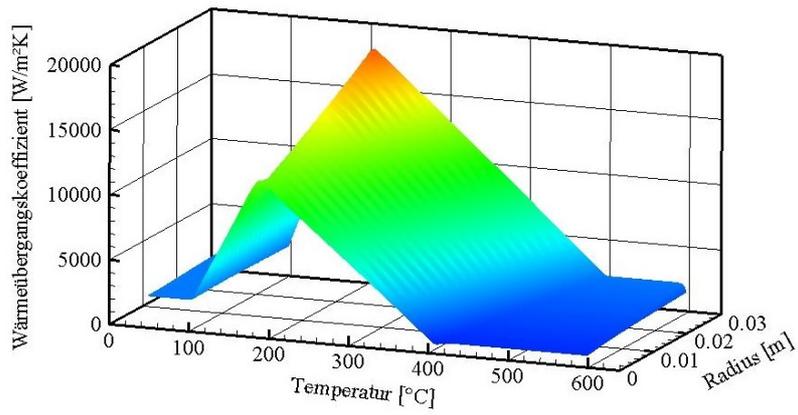


Blechdicke 1 mm

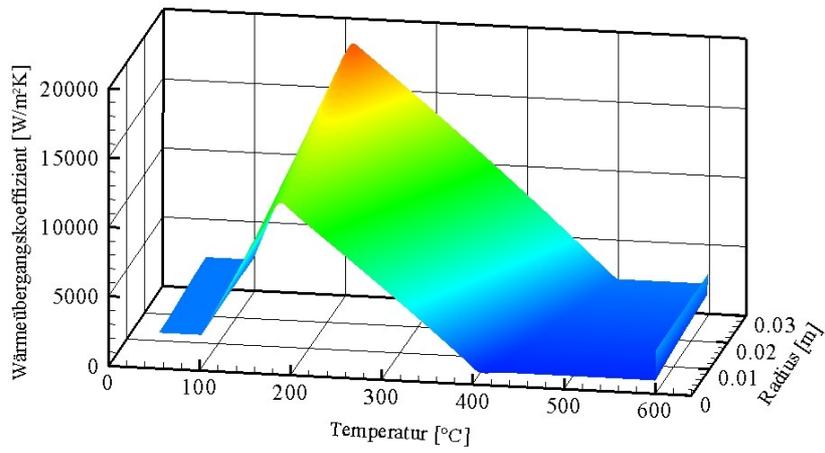


Blechdicke 3 mm

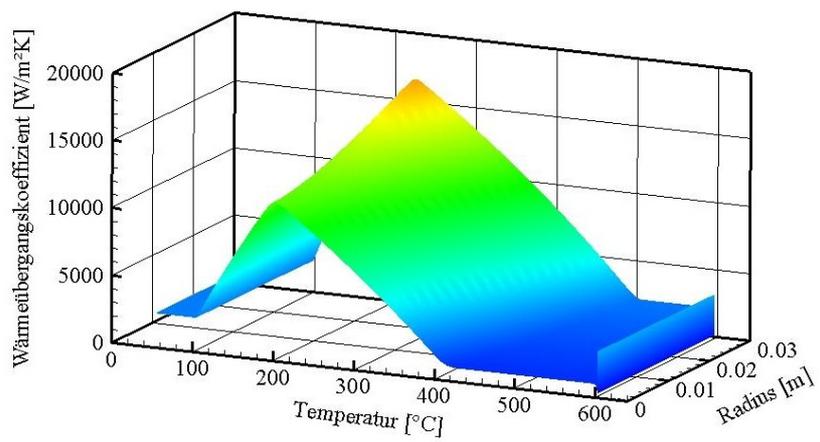
Diagramm X-5: Verteilung des WÜK bestimmt mittels VAM



Blechdicke 0,3 mm

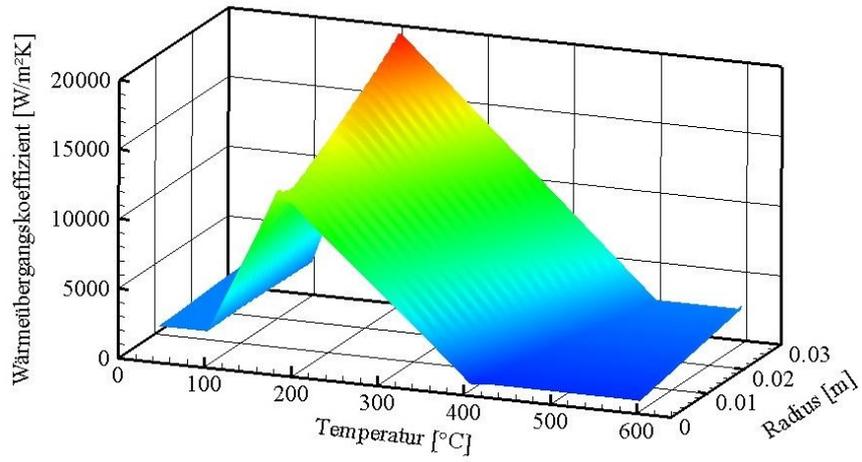


Blechdicke 1 mm

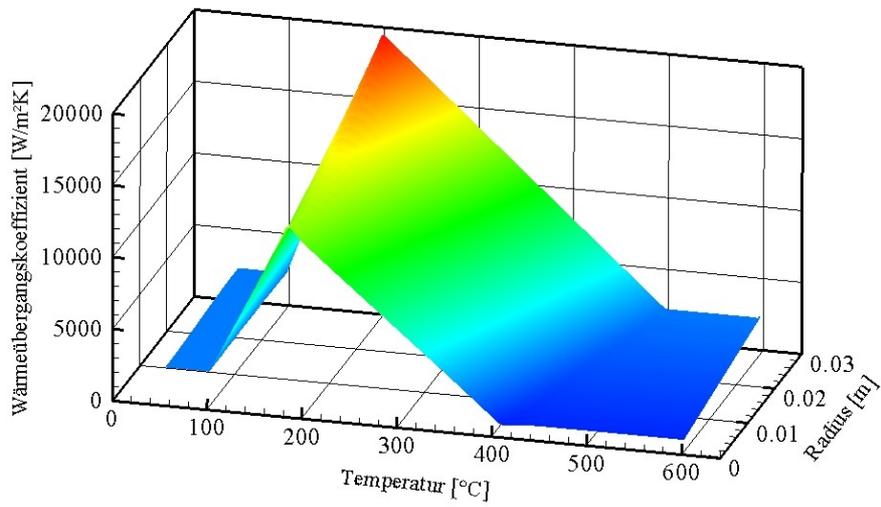


Blechdicke 3 mm

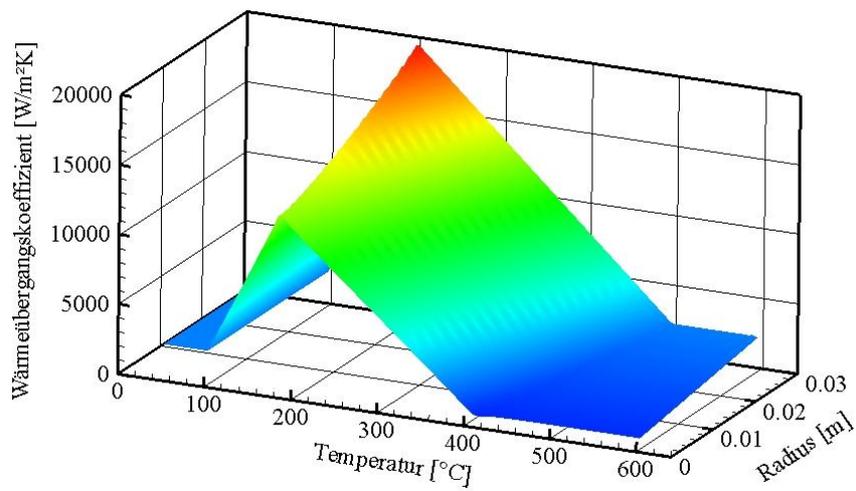
Diagramm X-6: Verteilung des WÜK bestimmt mittels VAM mit WL



Blechdicke 0,3 mm



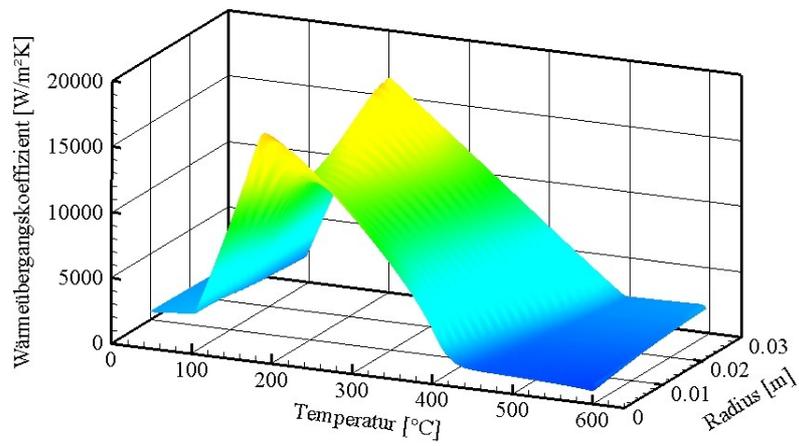
Blechdicke 1 mm



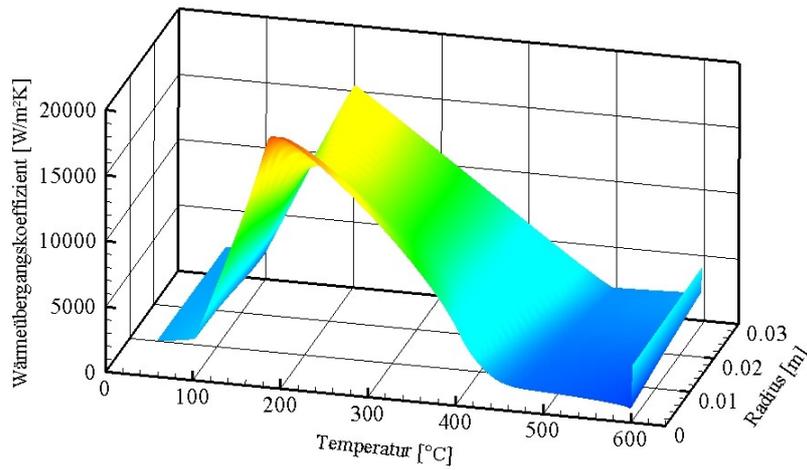
Blechdicke 3 mm

Diagramm X-7: Verteilung des WÜK bestimmt mittels FSM mit Z 1D.

