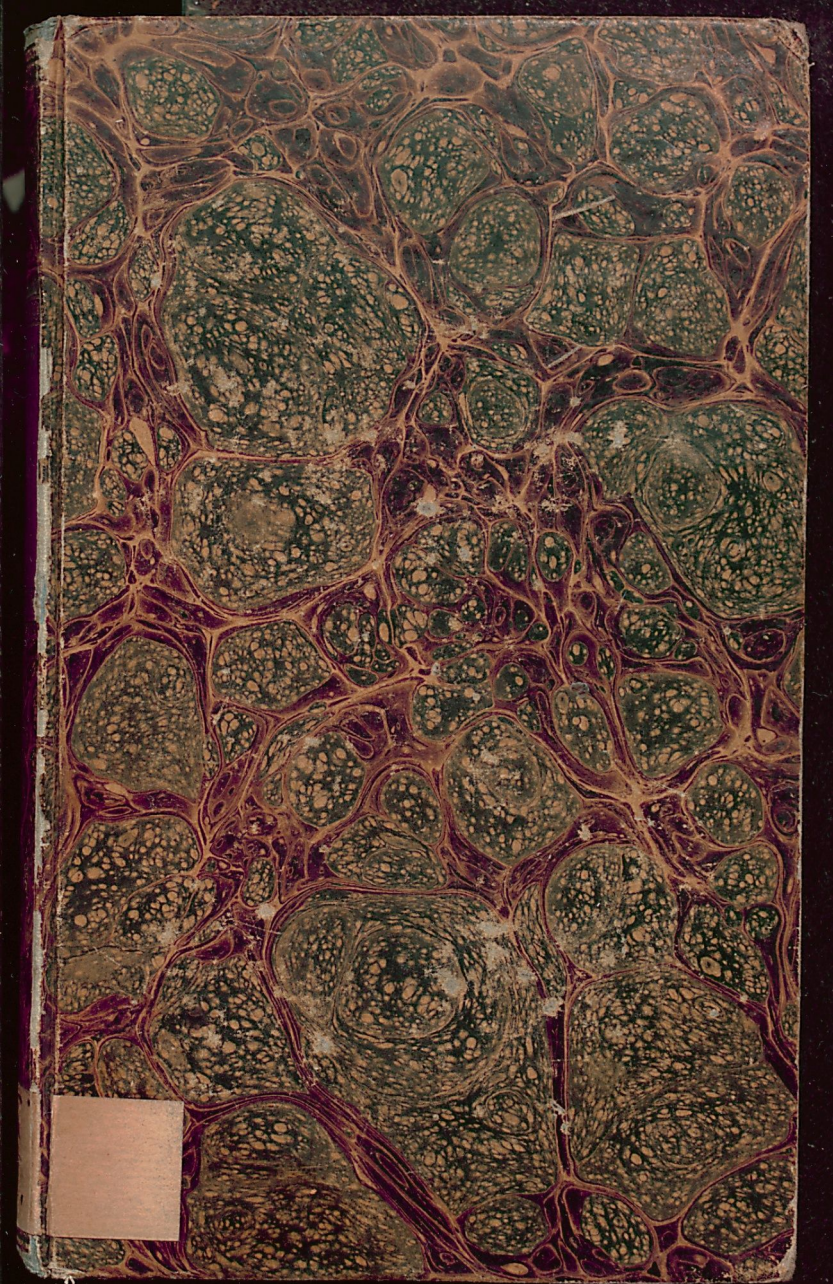




Or 76

P

9

S a s s l i c h e
A n w e i s u n g
zum
gründlichen
K o p f - u n d Z i f f e r r e c h n e n .

N a c h
bewährten Grundsätzen
und in methodischer Stufenfolge
für
Schullehrer-Bildungsanstalten, Gymnasien,
Bürger- und Volksschulen
bearbeitet

von
C h r i s t i a n G o t t l i e b S c h o l z ,
Rector in Reife.

Mit einem Vorwort
von
D r . W i l h e l m H a r n i s c h ,
Director des Königl. Seminariums zu Weissenfels.

Zweiter Theil.
Dritte, neu bearbeitete Auflage.

H a l l e ,
E d u a r d A n t .
1832.



Cons.-Rath Radeckesche

Sammlung.

Inhaltsanzeige.