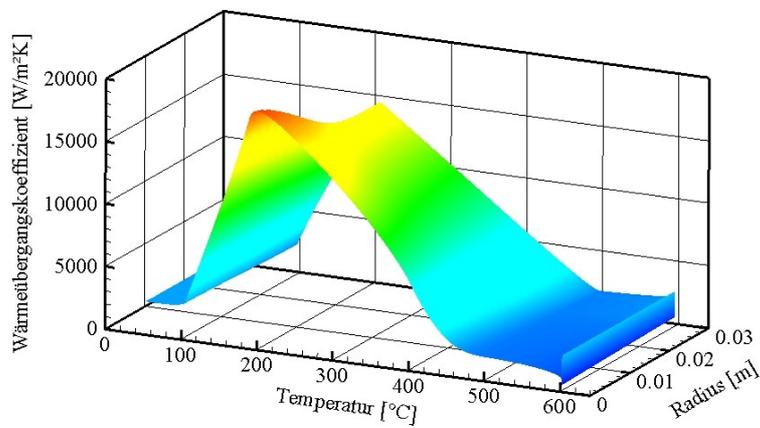
### X.3 Kupfer



Blechdicke 0,3 mm

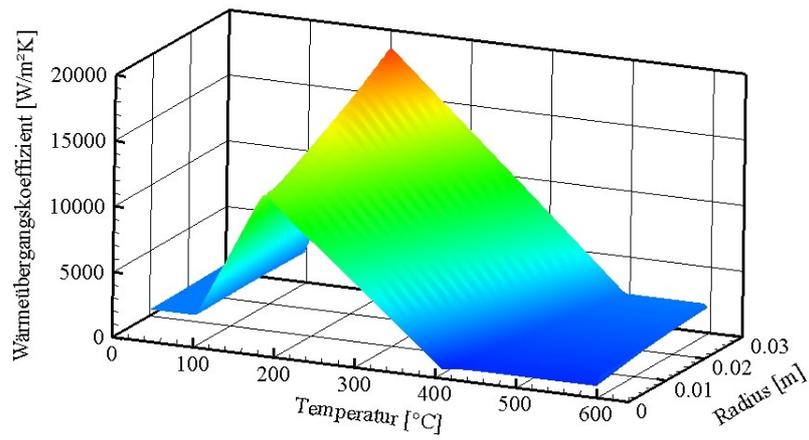


Blechdicke 1 mm

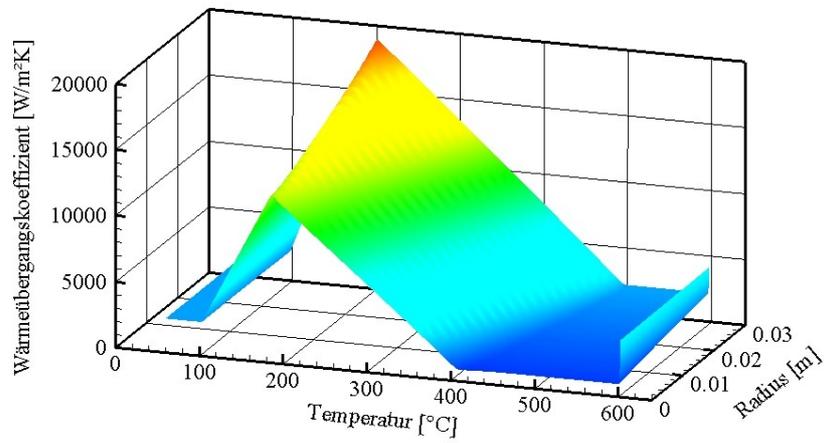


Blechdicke 3 mm

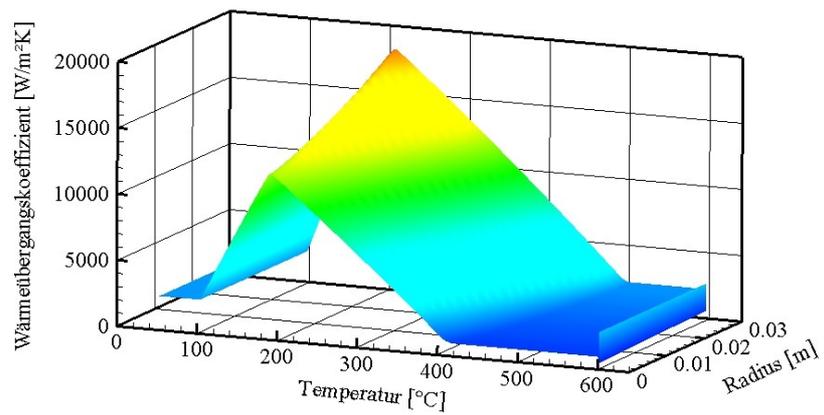
Diagramm X-8: Verteilung des WÜK bestimmt mittels VAM.



Blechdicke 0,3 mm

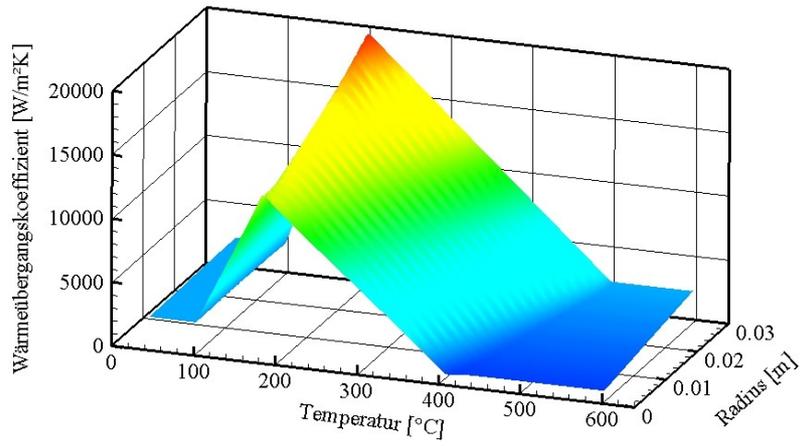


Blechdicke 1 mm

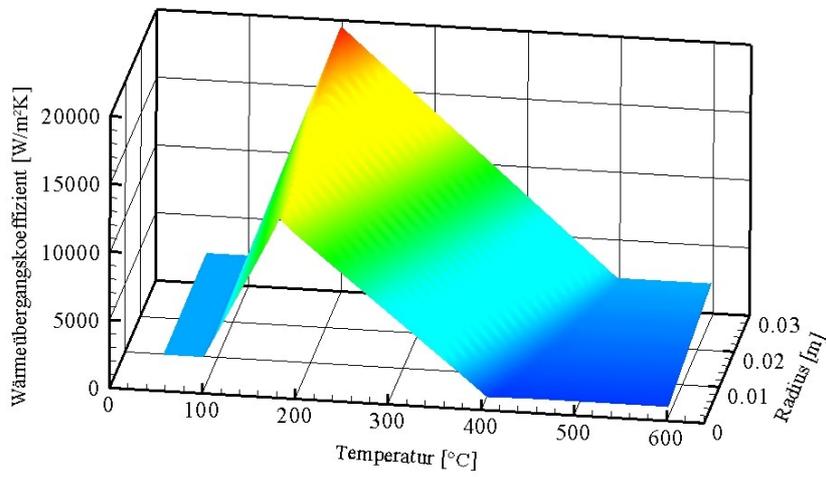


Blechdicke 3 mm

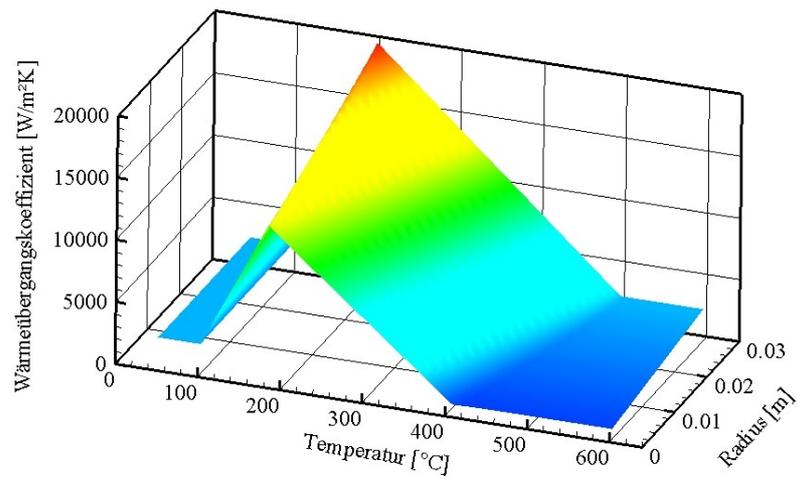
Diagramm X-9: Verteilung des WÜK bestimmt mittels VAM mit WL



Blechdicke 0,3 mm



Blechdicke 1 mm

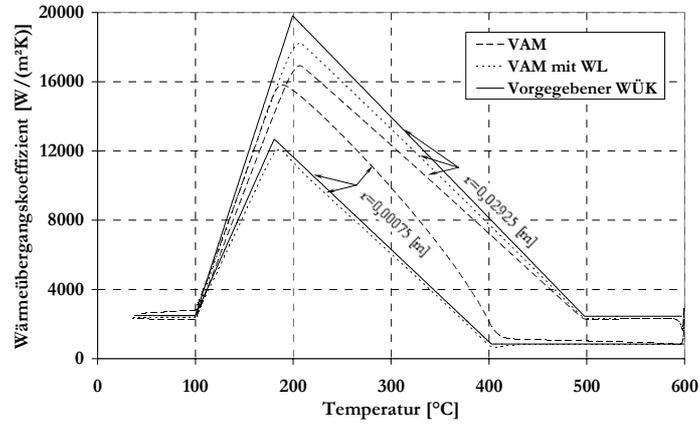


Blechdicke 3 mm

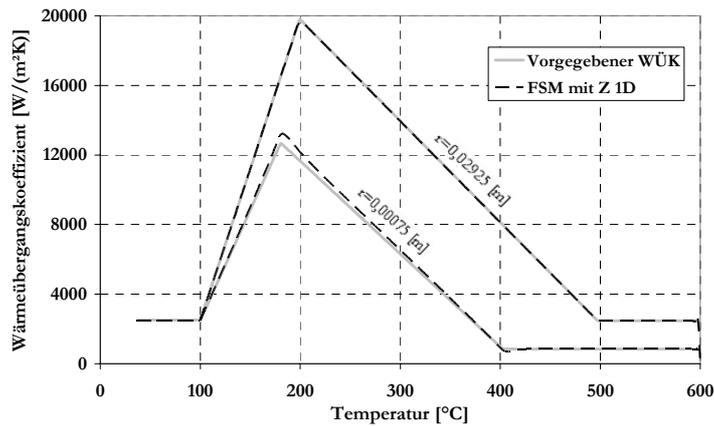
Diagramm X-10: Verteilung des WÜK bestimmt mittels FSM mit Z 1D

## XI Anhang E

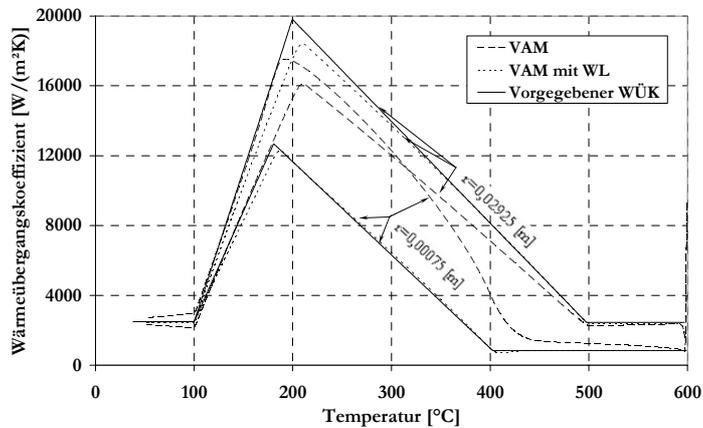
Simulationsergebnisse für Duraluminium. WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an  $r=0,00075$  m. und  $r = 0,02925$  m.



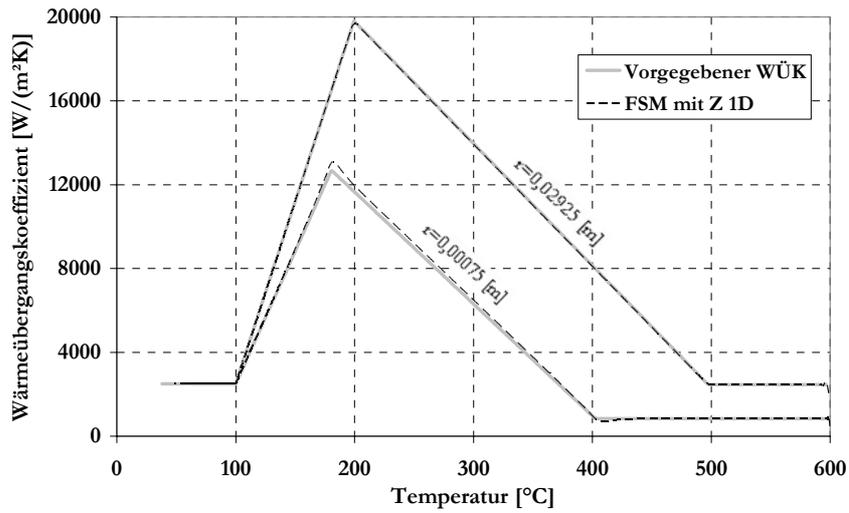
VAM und VAM mit WL. Blechdicke 0,3 mm



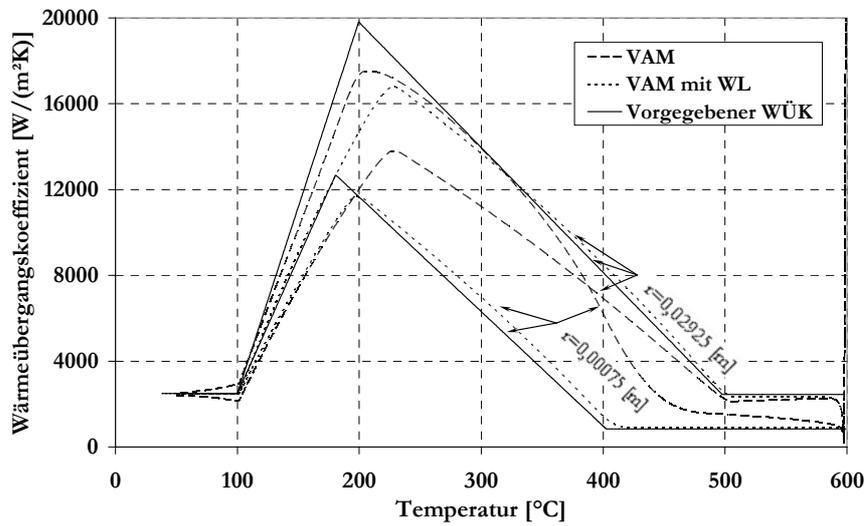
FSM mit 1D Sensitivitätskoeffizienten. Blechdicke 0,3 mm