V. Stufe. Das Rechnen mit Zahlen von verschiedener Benennung oder mit ungleichbenannten Zahlen. Seite 1—21.

Einleitung und Uebersicht. Von den Münzen, Maaßen und Gewichten.

A. Münzen. S. 1 bis 9.

B. Maaße. — 9 — 16.

C. Gewichte. — 16 — 21.

A. Hauptübungen:

1. Hauptübung: Verwandlung der Größen einer Art, in Größen anderer Art. S. 21—54.

§. 130. Begriff von reinen und angewandten, gleich- und ungleichnamigen, gleich- und ungleichartigen, über- und untergeordneten Zahlgrößen.

II. Auflösen (Resolutio) größerer (übergeordneter) Münzen, Maaße und Gewichte in untergeordnete. Seite 24—34.

a) Ganzer Zahlen.

I. Mündlich. §. 131. Entwicklung des Verfahrens und Stufengang der Uebung.

II. Schriftlich. §. 132. Berechnung der Resolutionsaufgaben durch Ziffern.

b) der Brüche.

I. Mündlich. §. 133. Entwicklung des mündlichen Verfahrens und Stufengang der Uebung. §. 134. Noch einige angewandte Aufgaben zu den vorigen Paragraphen.

II. Schriftlich. §. 135. Verfahrens- und Darstellungsweise des Resolvirens in Ziffern.

B. Zurückführen (Reductio) untergeordneter Münzen, Maaße und Gewichte auf übergeordnete. S. 34—44.

I. Mündlich. §. 136. Entwicklung und Stufengang dieser Rechnung. §. 137. Weitere Anwendung.

II. Schriftlich. §. 138. Darstellungsweise in Ziffern.

C. Verwandlung gleichartiger, ungleichnamiger Münzen, Maße und Gewichte in einander. S. 44—54.

I. Mündlich. S. 139. Entwicklung dieser Rechnung und Stufengang der Uebung. S. 140. Einige vermischte Aufgaben.

II. Schriftlich. S. 141. Gesetz und Darstellungsweise durch Ziffern.

B. Nebenübungen. S. 54—65.

1. Nebenübung: Berechnung der Reduktions-Aufgaben durch den Kettenatz.

S. 142. Entwicklung des Kettenatzes.

Fortsetzung der Hauptübungen. S. 65—275.

2. Hauptübung: Zusammenzählen gleichartiger ungleichbenannter Größen. S. 65—75.

I. Mündlich. S. 143. Entwicklung des Verfahrens und Stufengang der Uebung.

II. Schriftlich. S. 144. Ansatz und Verfahrensweise beim schriftlichen Zusammenzählen.

3. Hauptübung: Abziehen gleichartiger ungleichbenannter Zahlen. S. 75—87.

I. Mündlich. S. 145. Entwicklung des Verfahrens und Darstellung des Stufenganges.

II. Schriftlich. S. 146. Ansatz und Verfahrensweise beim schriftlichen Abziehen.

4. Hauptübung: Zeitberechnung. S. 87—95.

I. Mündlich und II. Schriftlich. S. 147. Einige notwendige Vorkenntnisse zur Zeitberechnung. S. 148. Stufengang der Uebung.

5. Hauptübung: Vielfältigen ungleichbenannter Zahlen nebst ihrer Anwendung auf Preis-, Lohn-, Mieth- u. dergl. Berechnungen. S. 95—125.

I. Mündlich. S. 149. Stufengang der Uebung. S. 150. Anwendung des Vorigen. A. Waaren- und Preisberechnung. B. Berechnung anderer Gegenstände.

II. Schriftlich. S. 11. Stufengang der Uebung. A. In Form reiner Multiplikationsaufgaben. B. in Form der Anwendung.

6. Hauptübung: Theilen und Enthaltensein nebst der Anwendung auf Preis-, Lohn-, Mieth- und dergleichen Berechnungen. S. 126—157.

I. Mündlich.

A. Eigentliches Theilen. §. 152. Stufengang der Uebung.

B. Enthaltensein. §. 153. Stufengang d. Uebung. §. 154. Anwendung des Vorigen.

A. Waaren- und Preisberechnungen.

B. Berechnung anderer Gegenstände.

II. Schriftlich. §. 155. Stufengang der Uebung im schriftlichen Dividiren. a) Theilen. b) Enthaltensein. c) Anwendung. §. 156. Folgerung aus dem Ganzen dieser beiden Uebungen.