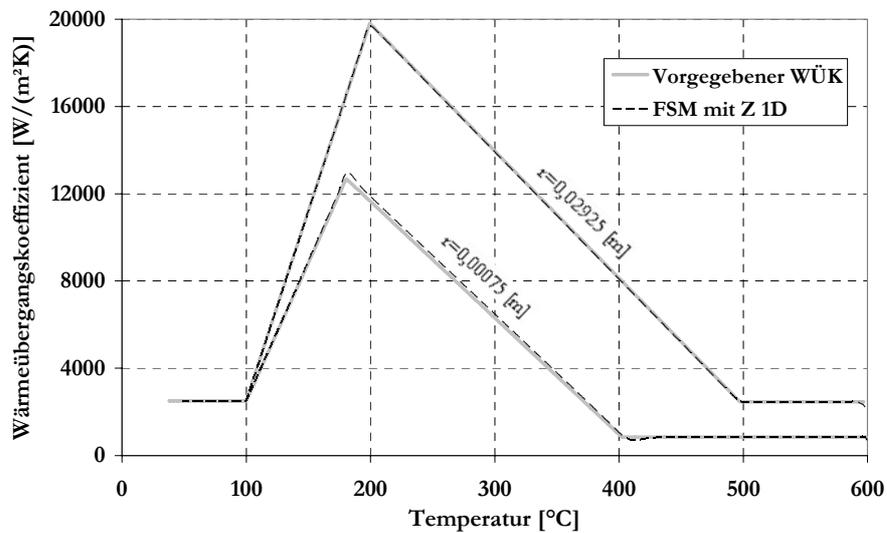
VAM und VAM mit WL. Blechdicke 1 mm



FSM mit 1D Sensitivitätskoeffizienten. Blechdicke 1 mm

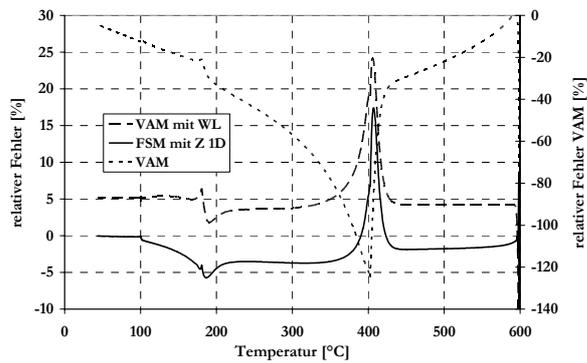


VAM und VAM mit WL. Blechdicke 3 mm

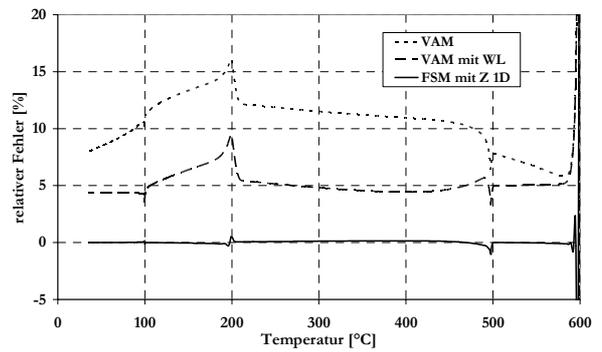


FSM mit 1D Sensitivitätskoeffizienten. Blechdicke 3 mm

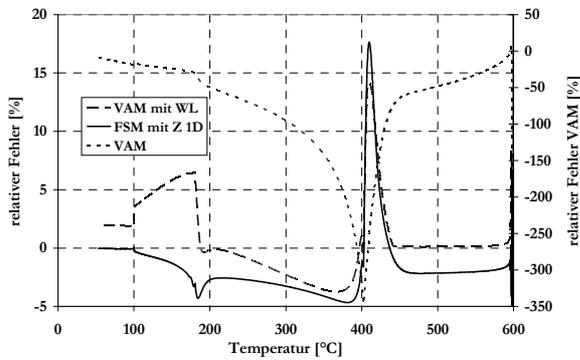
Relativer Fehler der WÜK -Bestimmung mittels VAM, VAM mit WL und FSM mit 1D Sensitivitätskoeffizienten. Material des Bleches Duraluminium.



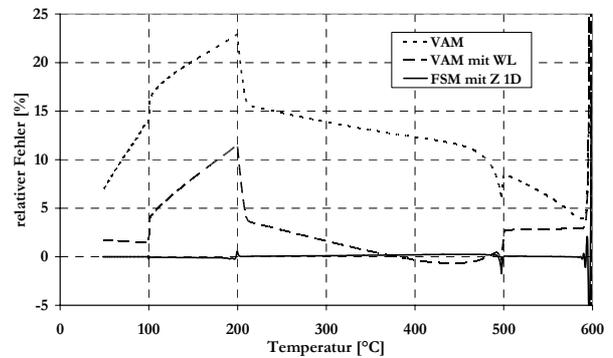
Messstelle  $r = 0,00075$  m. Blechdicke 0,3 mm



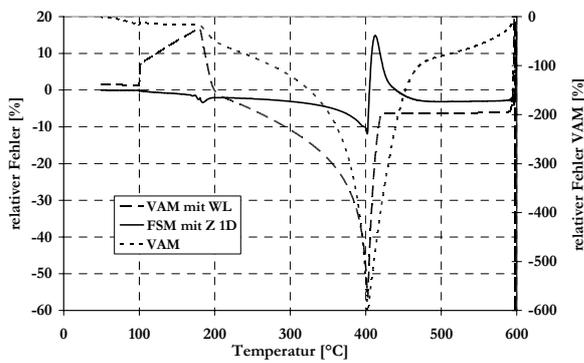
Messstelle  $r = 0,02925$  m. Blechdicke 0,3 mm



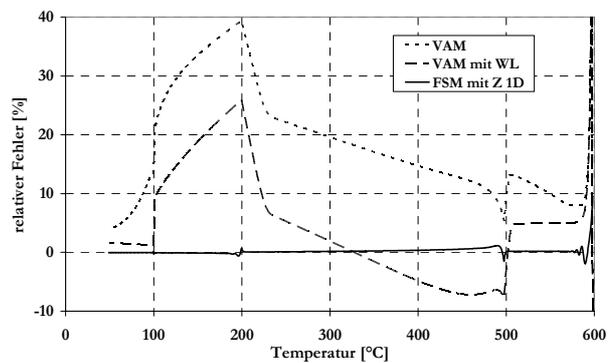
Messstelle  $r = 0,00075$  m. Blechdicke 1 mm



Messstelle  $r = 0,02925$  m. Blechdicke 1 mm

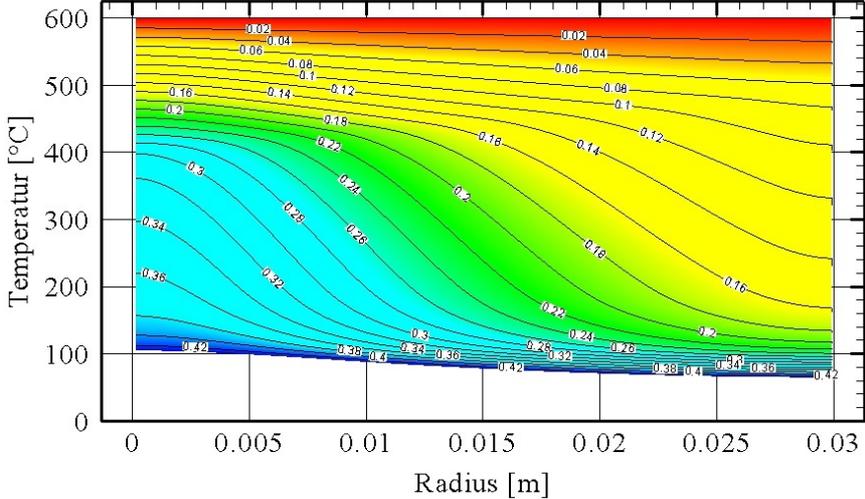


Messstelle  $r = 0,00075$  m. Blechdicke 3 mm

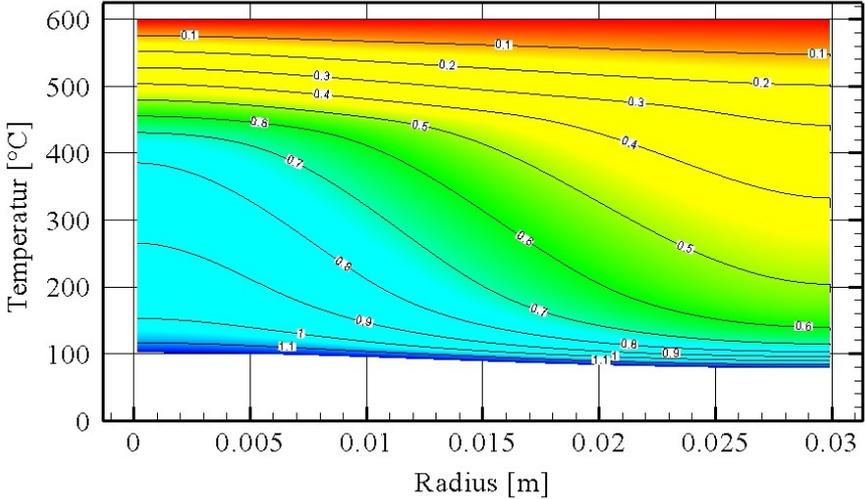


Messstelle  $r = 0,02925$  m. Blechdicke 3 mm

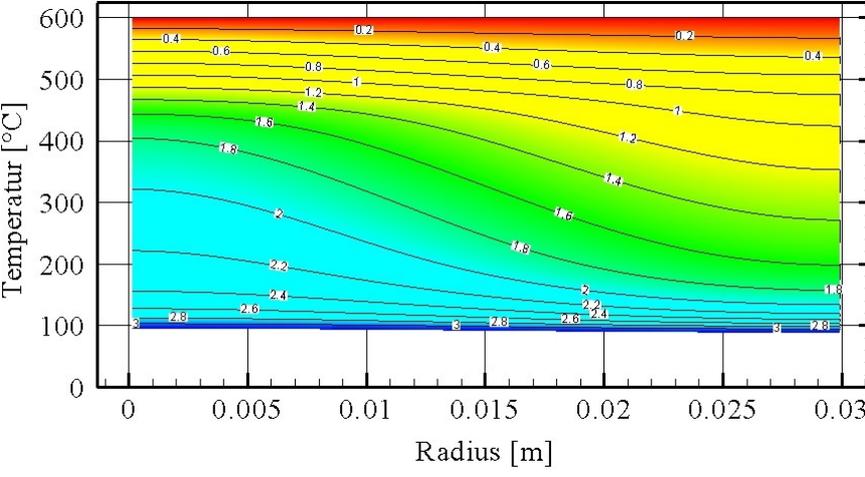
Wanderung der Temperaturfront bei der Abkühlung eines Duraluminium-Blechtes mit unterschiedlichen Dicken. Temperaturverteilung auf der "trockenen" Seite.



Dicke 0,3 mm

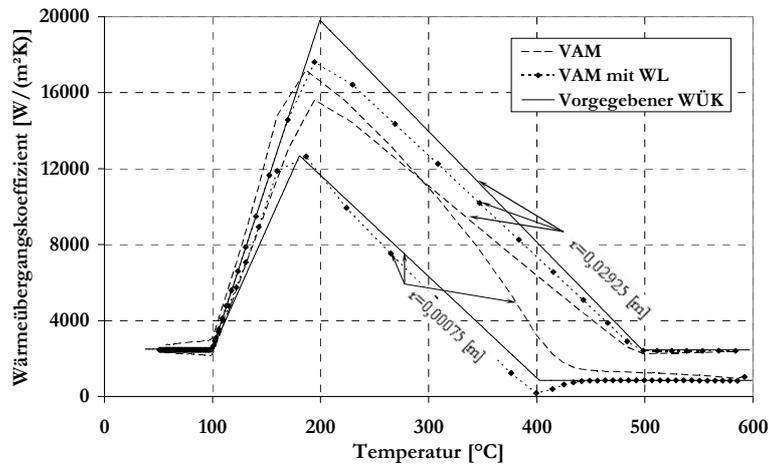


Dicke 1 mm

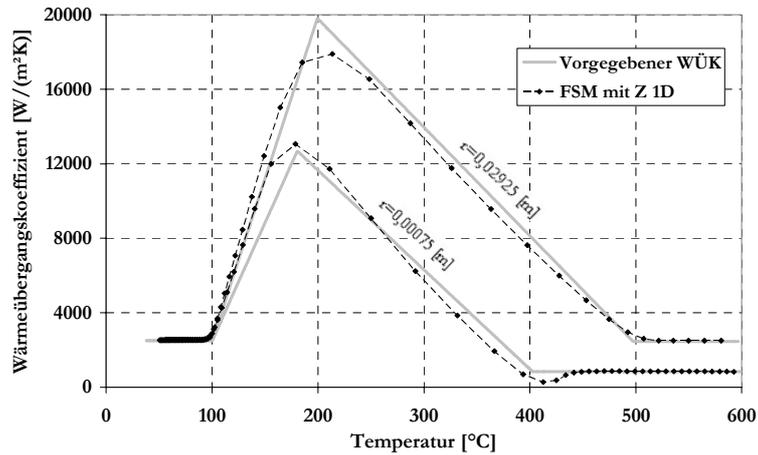


Dicke 3 mm

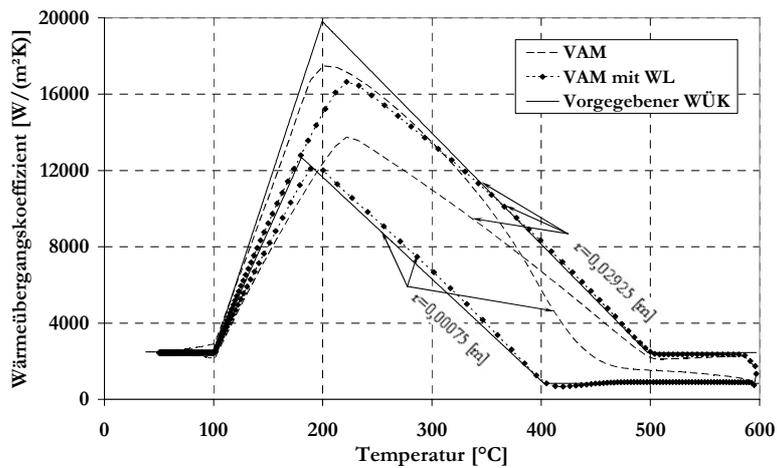
Simulationen mit  $\Delta h=0,03$  s. WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an  $r = 0,00075$  m und  $r = 0,02925$  m. Material des Versuchsbleches - Duraluminium.



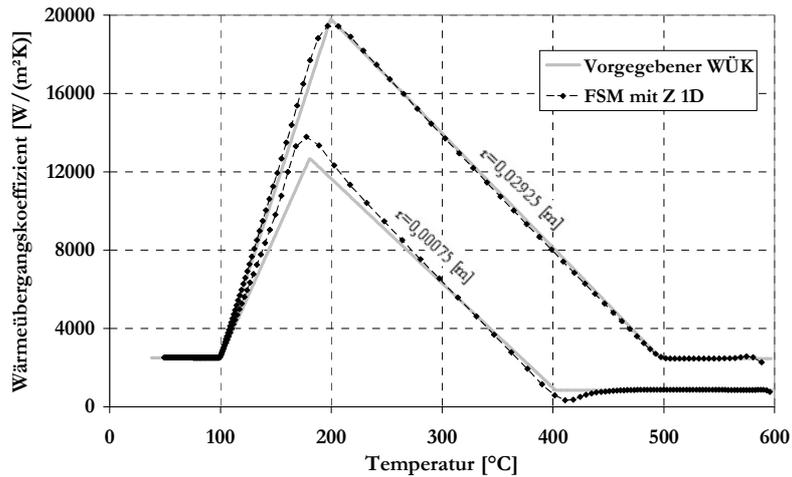
VAM und VAM mit WL. Blechdicke 1 mm



FSM mit 1D Sensitivitätskoeffizienten. Blechdicke 1 mm

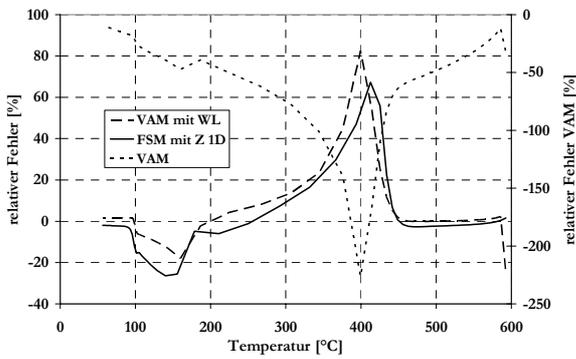


VAM und VAM mit WL. Blechdicke 3 mm

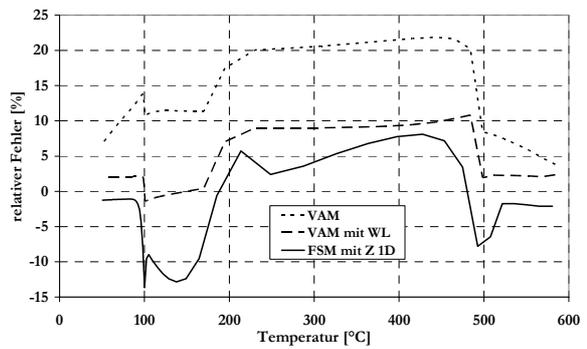


FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten. Blechdicke 3 mm

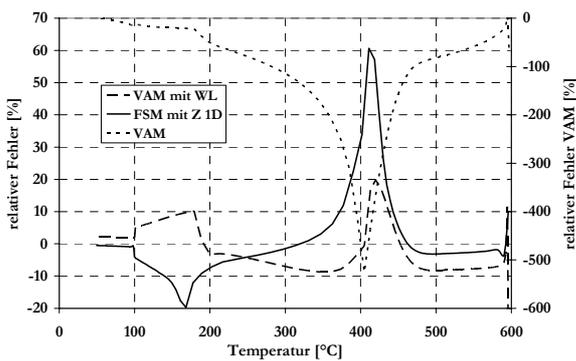
Relativer Fehler der WÜK-Bestimmung mittels VAM, VAM mit WL und FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten. Material des Bleches Duraluminium,  $\Delta h = 0,03$  s.



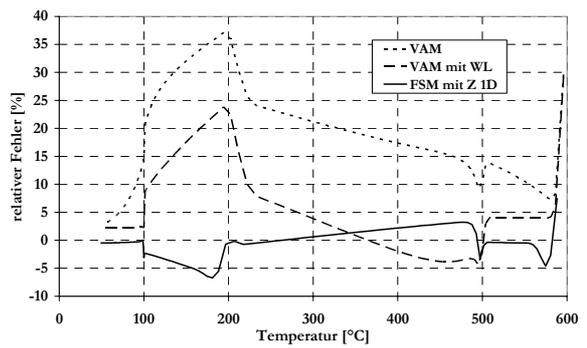
Messstelle  $r = 0,00075$  m. Blechdicke 1 mm



Messstelle  $r = 0,02925$  m. Blechdicke 1 mm

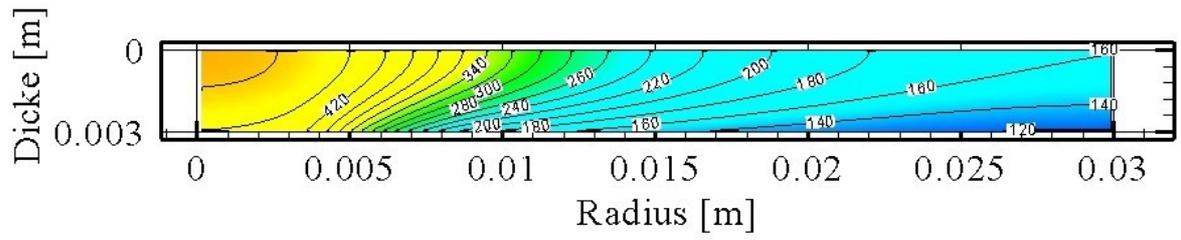


Messstelle  $r = 0,00075$  m. Blechdicke 3 mm

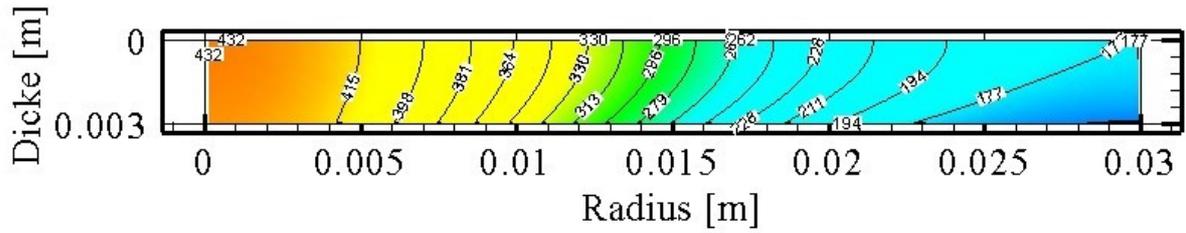


Messstelle  $r = 0,02925$  m. Blechdicke 3 mm

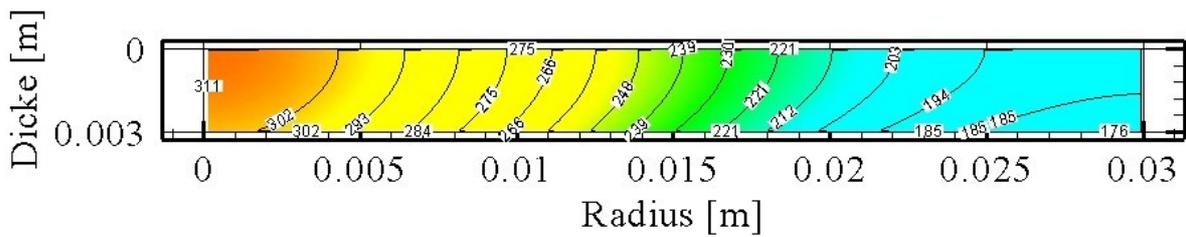
Die Temperaturverteilung im Blech in Abhängigkeit von der Dicke und dem Radius wird für die untersuchten Materialien (Inconel, Kupfer und Duraluminium) im Folgenden dargestellt.



Inconel



Duraluminium



Kupfer

Diagramm XI-1: Temperaturverteilung im Blech während der Fortbewegung der Temperaturfront. Blechdicke=0 entspricht der „trockenen“, kamerazugewandten Blechseite und Blechdicke=0,003 m entspricht der „feuchten“, Sprühstrahlseite des Bleches.

Die Diagramme dienen zum Vergleich der entstehenden Temperaturgradienten im Blech.

## XII Anhang F

Einfluss der Stoffeigenschaften des Bleches auf den WÜK.

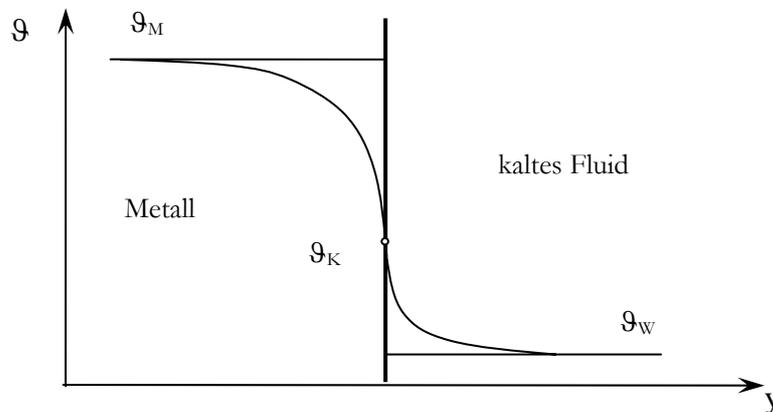


Bild XII-1: 1D-Kontakt eines kalten Fluids mit einer heißen Metalloberfläche

Es wird folgende Situation analysiert. Ein kaltes Fluid mit einer Anfangstemperatur von  $\vartheta_w$  kontaktiert mit einer heißen Metalloberfläche (Anfangstemperatur  $\vartheta_M$ ). Unter Verwendung der Lösung der 1D-Wärmeleitgleichung (Fourier) für halbumendliche Körper und plötzliche Änderung der Oberflächentemperatur [38] lässt sich die Kontakttemperatur  $\vartheta_K$  ableiten.