7. Hauptübung: Erweiterung der Multiplikation u. Division zur Dreisatz-Rechnung od. Regeldetri. S. 157—176.

I. Mündlich. §. 157. Entwicklung des Begriffs dieser Rechnung. §. 158. Stufengang der Uebung. §. 159. Andere Berechnung der Regeldetri-Aufgaben.

II. Schriftlich. §. 160. Darstellung und Berechnung der Regeldetri durch Ziffern.

8. Hauptübung: Das Multiplizieren und Dividiren dieser Stufe mit Brüchen nebst Anwendung auf die Regeldetri. S. 176—211.

A. Multiplizieren. S. 176—183.

I. Mündlich. §. 161. Stufengang für's Multiplizieren nebst der Anwendung.

II. Schriftlich. §. 162. Berechnung durch Ziffern.

B. Dividiren. S. 183—194.

I. Mündlich. §. 163. Stufengang für's Dividiren, nebst der Anwendung. a) In Form reiner Division. b) In Form der Anwendung.

II. Schriftlich. §. 164. Darstellung in Ziffern.

C. Regeldetri. S. 194—211.

I. Mündlich. §. 165. Stufengang der Regeldetri mit Brüchen.

II. Schriftlich. §. 166. Darstellungsweise durch Ziffern.

Fortsetzung der Nebenübungen. S. 211—229.

2. Nebenübung: Aufgaben aus der Regeldetri in verschiedenen Ausdrucksformen, und Berechnung einiger kaufmännischen Rechenaufgaben.

A. Regeldetri-Aufgaben in verschiedenen Ausdrucksformen. §. 167. Aufgaben verschiedener Art und in mancherlei Verknüpfungen.

B. Berechnungen einiger kaufmännischen Rechnungsaufgaben. §. 168. Erklärung einiger kaufmännischen Ausdrücke. §. 169. Tara-Berechnung u. s. w. §. 170. Berechnung des Gewinnes und Verlustes. §. 171. Zinstrechnung. §. 172. Tauschrechnung oder Stichrechnung.

A. Fortsetzung der Hauptübungen. S. 229 — 275.

9. Hauptübung: Raumberechnungen. S. 229 — 275.

A. Flächenberechnung. §. 173. Was Körper und Flächen sind. §. 174. Maße, deren man sich bei der Messung von Flächen bedient. §. 175. Auflösen und Zurückführen der Längen- und Breitenmaße. §. 176. Quadrate im eigentlichen Sinne. §. 177. Quadrat-Zahlen. §. 178. Erhebung des Bruchs ins Quadrat. §. 179. Anwendung des Vorhergehenden auf wirkliche Flächen. §. 180. Messung und Berechnung anderer rechtwinkliger Flächen. §. 181. Anwendung des vorigen Paragraphen auf wirkliche Flächen. §. 182. Aus dem gegebenen Flächen-Inhalt und einer Seite die andere Seite der Fläche zu berechnen.

B. Körperberechnung. §. 183. Der Würfel oder Kubus als allgemeines Körpermaß. §. 184. Berechnung kubischer Körper. §. 185. Kubik-Zahlen. §. 186. Einige angewandte Beispiele. §. 187. Messung und Berechnung anderer rechtwinkliger Körper. §. 188. Anwendung des Vorigen. §. 189. Aus zwei gegebenen Ausdehnungen und dem Körper-Inhalt die dritte Ausdehnung zu finden. §. 190. Einige Sätze aus der Raumlehre. §. 191. Berechnung des Kubik-Inhaltes solcher Körper, deren Breite und Dicke an beiden Enden nicht gleich ist.

Fünfte Stufe.

Das Rechnen mit Zahlen von verschiede-
ner Benennung oder mit ungleich-
benannten Zahlen.

Einleitung und Uebersicht.

Von den Münzen, Maassen und Ge-
wichten.