Da dem Fourierschen Wärmeleitmodells eine unendliche Geschwindigkeit der Wärmewelle zu Grunde liegt, stellt sich die Kontakttemperatur  $\vartheta_K$  sofort ( $h \rightarrow 0$ ) ein.

Die vom Fluid aufgenommene Wärme lässt sich wie folgt berechnen:

$$\dot{q}_w = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{b_w}{\sqrt{h}} (\vartheta_K - \vartheta_w); h > 0$$

Unter der Bedingung ( $h \rightarrow 0$ ) geht die Wärmestromdichte  $\dot{q}_w$  gegen unendlich.

Die vom festen Körper abgegebene Wärme ist:

$$\dot{q}_M = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{b_M}{\sqrt{h}} (\vartheta_M - \vartheta_K)$$

Mit  $\dot{q}_M = \dot{q}_w$  lässt sich die Kontakttemperatur bestimmen.

$$\vartheta_K = \frac{\vartheta_w b_w + \vartheta_M b_M}{b_w + b_M}$$

oder

$$\dot{q}_M = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{b_M}{\sqrt{h}} \left( \vartheta_M - \frac{\vartheta_w b_w + \vartheta_M b_M}{b_w + b_M} \right)$$

Der Wärmeübergangskoeffizient ist wie folgt definiert:

$$\alpha = \frac{\dot{q}_w}{\vartheta_K - \vartheta_w} \Rightarrow \alpha = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{b_w}{\sqrt{h}}$$

oder

$$\alpha = \frac{\dot{q}_M}{\vartheta_K - \vartheta_W} \Rightarrow \alpha = \frac{\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{b_M}{\sqrt{h}} \left( \vartheta_M - \frac{\vartheta_W b_W + \vartheta_M b_M}{b_W + b_M} \right)}{\frac{\vartheta_W b_W + \vartheta_M b_M}{b_W + b_M} - \vartheta_W}$$

$$\alpha = \frac{(b_W + b_M) \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{b_M}{\sqrt{h}} \vartheta_M - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{b_M}{\sqrt{h}} (\vartheta_W b_W + \vartheta_M b_M)}{\vartheta_W b_W + \vartheta_M b_M - \vartheta_W b_W - \vartheta_W b_M}$$

$$\alpha = \frac{2}{\sqrt{\pi} \sqrt{h}} \frac{\vartheta_M b_W + \vartheta_M b_M - \vartheta_W b_W - \vartheta_M b_M}{\vartheta_M - \vartheta_W}$$

Der WÜK ist unter den getroffenen Annahmen nur von den Stoffeigenschaften des Fluids abhängig. Dem gegenüber ist die Wärmestromdichte  $\dot{q}$  deutlich vom Material abhängig, wie die Tabelle beispielhaft für ein Fluid mit der Anfangstemperatur  $\vartheta_W = 20^\circ\text{C}$  und Materialien mit der Anfangstemperatur  $\vartheta_M = 100^\circ\text{C}$  zeigt:

Alle Einheiten SI-System	$\lambda$	c	$\rho$	$b = \sqrt{\lambda \rho c}$	$\vartheta_K$ (°C)	$\dot{q}$	WÜK
Wasser	0,598	4180	1000	1581	-	-	-
Inconel	20	510	8420	9267	88,3	$3,86 \cdot 10^6$	56414,9
Duraluminium	146	910	2800	19287,5	93,9	$4,17 \cdot 10^6$	56414,9
Kupfer	393	390	8900	36933,8	96,7	$4,33 \cdot 10^6$	56414,9

Zur Berechnung der Wärmestromdichte und des WÜK wurde  $h=1$  ms angenommen.

Wegen der unendlichen Geschwindigkeit der Wärmewelle im Fourierschen Modell, erreichen alle Materialien die  $\vartheta_K$  zu gleicher Zeit (nach  $h \rightarrow 0$ ), so dass der WÜK unbeeinflusst von den Stoffeigenschaften des festen Körpers bleibt.

Wahrscheinlich folgt eine Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten von dem Material des Versuchskörpers mit einem anderen Wärmeleitmodell Z. B. mit dem hyperbolischen Wärmeleitmodell von Cattaneo, das eine endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit berücksichtigt. Die Kontakttemperatur  $\vartheta_K$ , wird sich in Abhängigkeit der Zeit  $h$  und der Relaxationszeit  $\tau$  des Materials einstellen. Dementsprechend wird sich auch der WÜK für die unterschiedlichen Materialien in Abhängigkeit von der Relaxationszeit  $\tau$  des Materials ändern.

### XIII Anhang G

Die Lösung des Sensitivitätsproblems liefert Informationen über die Empfindlichkeit der gesuchten Parameter, z. B.  $\dot{q}_{t,j}$ , zum Zeitpunkt  $t$  an der Messstelle  $j$  von den benachbarten  $\dot{q}_{t+v,m \neq j}$  in einem Segment. So lässt sich abschätzen, ob die in der FSM verwendeten Sensitivitätskoeffizienten ohne den Einfluss der benachbarten Messstellen mittels Gl. (III.23) bestimmt werden dürfen.

Die Bestimmung der Sensitivitätskoeffizienten und die programmtechnische Umsetzung des Verfahrens sind im Abschnitt III.2 ausführlich beschrieben. An dieser Stelle wird das Sensitivitätsproblem von einem anderen Gesichtspunkt aus betrachtet.

Es ist nicht immer möglich, mit der Lösung des Sensitivitätsproblems die genauen Werte der Sensitivitätskoeffizienten zu bestimmen, weil diese den gesuchten Parameter enthalten. Es ist aber möglich, unter bestimmten Annahmen die Sensitivitätskoeffizienten vor der Auswertung der Daten abzuschätzen. Die Voraussetzung dafür ist ein lineares inverses Problem, so dass die Sensitivitätskoeffizienten unabhängig von dem gesuchten Parameter sind. So ein Fall ist die indirekte Bestimmung der Wärmestromdichte<sup>A</sup> an der Oberfläche eines Körpers. Als Beispiel wurde die Verteilung der Sensitivitätskoeffizienten für ein 3 mm dickes Blech aus Inconel und auch aus Kupfer in Abhängigkeit vom Ort und der Zeit numerisch untersucht.

Im Diagramm XIII-1 ist die Verteilung des Sensitivitätskoeffizienten wegen der besseren Übersicht nur an einer Messstelle dargestellt. Für die restlichen Messstellen ergeben sich ähnliche Verteilungen des Sensitivitätskoeffizienten.

Um die Diagramme zu deuten und danach Schlussfolgerungen ziehen zu können, wird noch mal die Definition des Sensitivitätskoeffizienten im Bezug auf den konkreten Fall betrachtet.

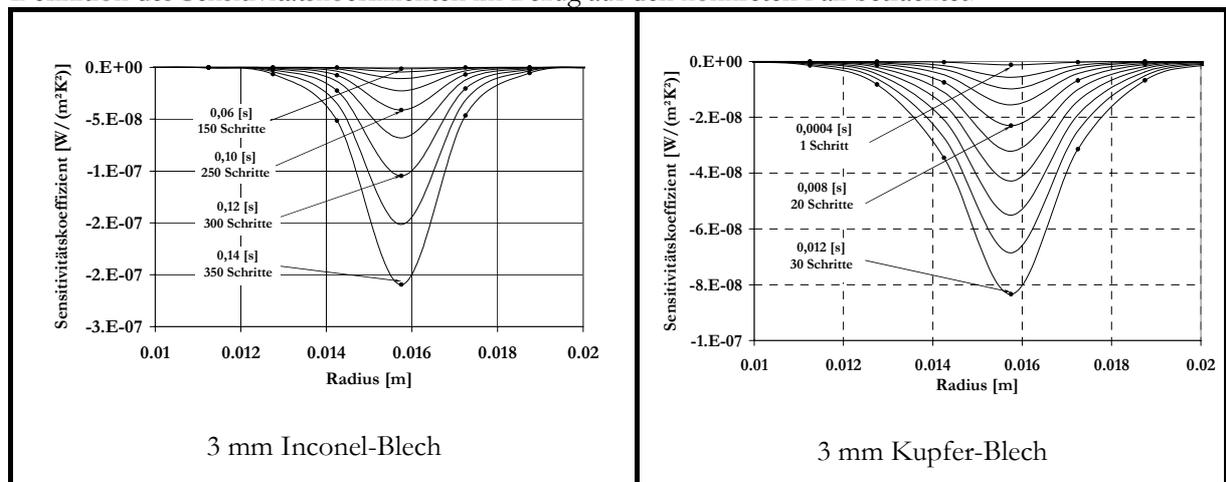


Diagramm XIII-1: Sensitivitätskoeffizienten an der Messstelle  $r=0,01575$  m in Abhängigkeit vom Radius und von der Zeit

Die im Diagramm XIII-1 gezeigten Sensitivitätskoeffizienten „Z“ stellen die Änderung der an der „trockenen“ Seite des Bleches, an Messstelle  $r=0,01575$  m, „gemessenen“ Temperatur  $T_{t,i,y=0}$  mit der Änderung der Wärmestromdichten  $\dot{q}_{t,m \neq j, y=y_{\max}}$  der „feuchten“ Seite dar. Es sind die Sensitivitätskoeffizienten für ein Segment präsentiert, in dem die Wärmestromdichte als konstant vorausgesetzt wird. Um die inverse Auswertung stabilisieren zu können, wurden die im Abschnitt V.5.2 dargestellten Simulationsergebnisse mit  $p=350$  zukünftigen Zeitschritten in einem Segment für ein 3 mm Inconel-Blech und mit  $p=30$  Zeitschritten für Kupfer gerechnet. Aus diesem Grund sind auch die Sensitivitätskoeffizienten entsprechend für  $p=350$  und für  $p=30$  Schritte bestimmt worden.

Der Vergleich im Diagramm XIII-1 zeigt in der ersten Linie, dass sowohl bei Inconel als auch bei Kupfer

<sup>A</sup> In diesem Fall wäre die inverse Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten ein nichtlineares Problem und die Sensitivitätskoeffizienten werden während der Auswertung iterativ bestimmt.

die Änderung der Temperatur an der Messstelle  $r=0,01575$  m hauptsächlich von der Wärmestromdichte der gleichen Messstelle verursacht wird. Die restlichen Wärmestromdichten und zwar nur die der eng benachbarten Messstellen üben einen deutlich geringen Einfluss aus. Im Gegensatz zu der genannten örtlichen Abhängigkeit des Sensitivitätskoeffizienten sind beträchtliche Unterschiede zwischen Inconel und Kupfer bei der zeitlichen Abhängigkeit des Sensitivitätskoeffizienten vorhanden. Die bei Kupfer nach 30 Schritten (0,012 s) erreichten Werte des Sensitivitätskoeffizienten werden bei Inconel erst nach 150 Schritten (0,06 s) erreicht. Die Oberflächentemperatur der „trockenen“ Seite des Bleches ist viel unempfindlicher gegen plötzliche Änderungen der Wärmestromdichte der „feuchten“ Seite, wenn das Versuchsblech aus Inconel statt aus Kupfer angefertigt wird. Dieses Fazit ist ein anderer Ausdruck für die Schlussfolgerung des Abschnitts V.4, dass Materialien mit niedriger Wärmeleitfähigkeit das Nutzsignal der „feuchten“ Seite dämpfen und dadurch wenig präzise Messungen auf der „trockenen“ Seite zulassen.

Die Methode zur Bestimmung der Sensitivitätskoeffizienten ist bei der programmtechnischen Umsetzung der FSM wichtig für die Geschwindigkeit und Stabilität der inversen Methode. In dieser Arbeit erfolgten Auswertungen mit 2D-Sensitivitätskoeffizienten, Gl. (III.21) und 1D-Sensitivitätskoeffizienten Gl. (III.23). Die inversen Methoden sind unter der Bezeichnung „FSM mit Z 2D“ zu finden und entsprechend „FSM mit Z 1D“. Die Erfahrung zeigt, dass die „FSM mit Z 2D“ deutlich komplizierter ist. Außerdem sind im Verfahren mehrere Operationen enthalten, die Instabilität in die Auswertung bringen können. Die zweite Variante der Methode - „FSM mit Z 1D“ ist relativ einfach programmierbar, deutlich langsamer aber genauer als die „FSM mit Z 2D“. Diese Methode funktioniert, weil wie es im Diagramm XIII-1 zu sehen ist, die Bestimmung der Wärmestromdichte an einer Messstelle kaum von den benachbarten Messstellen beeinflusst wird und die untersuchten Bleche relativ dünn sind.

## Abbildungsverzeichnis

Bild II-1: Wärmeübergangsmechanismus bei der Sprühkühlung .....	9
Bild II-2 Behältersieden des Wassers bei 1 bar [34].....	10
Bild II-3: Blasensieden. IR - Aufnahme eines vom Sprühstrahl beaufschlagten Versuchsbleches .....	10
Bild II-4: Aufbauart mit Thermoelementen.....	11
Bild II-5: Sprühkammer .....	12
Bild II-6 Versuchsmodul.....	13
Bild II-7 Auswertung der Oberflächentemperatur. Infrarotaufnahme.....	14
Bild II-8: Schematische Darstellung der inversen Wärmeleitprobleme.....	19
Bild II-9: Modellvorstellung.....	21
Bild II-10 Direkte und inverse Region.....	26
Bild II-11 Finite-Differenzen-Schemas: a) direkt explizit, b) direkt implizit, c) invers implizit.....	26
Bild II-12 Explizites inverse Finite-Differenzen-Schema.....	27
Bild II-13 Hyperbolisches a) und gemischte Zeit- und Raumänderung b) inverse Schemas .....	28
Bild III-1: Lösungsalgorithmus zur Lösung des inversen Problems bei der Sprühkühlung.....	37
Bild IV-1: Vernetzung des untersuchten Gebietes .....	39
Bild V-1: Voranschreiten der Benetzungsgrenze bei der Abkühlung eines Inconel- Bleches. IR-Aufnahmen des Temperaturfeldes.....	70
Bild V-2: Schematische Darstellung der zur Beurteilung der Fehler gewählten Messstellen.....	75
Bild XII-1: 1D-Kontakt eines kalten Fluids mit einer heißen Metalloberfläche .....	127

## Diagrammverzeichnis

Diagramm IV-1: Vergleich der numerischen und analytischen Lösungen .....	44
Diagramm IV-2: Verteilung des Wärmeübergangskoeffizienten über die Breite .....	44
Diagramm IV-3: Änderung der Wärme im Vergleich mit dem Wärmeübergangskoeffizienten.....	45
Diagramm IV-4: Vergleich der numerischen und analytischen Lösungen. $\alpha = 50$ ; $z_A =$ $2,5$ ; Punkte r-Richtung = 10; Punkte y - Richtung = 15.....	45
Diagramm V-1: Wärmeverluste der „trockenen“ Seite .....	52
Diagramm V-2: Vergleich der Glättungsmethoden.....	54
Diagramm V-3: Lineare und polynomische Glättung.....	54
Diagramm V-4: Glättung der Messdaten vor dem Sprung.....	55
Diagramm V-5: Glättung der Messdaten nach dem Sprung.....	55
Diagramm V-6: Vergleich der Methoden mit Zusatzpunkten.....	56
Diagramm V-7: Einfluss der Lackbeschichtung auf die Temperaturverteilung.....	61
Diagramm V-8: Vergleich der Fehler bei der Berücksichtigung der Lackbeschichtung.....	61
Diagramm V-9: Einfluss der Dicke. Fehlerverteilung. $\bar{Y}_L = 0,0001$ ; $Bi_{sp,max} = 10$ ; $Bi_{tr} = 10$ ; $\lambda_L/\lambda_B = 0,1$ .....	62
Diagramm V-10: Einfluss der Wärmeleitung. Vergleich zwischen 1D- und 2D- Bestimmung der Temperatur der „feuchten“ Seite. $\bar{Y}_B = 0,2$ .....	63
Diagramm V-11: Temperaturverteilung in einem dünnen Blech. $\bar{Y}_B = 0,001$ .....	63
Diagramm V-12: Verteilung des relativen Fehlers und der örtlichen Biot - Zahl für $\bar{Y}_B = 0,2$ .....	64
Diagramm V-13: Verteilung des relativen Fehlers und der örtlichen Biot - Zahl für $\bar{Y}_B = 0,001$ .....	64
Diagramm V-14: Abhängigkeit des Fehlers von der $Bi_{sp,max}$ . $\bar{Y}_L = 0,0001$ ; $\bar{Y}_B =$ $0,001$ ; $Bi_{tr} = 0,1$ ; $\lambda_L/\lambda_B = 0,001$ .....	64
Diagramm V-15: Temperaturverteilung $Bi_{sp,max} = 0,1$ .....	65
Diagramm V-16: Temperaturverteilung $Bi_{sp,max} = 10$ .....	65
Diagramm V-17: Verteilung des relativen Fehlers und der örtlichen Biot - Zahl für $Bi_{sp,max} = 0,1$ .....	66
Diagramm V-18: Verteilung des relativen Fehlers und der örtlichen Biot - Zahl für $Bi_{sp,max} = 10$ .....	66
Diagramm V-19: Abhängigkeit des Fehlers von dem Verhältnisses $\lambda_L/\lambda_B$ . $\bar{Y}_B = 0,0001$ ; $Bi_{sp,max} = 0,1$ ; $\bar{Y}_B = 0,001$ ; $Bi_{tr} = 10$ .....	67
Diagramm V-20: Verteilung des relativen Fehlers und der örtlichen Biot - Zahl für $\lambda_L/\lambda_B = 0,001$ .....	67
Diagramm V-21: Verteilung des relativen Fehlers und der örtlichen Biot - Zahl für $\lambda_L/\lambda_B = 0,1$ . ( $Bi_{tr} = 10$ ) .....	67
Diagramm V-22: Temperaturverteilung $\lambda_L/\lambda_B = 0,001$ .....	68
Diagramm V-23: Temperaturverteilung $\lambda_L/\lambda_B = 0,1$ . ( $Bi_{tr} = 10$ ).....	68
Diagramm V-24: Abhängigkeit des Fehlers von $Bi_{tr}$ . $\bar{Y}_L = 0,0001$ ; $Bi_{sp,max} = 0,1$ ; $\bar{Y}_B$ $= 0,001$ ; $\lambda_L/\lambda_B = 0,1$ .....	69
Diagramm V-25: Temperaturverteilung $Bi_{tr} = 0,1$ .....	69
Diagramm V-26: Fehlerverteilung $Bi_{tr} = 0,1$ .....	69
Diagramm V-27: Temperaturabhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten .....	71
Diagramm V-28: Temperatur- und Ortsabhängigkeit des WÜK.....	72
Diagramm V-29: Relativer Fehler der WÜK-Bestimmung mit FSM, VAM und VAM mit WL für ein Inconel-Blech .....	75

Diagramm V-30: WÜK, bestimmt mittels FSM mit 2D Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 2D), mittels Gl. (II.14) (VAM) und mit Korrekturterm (II.15) (VAM mit WL) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK. Material Inconel .....	76
Diagramm V-31: Temperaturverteilung über der Dicke (y-Richtung) beim Erreichen des Leidenfrost-Punktes. Material Inconel.....	77
Diagramm V-32: Temperaturverteilung über der Dicke beim Erreichen des „burn-out“-Punktes. Material Inconel.....	77
Diagramm V-33: Verteilung des größten Fehlers des WÜK in negativer (Minimum) und positiver (Maximum) Richtung der Skala über dem Radius. Material Inconel.....	78
Diagramm V-34: Relativer Fehler der WÜK-Bestimmung mit FSM, VAM und VAM mit WL für Kupfer.....	78
Diagramm V-35: WÜK bestimmt mittels FSM mit 2D Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 2D), mittels Gl. (II.14) (VAM) und mittels Gl.(II.14) mit dem Korrekturterm (II.15) (VAM mit WL) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK . Kupfer-Blech.....	79
Diagramm V-36: Temperaturverteilung über der Dicke für 10 µm Lackbeschichtung. Kupfer .....	80
Diagramm V-37: Temperaturverteilung über der Dicke für 30 µm Lackbeschichtung. Kupfer .....	80
Diagramm V-38 Verteilung des Fehlers in negativer (Minimum) und positiver (Maximum) Richtung der Skala, über dem Radius. Kupfer-Blech.....	81
Diagramm V-39: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK bei $r = 0,00075$ m. und $r = 0,02925$ m. Material des Versuchsbleches Inconel; $\Delta h=0,0004$ s; Blechdicke 0,3 mm. ....	82
Diagramm V-40: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK bei $r = 0,00075$ m. und $r = 0,02925$ m. Material des Versuchsbleches Inconel; $\Delta h=0,0004$ s; Blechdicke 1 mm .....	83
Diagramm V-41: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK bei $r = 0,00075$ m. und $r = 0,02925$ m. Material des Versuchsbleches Inconel; $\Delta h=0,0004$ s; Blechdicke 3 mm .....	84
Diagramm V-42: Relativer Fehler der WÜK -Bestimmung mittels VAM, VAM mit WL und FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten. Material des Bleches - Inconel, $\Delta h=0,0004$ s .....	85
Diagramm V-43: Wanderung der Temperaturfront bei der Abkühlung eines Inconel-Blechtes mit unterschiedlichen Dicken. Temperaturverteilung auf der „trockenen“ Seite .....	86
Diagramm V-44: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an $r = 0,00075$ m. und $r = 0,02925$ m. Material des Versuchsbleches - Kupfer; $\Delta h=0,0004$ s; Blechdicke 0,3 mm .....	87
Diagramm V-45: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an $r = 0,00075$ m. und $r = 0,02925$ m. Material des Versuchsbleches - Kupfer; $\Delta h=0,0004$ s; Blechdicke 1 mm .....	88
Diagramm V-46: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an $r = 0,00075$ m und $r = 0,02925$ m. Material des Versuchsbleches Kupfer; $\Delta h=0,0004$ s; Blechdicke 3 mm .....	89
Diagramm V-47: Relativer Fehler der WÜK -Bestimmung mittels VAM, VAM mit WL und FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten. Material des Bleches Kupfer, $\Delta t=0,0004$ s.....	90
Diagramm V-48: Wanderung der Temperaturfront bei der Abkühlung eines Kupfer-Blechtes mit unterschiedlichen Dicken. Temperaturverteilung auf der „trockenen“ Seite .....	91
Diagramm V-49: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen	