Die vorigen Stufen befaßten sich mehr mit der Unendlichkeit der reinen Zahlen; die nun folgenden führen ein in die endlichen, genau bestimmten und festgesetzten Zahlen des Lebens, und bezwecken die Geschicklichkeit und Brauchbarkeit in bürgerlichen Verhältnissen: d. h., die Zahl soll ausschließlich auf bestimmte Gegenstände, die man auch wohl Größen zu nennen pflegt, bezogen werden. Die Größen, oder jedes Ding, welches eine Ausdehnung hat und sich vermehren und vermindern läßt, können entweder gezählt, gemessen oder gewogen werden. Man zählt die Größen, insofern man ihre Menge angibt; man mißt sie, insofern dabei ihre Ausdehnung in Betracht genommen wird; und man wägt sie, insofern man den Druck bestimmt, den sie durch ihre Schwere auf andere Dinge äußern. Daher sind Zahl, Maß und Gewicht die drei Mittel, die Größen zu schätzen und zu bestimmen; denn es ist unmöglich, die Entfernung zweier Orte von einander durch das Gewicht, z. B. nach Pfunden, Zentnern u. s. w., und das Gewicht einer Wa-

Scholz Anweis. Th. II.

re nach Maassen, z. B. Scheffeln, Ellen u. s. w., anzugeben. Diejenigen Größen, auf welche die Zahl im gemeinen Leben am häufigsten bezogen wird, sind: Münzen, Maasse und Gewichte. Diese sind in Deutschland außerordentlich verschieden, indem sogar einzelne Orte in derselben Gegend darin von einander abweichen. Ein Thaler im Brandenburgischen und ein Thaler im Sächsischen oder in Hamburg sind nicht ganz einerlei; eine Elle hat fast an jedem Orte eine etwas andere Länge; u. s. w. Diese Verschiedenheit verursacht aber auch im Handel und Wandel mancherlei Beschwerden, erfordert ein starkes Gedächtniß, und führt sehr zusammengesetzte, ja, nicht selten schwierige Rechnungen herbei. Diese Schwierigkeiten treten vorzüglich dann ein, wenn Vergleichenungen über verschiedene Arten des Geldes, der Maasse und Gewichte angestellt werden müssen. Diesem Uebelstande könnte einigermassen begegnet werden, wenn bei den so verschiedenen Eintheilungsarten der Münzen, Maasse und Gewichte das Zehnersystem angenommen würde. Dieß ist aber noch nicht der Fall; auch wird es wohl nie dahin kommen. Im preussischen Staate jedoch ist neuerdings mehr Einheit und Uebereinstimmung in die beim öffentlichen Verkehr anzuwendenden Münzen, Maasse und Gewichte gebracht worden; und da diese Anweisung vorzugsweise für preussische Schulen bestimmt ist, so werden wir auch nur auf die in diesem Staate üblichen Größen Rücksicht nehmen, auswärtige Zahlungsarten aber hie und da anführen.

A. Münzen.

1. Münzen sind Metallstücke von einer gesetzlich verordneten Güte, Feinheit und bestimmtem Gewichte, welche zur Verbürgung ihres Werthes mit einem Gepräge oder Stempel (Wappen, Bild oder Namen) versehen sind, und als Geld im Handel und Wandel dienen, z. B.: Friedrichsd'or, Dukaten, Thaler u. s. w. Die Metalle, woraus die Münzen geprägt werden, sind Gold, Silber oder Kupfer; deßhalb unterscheidet man Gold-, Silber- und Kupfermünzen. Sie erhalten ihre Namen von den Ländern oder Fürsten, in oder von welchen sie geprägt worden sind, oder auch von den darauf befind-

lichen Wappen und andern Abzeichnungen. Daher die große Verschiedenheit der Münzen, als: dänische, englische, französische, spanische, preussische Münzen u. s. w., oder: Augustd'or, Louisd'or, Karlsd'or, Friedrichsd'or u. s. w.

Jede Münze hat einen äußerlichen und einen innerlichen Werth, nämlich: 1) das Gewicht und die äußere Tüchtigkeit (Schrot), und 2) den innern Gehalt oder die Feine (Korn). Hiernach muß jede Münze bei einem festgesetzten Zahlwerthe eine bestimmte Größe und ein bestimmtes Gewicht haben. Der äußern Einrichtung nach unterscheidet man an den Münzen: 1) die Vorder- oder Bildseite (Avers), 2) die Rehr- oder Rückseite (Revers), und 3) den Rand (Tranche).