WÜK an $r = 0,00075$ m und $r = 0,02925$ m. Material des Versuchsbleches Inconel, $\Delta h=0,03$ s; Blechdicke 1 mm.....	93
Diagramm V-50: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an $r = 0,00075$ m und $r = 0,02925$ m. Material des Versuchsbleches Inconel, $\Delta h=0,03$ s; Blechdicke 3 mm.....	94
Diagramm V-51: Relativer Fehler der WÜK -Bestimmung mittels VAM, VAM mit WL und FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten. Material des Bleches Inconel, $\Delta h=0,03$ s. ....	95
Diagramm V-52: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an $r = 0,00075$ m und $r = 0,02925$ m. Material des Versuchsbleches Kupfer; $\Delta h=0,03$ s; Blechdicke 1 mm.....	96
Diagramm V-53: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 1D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 1D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an $r = 0,00075$ m und $r = 0,02925$ m. Material des Versuchsbleches Kupfer; $\Delta h=0,03$ s. Blechdicke 3 mm.....	97
Diagramm V-54: Relativer Fehler der WÜK -Bestimmung mittels VAM, VAM mit WL und FSM mit 1D Sensitivitätskoeffizienten. Material des Bleches Kupfer, $\Delta h=0,03$ s.....	98
Diagramm V-55: WÜK bestimmt mittels VAM, VAM mit WL und mittels FSM mit 2D-Sensitivitätskoeffizienten (FSM mit Z 2D) im Vergleich mit dem vorgegebenen WÜK an $r = 0,00075$ m und $r = 0,02925$ m. Material des Versuchsbleches - Inconel, $\Delta h=0,0004$ s.....	99
Diagramm V-56: Relativer Fehler der WÜK -Bestimmung mittels VAM, VAM mit WL und FSM mit 1D- und 2D-Sensitivitätskoeffizienten. Material des Bleches - Inconel, $\Delta h=0,0004$ s.....	100
Diagramm V-57: Einfluss der Wärmequelle auf die Temperaturgradienten über dem Radius.....	101
Diagramm VIII-1: Netzunabhängigkeit.....	108
Diagramm IX-1: Verteilung der Biot - Zahl über dem Radius.....	109
Diagramm IX-2: Temperaturfeld. Verteilung der Fehler der 1D-Auswertung.....	109
Diagramm X-1: Verteilung des WÜK in Abhängigkeit von der Temperatur und dem Radius. Vorgabewerte für die direkte Simulation.....	110
Diagramm X-2: Verteilung des WÜK bestimmt mittels VAM.....	111
Diagramm X-3: Verteilung des WÜK bestimmt mittels VAM mit WL.....	112
Diagramm X-4: Verteilung des WÜK bestimmt mittels FSM mit Z 1D.....	113
Diagramm X-5: Verteilung des WÜK bestimmt mittels VAM.....	114
Diagramm X-6: Verteilung des WÜK bestimmt mittels VAM mit WL.....	115
Diagramm X-7: Verteilung des WÜK bestimmt mittels FSM mit Z 1D.....	116
Diagramm X-8: Verteilung des WÜK bestimmt mittels VAM. ....	117
Diagramm X-9: Verteilung des WÜK bestimmt mittels VAM mit WL.....	118
Diagramm X-10: Verteilung des WÜK bestimmt mittels FSM mit Z 1D.....	119
Diagramm XI-1: Temperaturverteilung im Blech während der Fortbewegung der Temperaturfront. Blechdicke=0 entspricht der „trockenen“, kamerazugewandten Blechseite und Blechdicke=0,003 m entspricht der „feuchten“, Sprühstrahlseite des Bleches. ....	126
Diagramm XIII-1: Sensitivitätskoeffizienten an der Messstelle $r=0,01575$ m in Abhängigkeit vom Radius und von der Zeit.....	129

## Literaturverzeichnis

1. Baehr, H.D., Stephan, K.: Wärme- und Stoffübertragung. Berlin, Springer-Verlag, 1994
2. Walther, R.: Experimentelle Bestimmung von Wärmeübergangskoeffizienten für die Sprühkühlung heißer Oberflächen. Diplomarbeit, Universität Magdeburg, 1999
3. Walther, R.: Infrarotthermographische Untersuchung des Wärmeübergangs bei der Sprühkühlung. Kleine Studienarbeit, Universität Magdeburg, 1998
4. Puschmann, F.: Experimentelle Untersuchung der Spraykühlung zur Qualitätsverbesserung durch definierte Einstellungen des Wärmeübergangs. Doktorarbeit, Universität Magdeburg, 2003
5. Hoffman, B.: Mathematik inverser Probleme. Leipzig, B.G. Teubner Stuttgart, 1999
6. J. Beck, B. Blackwell: Inverse heat conduction. Wiley- Interscience Publication, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 1985
7. M. Raynaud; J. Bransier, A new finite-difference method for the nonlinear inverse heat conduction problem. Numer. Heat Tr. B-Fund. 9(1986) 27-41.
8. Hans Dieter Baehr, Karl Stephan: Wärme- und Stoffübertragung. Springer- Verlag 1994.
9. Bernd Hoffman: Mathematik inverser Probleme. B. G. Teubner Stuttgart, Leipzig ; 1999 .
10. M. Raudensky: Heat Transfer Coefficient Estimation by Inverse Conduction Algorithm. Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow vol 3, (1993), pp.257-266.
11. K. Kurpisz, A. J. Nowak: Inverse Thermal Problems. Computational Mechanics Publications, Southampton, UK and Boston, USA, 1995.
12. F. Häfner, D. Sames, Hans-Dieter Voigt: Wärme- und Stofftransport. Mathematische Methoden, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong, Barcelona, Budapest, 1992
13. Lenart Raade; Bertil Westergren: Springers mathematische Formeln. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg 1996.
14. Rudi Marek, Werner Götz: Numerische Lösung partiellen Differentialgleichungen mit finiten Differenzen. Moren-Verlag, Kassel, 1995.
15. Oleg M. Alifanov: Inverse Heat Transfer Problems. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong, Barcelona, Budapest.
16. Matthias Engler: Wärmeübergang bei Sprühkühlung. Große Studienarbeit, 1998.
17. Ruey-Hung Chen, Louis C. Chow, Jose E. Navedo: Effects of spray characteristics on critical heat flux in sub cooled water spray cooling. International Journal of Heat and Mass Transfer 45 (2002) 4033–4043.
18. M. Pasandideh - Fard, S. D. Aziz, S. Chandra, J. Mostaghimi: Cooling effectiveness of a water drop impinging on a hot surface. International Journal of Heat and Fluid Flow 22 (2001) 201–210.
19. Xiufang Gao, Bengt Sundén: Experimental investigation of the heat transfer characteristics of confined impinging slot jets. Experimental Heat Transfer, 16:1–18, 2003.
20. Srinivasan C. Rasipuram, Karim J. Nasr: A numerically-based parametric study of heat transfer off an inclined surface subject to impinging airflow. International Journal of Heat and Mass Transfer 47 (2004) 4967–4977.
21. J.H. Kim, S.M. You, Stephen U.S. Choi: Evaporative spray cooling of plain and microporous coated surfaces. International Journal of Heat and Mass Transfer 47 (2004) 3307–3315.
22. P. Tartarini, G. Lorenzini, M. R. Randi: Experimental study of water droplet boiling on hot, non-porous surfaces. Heat and Mass Transfer 34 (1999) 437-447.
23. Lester Ortiz, Jorge E. Gonzalez: Experiments on steady – state high heat fluxes using spray cooling. Experimental Heat Transfer, 12:215- 233, 1999.
24. E. Cabrera and J. E. Gonzalez: Heat flux correlation for spray cooling in the nucleate boiling regime. Experimental Heat Transfer, 16:19–44, 2003.
25. Lanchao Lin, Rengasamy Ponnappan: Heat transfer characteristics of spray cooling in a closed loop. International Journal of Heat and Mass Transfer 46 (2003) 3737–3746.
26. M. Can and A. B. Etemoglu: Investigation into methods of enhancing heat transfer under impinging air jets. Experimental Heat Transfer, 16:171–190, 2003.
27. Shigefumi Nishio, Yeung-Chan Kim: Heat transfer of dilute spray impinging on hot surface (simple model focusing on rebound motion and sensible heat of droplets). International Journal of Heat and Mass Transfer 41 (1998) 4113-4119.
28. Michele Ciofalo, Ivan Di Piazza, Valerio Brucato: Investigation of the cooling of hot walls by liquid water sprays. International Journal of Heat and Mass Transfer 42 (1999) 1157-1175.
29. H. Robidou, H. Auracher, P. Gardin, M. Lebouche, L. Bogdanic: Local heat transfer from a hot plate to a water jet. Heat and Mass Transfer 39 (2003) 861–867
30. M. S. A. Oliveira, A. C. M. Sousa: Neural network analysis of experimental data for air/water sprays cooling. Journal of Materials Processing Technology 113 (2001) 439-445.
31. I.L. Pioro, W. Rohsenow, S.S. Doerffer: Nucleate pool-boiling heat transfer. I: review of parametric effects of boiling surface. International Journal of Heat and Mass Transfer 47 (2004) 5033–5044.

32. W. M. Healy, J. G. Hartley, S. I. Abdel-Khalik: On the validity of the adiabatic spreading assumption in droplet impact cooling. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 44 (2001) 3869–3881.
33. Ruey-Hung Chen, Louis C. Chow, Jose E. Navedo: Optimal spray characteristics in water spray cooling. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004) 5095–5099.
34. Walter Wagner: Wärmeübertragung. Vogel Buchverlag, 1991.
35. Ulrich Reiners: Wärmeübertragung durch Spritzwasserkühlung heißer Oberflächen im Bereich der stabilen Filmverdampfung. Dissertation, 1987.
36. P. J. Schneider: Conduction Heat Transfer. Addison – Wesley Publishing Company, 1974.
37. Lenart Raade, Bertil Westergren: Springers mathematische Formeln. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg 1996.
38. VDI – Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen: VDI – Wärmetlas. Springer-Verlag 2002
39. James Beck, Kenneth Arnold: Parameter estimation in engineering and science. Wiley- Interscience Publication, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 1977
40. Special Metals Corporation: Physical Constants and Thermal Properties. Copyright Special Metals Corporation 2004 (Sept 04), Publication Number SMC - 027.
41. High Temp Metals, Inc, Webseite.
42. Reiner Hohl: Mechanismen des Wärmeübergangs beim stationären und transienten Behältersieden im gesamten Bereich der Siedekennlinie. VDI - Verlag GmbH Düsseldorf, 1999.
43. M. A. Michejew: Grundlagen der Wärmeübertragung. VEB Verlag Technik Berlin, 1962.
44. Max Jakob: Heat Transfer. John Wiley & Sons, 1958.
45. M. Necati Özisik, Helcio R. B. Orlande: Inverse heat transfer. Taylor & Francis, New York, 2000
46. Masanori Monde, Hirofumi Arima, Yuhichi Mitsutake: Analytical method in inverse heat transfer problem using Laplace transform techniques. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Bd. 43 (2000), 3965-3976.
47. Dinh Nho Hao: Inverse heat conduction problems. Dissertation, Berlin, 1991.
48. Y. V. Kudryavtsev: Unsteady state heat transfer. London Iliffe Books LTD, 1966.
49. Najem Mohammad Al-Najem: Analytic solutions of inverse conduction problems. Dissertation, North Carolina State University at Raleigh, 1984.
50. O. R. Burggraf: An exact solution of the inverse Problem in heat conduction Theory and Applications. *Journal of heat transfer*, Bd. 86, pp. 373-382, 1964.
51. Masanori Monde, Hirofumi Arima, Wei Liu, Yuhichi Mitutake, Jaffar A. Hammad: An analytical solution for two-dimensional inverse heat conduction problems using Laplace transform. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46 (2003) 2135–2148.
52. Masanori Monde: Analytical method in inverse heat transfer problem using Laplace transform technique. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 43 (2000) 3965±3975
53. I. Dul'kin, G. Garas'ko: Analytical solutions of 1-D heat conduction problem for a single fin with temperature dependent heat transfer coefficient – I. Closed-form inverse solution. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45 (2002) 1895–1903.
54. A. Behbahani-nia, F. Kowsary: A dual reciprocity BE-based sequential function specification solution method for inverse heat conduction problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004) 1247–1255
55. Shih-Ming Lin, Cha'o-Kuang Chen, Yue-Tzu Yang: A modified sequential approach for solving inverse heat conduction problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004) 2669–2680
56. Somchart Chantasirivan: An algorithm for solving multidimensional inverse heat conduction problem. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 44 (2001) 3823–3832.
57. Christophe Le Niliot, Paulin Gallet: Infrared thermography applied to the resolution of inverse heat conduction problems: recovery of heat line sources and boundary conditions. *Revue Generale de Thermique* 37 (1998) 629-643.
58. J. Krejsa, K. A. Woodbury, J. D. Ratliff, M. Raudensky: Assessment of strategies and potential for neural networks in the inverse heat conduction problem. *Inverse Problems in Engineering*, 1999, Vol. 7, pp. 197-213.
59. P. Jonas, A. K. Louis: Approximate inverse for a one-dimensional inverse heat conduction problem. *Inverse Problems* 16 (2000) 175-185.
60. Piotr Duda, Jan Taler: Numerical method for the solution of non-linear two-dimensional inverse heat conduction problem using unstructured meshes. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2000; 48:881-889.
61. Nehad Al-Khalidy: A general space marching algorithm for the solution of two-dimensional boundary inverse heat conduction problem. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 34:339-360, 1998.
62. A. Behbahani-nia, F. Kowsary: A direct transformation matrices method for solution of inverse heat conduction problems. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 46: 371-386, 2004.

63. W. Marquardt, H. Auracher: An observer-based solution of inverse heat conduction problems. *Int. J. Heat and Mass Transfer*. Vol. 33, No. 7, pp. 1545-1562, 1990.
64. Remi Loubat, Philippe Reulet, Bruno Estebe, Pierre Millan: Heat flux characterisation in hot jet and flame/wall interaction by IHCP resolution coupled with infrared measurements. *QIRT Journal*. Volume 1 - N° 2/2004, pages 205 to 228.
65. J. Blum, W. Marquardt: Robust and efficient solution of the inverse heat conduction problem using observers. *Advanced Concepts and Techniques in Thermal Modelling*. Proc. Eurotherm Seminar 53, Mons, 8-10.10.1997, 175-182.
66. H. K. Kim, S. I. Oh: Evaluation of heat transfer coefficient during heat treatment by inverse analysis. *Journal of Materials Processing Technology* 112 (2001) 157-165.
67. L. Hozejowski, S. Hozejowska, M. Sokala: Stability of solutions for some inverse heat conduction problems by heat functions method. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, Bd. 81 (2001), 3, S. S499.
68. C-C Wang, C-K Cheng: Three - dimensional inverse heat transfer analysis during the grinding process. *J Mechanical Engineering Science* Vol 216 Part C.
69. B. Kruk, M. Sokala, Sensitivity coefficients applied to two-dimensional transient inverse heat conduction problems. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik Supplement* 3, pp. 945-946.
70. M. Raudensky, J. Horsky, J. Krejsa: Usage of neural network for coupled parameter and function specification of inverse heat conduction problem. *HTD-Vol. 312 1995 National Heat Transfer Conference - Volume 10*.
71. L. Bending, M. Raudensky, J. Horsky: Spray parameters and heat transfer coefficients of spray nozzles for continuous casting. *Steelmaking Conference Proceedings*. Vol. 78; 1995. pp. 391-398. 1995.
72. G. Karami, M. R. Hematiyan: A boundary element method of inverse non-linear heat conduction analysis with point heat sources. *Commun Numer. Meth. Engng*. 2000; 16:191-203.
73. R. S. Banim, M.J. Tierney, P. N. Brett: The estimation of fluid temperatures through an inverse heat conduction technique. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 37:465-476, 2000.
74. R. Abou Khachfe, J. Jarny: Numerical solution of 2-D nonlinear inverse heat conduction problems using finite-element techniques. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 37:45-67, 2000.
75. Pan-Chio Tuan, Ming-Ching Ju: The validation of the robust input estimation approach to two-dimensional inverse heat conduction problems. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 37:247-265, 2000.
76. C. Le Niliot: Inverse problems in heat diffusion: fluxes and sources identification. 3<sup>rd</sup> European thermal sciences conference 2000.
77. F. Alhama, A. Campo, C. G. Fernandez: Determination of the average convection coefficients in forced flows normal to solid cylinders via an inverse heat conduction problem and the network simulation method. 3<sup>rd</sup> European thermal sciences conference 2000.
78. S. A. Kovalev: On methods of studying heat transfer in transition boiling. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 11 pp. 279-283. 1968.
79. Nehad Al-Khalidy, J. Skorek: Optimal dynamic filtration approach for inverse heat conduction problems with moving body. *Inverse problems in engineering*. Bd. 4 (1997), 3, S. 209-230.
80. M. J. Cialkowski: Ein Iterationsverfahren zur Lösung des inversen Problems für die stationäre zweidimensionale Wärmeleitgleichung. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*. Bd. 76 (1996), 5, S. 105-106.
81. Cialkowski, G. Buchheim: Calculating the heat transfer coefficient by solving the inverse heat conduction problem. *VDI Berichte* 1186, 1995.
82. M. Cialkowski, G. Buchheim: Inverse Berechnung der instationären Wärmeübergangskoeffizienten auf den Oberflächen von Platten, Zylindern und Kugeln aus gemessenen, inneren Körpertemperaturen. *Tu Dresden, Institut für Energiemaschinen und Maschinenlabor, Bericht Nr. I 36-95*.
83. R. C. Mehta, T. Jayachandran: Determination of heat transfer coefficient using transient temperature response chart. *Wärme- und Stoffübertragung* 26, 1-5 (1990).
84. J. Blum, W. Marquardt: An optimal solution to inverse heat conduction problems based on frequency-domain interpretation and observers. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 32:453-478, 1997.
85. J. Xu, T. Chen: A nonlinear solution of inverse heat conduction problem for obtaining the inner heat transfer coefficient. *Heat Transfer Engineering*, vol. 19 no. 2 1998.
86. H. Carslaw, J. Jaeger: *Conduction of heat in solids*. Clarendon Press, Oxford, 1997.
87. J. Blum: Modellgestützte experimentelle Analyse des Wärmeübergangs beim transienten Sieden. *VDI Fortschritt-Berichte, Reihe 3, Nr. 557*, 1998.
88. A. Tikhonov, A. Leonov, A. Yagola: *Nonlinear ill-posed problems*. Vol 1 and 2, Chapman and Hall, 1998.
89. A. Tikhonov, A. Goncharsky, V. Stepanov, A. Yagola: *Numerical Methods for the solution of ill-posed Problems*. Kluwer Academic Publishers, 1995.
90. F. Brentsson: *Numerical methods for inverse heat conduction problems*. Linköping Studies in Science and Technology. Dissertations. No. 723. 2001.
91. H.-J. Reinhardt: A numerical method for the solution of two-dimensional inverse heat conduction problems. *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 32, 363-383 (1991).

92. N. M. Al-Najem, A. M. Osman, M. M. El-Refaee, K. M. Khanafer: Two dimensional steady-state inverse heat conduction problems. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 25. No. 4, pp. 541-550, 1998.
93. Ching-yu Yang: Estimation of boundary conditions in nonlinear inverse heat conduction problems. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 17, No. 3, July-September 2003.
94. M. H. Hojjati, S. A. Lukaszewicz: Application of the adaptive matrix filter to inverse heat conduction problems. *Journal of Thermal Stresses*, 26: 1171–1184, 2003.
95. G. R. Warrier, L. C. Witte: On the application of the hyperbolic heat equation in transient heat flux estimation during flow film boiling. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 35:343 - 359, 1999.
96. S. K. Kim, I. M. Daniel: Solution to inverse heat conduction problem in nanoscale using sequential method. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 44: 439–456, 2003.
97. N. M. Al-Najem: Whole time domain solution of inverse heat conduction problem in multi-layer media. *Heat and Mass Transfer* 33 (1997) 233-240, Springer-Verlag 1997.
98. Y. C. Hon, T. Wei: A fundamental solution method for inverse heat conduction problem. *Engineering Analysis with Boundary Elements* 28 (2004) 489–495.
99. Cheng-Hung Huang, Shao-Pei Wang: A three-dimensional inverse heat conduction problem in estimating surface heat flux by conjugate gradient method. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42 (1999) 3387-3403.
100. Cheng-Hung Huang, Sheng-Chieh Chin: A two-dimensional inverse problem in imaging the thermal conductivity of a non-homogeneous medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 43 (2000) 4061-4071.
101. C.-H. Huang, C.-C. Tsai: An inverse heat conduction problem of estimating boundary fluxes in an irregular domain with conjugate gradient method. *Heat and Mass Transfer* 34 (1998) 47-54; Springer-Verlag 1998.
102. R. Khachfe, Y. Jarny: Determination of heat sources and heat transfer coefficient for two-dimensional heat flow - numerical and experimental study. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 44 (2001) 1309-1322.
103. T. Loulou, E. P. Scott: Estimation of 3-Dimensional heat flux from surface temperature measurements using an iterative regularization method. *Heat and Mass Transfer* 39 (2003) 435–443
104. S. Groß , M. Soemers, A. Mhamdi, F. Sibai, A. Reusken, W. Marquardt, U. Renz: Identification of boundary heat fluxes in a falling film experiment using high resolution temperature measurements. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (2005) 5549–5562.
105. J. Su, G. F. Hewitt: Inverse heat conduction problem of estimating time varying heat transfer coefficient. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 45: 777–789, 2004
106. M. Zeitz: Nichtlineare Beobachter für chemische Reaktoren. VDI - Verlag, 1977.
107. Ch. Weber: Analysis and solution of the ill-posed inverse heat conduction problem. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 24, 1783-1792 (1981).
108. N. D'Souza: Inverse heat conduction problem for prediction of surface temperatures and heat transfer from interior temperature measurements, Report No. SRC-R-74, Space Research Corporation, Montreal December 1973.
109. N. D'Souza: Numerical Solution of One-Dimensional Inverse Transient Heat Conduction by Finite Difference Method, ASME Paper No. 75-WA/HT-81, presented at Winter Annual Meeting, Houston, TX, Nov. 30-Dec. 4, 1975.
110. O. Alifanov: Numerical Solution of a Non Linear Reverse Problem of Heat Conduction. *J. Eng. Phys. (USSR)*, vol. 25, No. 2, pp. 1070-1076, 1975.
111. R. Hills, C. Hensel: One-Dimensional Nonlinear Inverse Heat Conduction Technique. *Number. Heat Transfer*, 10, 369-393 (1986).
112. J. Taler, P. Duda: A space marching method for multidimensional transient inverse heat conduction problems. *Heat and Mass Transfer* 34 (1999) 349-356, Springer-Verlag 1999
113. J. Taler, P. Duda: Experimental verification of space marching methods for solving inverse heat conduction problems. *Heat and Mass Transfer* 36 (2000) 325-331, Springer-Verlag 2000.
114. J. Taler, W. Zima: Solution of inverse heat conduction problems using control volume approach. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42 (1999) 1123-1140.
115. P. Duda: Solution of multidimensional inverse heat conduction problem. *Heat and Mass Transfer* 40 (2003) 115–122.
116. J. Taler, P. Duda: Solution of non-linear inverse heat conduction problems using the method of lines. *Heat and Mass Transfer* 37 (2001) 147-155, Springer-Verlag 2001.
117. Han-Taw Chen, Shen-Yih Lin, Lih-Chuan Fang: Estimation of surface temperature in two-dimensional inverse heat conduction problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 44 (2001) 1455-1463.
118. Han-Taw Chen, Shen-Yih Lin, Hung-Ru Wang, Lih-Chuan Fang: Estimation of two-sided boundary conditions for two-dimensional inverse heat conduction problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45 (2002) 15-23.
119. S. K. Kim, W. I. Lee: Solution of inverse heat conduction problems using maximum entropy method. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45 (2002) 381-391.

120. J. Taler: A semi-numerical method for solving inverse heat conduction problems. *Heat and Mass Transfer* 31 (1996) 105-111, Springer-Verlag 1996.
121. M. Tadi: Inverse evaluation of emissivity function. *Heat and Mass Transfer* 40 (2003) 15-23.
122. Ch. Anderson, K. Tamma: An overview of advances in heat conduction models and approaches for prediction of thermal conductivity in thin dielectric films. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* Vol. 14 No. 1, 2004, pp. 12-65.
123. S. Srinivasan, R. Miller, E. Marotta: Nanoscale Heat Conduction across Metal-Dielectric Interfaces. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 46: 31-58, 2004
124. Y. Staate: Wärmeübergang beim Strömungssieden im Minikanal. *Fortschritt-Berichte VDI*. Dissertation 2005.
125. R. Jeschar, R. Alt, E. Specht: *Grundlagen der Wärmeübertragung*. Viola-Jeschar-Verlag 1990.
126. J. Schmidt, H. Boye: Influence of velocity and size of the droplets on the heat transfer in spray cooling. *Chemical engineering & technology*. - Weinheim: Wiley-VCH, Bd. 24 (2001), 3, S. 255-260.
127. M. Nacheva; T. Todorov; D. Dontchev; J. Schmidt: Experimental and theoretical Investigation of Spray cooling Heat Transfer on Macro and Micro level. *International Symposium on Heat and Mass Transfer in Spray Systems*, Antalya, Turkey 2005.
128. Jacques Hadamard (1902): Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton University Bulletin*, 49--52.

## Lebenslauf

### PERSÖNLICHE DATEN

Namen Dimitar Todorov Dontchev  
Geburtsdatum/ -ort 17.04.1973, Sofia (Bulgarien)

### AUSBILDUNG

09.1980 - 06.1986 Grundschule, Sofia  
09.1986 - 06.1991 Gymnasium (Abschluss mit Abitur), Sofia  
09.1991 - 03.1993 Wehrdienst  
09.1993 - 12.1998 Studium an der Universität für Chemische Technologie und Metallurgie, Sofia, in der Fachrichtung Verfahrenstechnik  
01.2000 - 02.2002 Kollegiat des Graduiertenkollegs an der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

### BERUFSTÄTIGKEIT

08.1999 - 11.1999 Projektingenieur „Chimcomplex - Engineering“ - Sofia  
03.2002 - 09.2006 Wiss. Mitarbeiter am Institut für Strömungstechnik und Thermodynamik an der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Magdeburg, den 4. Januar 2007