2. Die Münzen werden in baare und in Rechnungsmünzen eingetheilt. Unter baaren Münzen sind solche Münzen zu verstehen, wovon wirkliche Stücke vorhanden sind, z. B.: Friedrichsd'or, Louisd'or u. s. w., oder alle unter dem Namen grobes Geld oder Kurant ausgeschlagene Geldstücke, z. B.: Thalerstücke. Die kleinsten Geldstücke heißen Speziegeld oder Scheidemünze, z. B.: Silbergroschen, Groschen u. s. w.; die größern Stücke nennt man Banko-Geld. *) Solche Münzsorten heißen Rechnungsmünzen, wovon Thaler die Hauptrechnungsmünze ist. Die andern kleinern Geldstücke, als: halbe Silbergroschen und Pfennigstücke, Zweigroschenstücke u. s. w., gehören auch zu den Rechnungsmünzen, werden aber nicht in amtlichen Rechnungen gebraucht, sondern dienen bloß zum Ausgleichen im Handel und Wandel. Ist eine Rechnungsmünze nicht als ein einzelnes ausgeprägtes Stück vorhanden, sondern nur der Rechnung wegen erdacht, wie z. B. die Gulden oder Flo-

*) Bank heißt eine öffentliche Anstalt, wo man baares Geld gegen mäßige Zinsen sicher unterbringen, oder gegen Unterpfand als Darlehn erhalten kann. (Wechselbank, Zettelbank, Umschreiber oder Anweisungsbank, Leihbank.) Es sind dazu in großen Handelsstädten ganze Gebäude bestimmt, Bank genannt. Bankrott = bankbrüchig heißt, unvermögend sein, seine Schulden zu bezahlen, besonders von Kaufleuten.

rene, schlesische Thaler, neue Schocke, Pfund Sterlinge u. s. w.; so nennt man das eine eingebil- derte oder erdachte Münze. Nicht selten hört man den Ausdruck Konvenzionsgeld. Man versteht darunter diejenigen Münzen, welche, nach einer seit 1750 von mehrern deutschen Reichsständen geschlossenen Ueberein- kunft, nach dem damals neuen Wiener Münzfuße (von 1748) ausgeprägt wurden, nemlich 10 Speziesthaler, oder $13\frac{1}{2}$ Rthlr., oder 20 Gulden aus der kölnischen Mark fei- nen Silbers. Daher der Name: Konvenzionsgeld — oder 20: Guldenfuß.

3. Jede höhere Geldsorte enthält mehrere vom Staate festgesetzte Stücke der niedern. Die Eintheilungsart der Rechnungsmünzen in höhere und niedere und das in jedem Lande angeordnete Verhältniß größerer Münzen zu den kleinern, und umgekehrt, heißt die Währung. Die Zahl selbst, welche angibt, wie viel Stücke der niedern Geldsorte zu einer höhern gehören, um dieser an Werth gleich zu sein, heißt die Währungszahl (Re- duktionszahl im weitern Sinne). So enthält z. B. ein Friedrichsd'or 5 Thaler, 1 Thaler wieder 30 Silber- groschen, u. s. w., die Zahl 5 und die Zahl 30 sind Wäh- rungszahlen (Reduktionszahlen).

Preussische Währungen sind:

a) Goldmünzen.

Es werden doppelte, ganze und halbe Frie- drichs- und Fr. Wilh. d'or geprägt; seltener werden Dukaten gemünzt.

Ein Doppel-Friedrichstück	= 10 Thlr.	} Kurant.
— gewöhnlicher Friedrichsd'or	= 5 —	
— halber Friedrichsd'or	= $2\frac{1}{2}$ —	
— Dukaten	= 3 —	

(35 Frd'or = 1 Mark, oder 288 Grän.)

Anmerk. Die Goldmünzen haben einen veränderlichen Geld- preis (Kurs), und gelten oft mehr, als hier angegeben. So wird jetzt ein Friedrichsd'or zu 5 Thaler 20 bis 25 Sil- bergroschen, ein Dukaten zu 3 Thaler 5 bis 8 Silbergro- schen Kurant gerechnet. Dieses Mehr heißt Aufgeld oder Agio.

b) Silber- und Kupfermünzen.

Hierher gehören das alte brandenburgische Kurant und die neue 1822 geprägte und eingeführte Scheidemünze vom Thaler bis zu den Kupferpfennigen.

Ein Thalerstück = 2 halbe Thalerstück, = 3 Achtgrotschenst., = 4 Sechsgrotschenst., = 6 Viergrotschenst., = 12 Zweigrotschenst., = 30 neue Silbergrotschen, $\frac{60}{2}$ Sgr. (Zweigrotschler), 90 Vierpfennigstück, 120 Dreipfennigstück, 180 Zweipfennigstück, 360 Pfennige Kupfermünze.

Ein Silbergrotschen = 2 neue halbe Sgr., = 3 Vierpfennigst., = 4 Dreipfennigst., = 6 Zweipf., = 12 Kupferpfennige (diese sollen $1\frac{1}{4}$ Loth wiegen).

Bemerk. Nach der Bestimmung der Königl. Preuß. Regierung sollen bei den Pfennigen als Bruchtheile unter $\frac{1}{2}$ weggelassen, $\frac{1}{2}$ voll und darüber aber als ein Ganzes angenommen werden.

Alte Scheidemünzen sind: Groschen, Sechser, Gröschel, Sgr. (Dütchen), Dreier, Kreuzer, Pfennige u. s. w.

In Schlesien gilt:

Ein Thaler = 30 alte Sgr. (Böhmen) oder 120 Gröschel, oder 360 Denare.

Ein Sgr. = 4 Gröschel oder 12 Denare, oder 3 Kreuzer.

Ein Gröschel = 3 Denare.

Der eigentliche schlesische Thaler gilt 24 Sgr., kommt aber im Rechnen wenig mehr vor.

Reduzirt sind $52\frac{1}{2}$ alte Silbergrotschen gleich 1 Thaler Kurant; eben so sind $157\frac{1}{2}$ Kreuzer oder 210 Gröschel gleich 1 Thlr. Kurant.

In Brandenburg, Pommern und Sachsen gilt:

Ein Thaler = 24 Groschen oder 288 Pfennige.

Ein Groschen = 12 Pfennige, 6 Pf. heißen ein Sechser, 3 Pf. ein Dreier.

Ein Gulden = 16 Groschen.

Reduzirt sind 42 Groschen, oder 504 Sechser, oder 288 Pfennige gleich 1 Thaler Kurant; 1 reduzierter Groschen = $6\frac{2}{3}$ alte brandenb. Pfennige.

In Preußen ist:

Ein Thaler = 3 Gulden, = 15 Sechser, = 30 Dütchen,
= 90 Groschen, = 270 Schillinge, = 1620 Pfenn.

Ein Gulden = 5 Sechser, = 10 Dütchen, = 30 Groschen, = 90 Schillinge, = 540 Pfennige.

Ein Sechser = 2 Dütchen, = 6 Groschen, = 18 Schill., = 108 Pfenn.

Ein Dütchen = 3 Gr., = 9 Schill., = 54 Pfenn.

Ein Groschen = 3 Schill., = 18 Pfenn.

Ein Schilling = 6 Pfenn.

Der polnische Gulden und Groschen sind halb so groß als die preußischen; also ein polnischer Gulden = $\frac{1}{2}$ Thlr., ein poln. Gr. = $\frac{1}{2}$ Schill. Der Danziger Gulden = $\frac{1}{2}$ Thlr.; also ein Danziger Groschen = 1 schles. Gröschel.

4. Einige fremde Münzsorten nebst ihrer Zusammenstellung mit dem preuß. Werthe.

I. Goldmünzen.

1 Augustd'or (sächsisch), Karlsd'or (braunschw.), Georgsd'or (hannoversch), und hessische und mecklenburgische Fünfthaler-Stücke (Pistole genannt) sind wenig oder gar nicht vom preuß. Friedrichsd'or (à 5 Thaler 15 bis 20 Silbergroschen) verschieden.

1 Dukaten (in Italien und in der Türkei Thlr. Sgr. pf. Zechinen genannt), vom feinsten Golde 3 5 —

1 dänischer Dukaten 2 15 —

1 Kremnitzer Dukaten $4\frac{1}{2}$ Gulden 3 5 —

1 doppelter Severin 9 — —

1 Adler (Eagle) zu 10 Dollars (Nordamerika) 13 15-20 —

1 Goldgulden, rheinischer, = 60 Kreuz. 2 — —

1 Markd'or von 2 Goldgulden (in Baiern) 4 12 6

1 Guinee (England) 6 15 —

1 Louisd'or (Schild-Louisd'or, Frankreich) 5 15 —

1 Imperial à 10 Rubel (Rußland) 11 20 —

II. Silbermünzen.

1) Sachsen: 1 Spezieshaler = $1\frac{1}{3}$ Thlr., = $1\frac{1}{4}$ Reichsgulden 1 10-12 —

	Thlr.	Ggr.	Pf.
1 meißnifcher Gulden (mßl.)	—	27	6
1 Thlr. = 24 Ggr., 1 Ggr. = 12 Pf.			
1 fl. preuß. = 15 Ggr. $2\frac{1}{2}$ Pf. fächf.			
1 fl. fächf.	—	21	—
1 Achtgroschenftück preuß. = 7 Ggr. $7\frac{1}{2}$ Pf. fächf.			
1 Achtgroschenftück fächf.	—	10	6
1 Viergroschenftück preuß. = 3 Ggr. $9\frac{1}{2}$ Pf. fächf.			
1 Viergroschenftück fächf.	—	5	3
1 Zweigroschenftück preuß. = 1 Ggr. $10\frac{1}{2}$ Pf. fächf.			
1 Zweigroschenftück fächf.	—	2	$7\frac{1}{2}$
1 Silbergroschen preuß. = $9\frac{1}{7}$ Pfenn. fächf.			
1 Ggr. fächf.	—	1	$3\frac{1}{4}$
1 Pfennig preuß. = $\frac{1}{24}$ Pfenn. fächf.			
1 Pfennig fächf.	—	—	$1\frac{1}{7}$
2) Königsberg und Memel.			
1 Thaler = 3 preuß. Gulden; 90 preuß. Groschen	1	—	—
1 preuß. Gulden	—	10	—
3) Braunschweig. 1 Thaler = $1\frac{1}{2}$ Reichsgulden, = 24 Ggr., = 36 Mariengroschen, = 96 Dreier; 1 Mariengr. = 8 Pf.			
1 Thaler	1	$1\frac{1}{2}$	—
4) Lübeck und Hamburg. 1 Tha- ler = 3 Mark = 48 Schillinge (fl.) 1 Mark = 16 Schillinge, 1 Schilling = 12 Pfenn.	1	7	6
5) Reichsgeld: 1 Reichsgulden	—	20	$9\frac{1}{2}$
1 Gulden 48 Kreuzer rheinifch	1	—	—
1 Ggr. preuß. = $4\frac{1}{2}$ Krz. rheinifch, 1 Ggr. preuß. = $3\frac{1}{2}$ Krz.			
6) Oefterreich. 1 Speziesthaler = $1\frac{1}{2}$ Thlr. oder 2 Reichsgulden = 16 Schillinge	1	12	—
1 Reichsgulden = 20 Kaiſergroschen. 1 Kaiſergroschen = 3 Kreuzer	—	1	$\frac{3}{4}$

	Thlr.	Ggr.	Pf.
1 Kreuzer	—	—	4 $\frac{1}{2}$
1 Zehnkreuzer	—	3	6
1 Zwanzigkreuzer	—	7	—
1 Thaler (in Wien)	1	1	6
1 Pf. preuß. = $\frac{2}{3}$ Pf. (in Wien).			
1 Ggr. preuß. = 2 Kreuz. $3\frac{1}{2}$ Pf. (in Wien).			
1 Thlr. preuß. = 28 Kaisergr., 1 Krz. $2\frac{1}{2}$ Pf. (in Wien).			
1 Kronenthaler = 2 Guld. 16 Kreuz. = 1 Thlr. 12 Ggr. (in Sachsen).			
7) Augsburg. 1 Thaler = $1\frac{1}{2}$ Reichsgulden, = $22\frac{1}{2}$ Baken, = 30 Kaisergr., = 90 Kreuz.			
8) Holländisch. 1 Gulden = 20 Stüver	—	16	3
1 Stüver = 16 Pfenn.	—	—	8
1 Thaler	1	13	9
1 Schilling, à 6 Stüver	—	5	1
1 Pfund Flämisch = 6 holländ. Gulden, = 20 Schillinge Flämisch.			
1 Schilling Flämisch = 12 Pfenn.			
9) England. 1 Pfund Sterling = 20 Schilling	6	15	—
1 Krone, à 5 fl. Sterling	1	19	—
1 Schilling, à 12 Pence Sterling	—	10	—
10) Schweden. 1 Speziesthlr., à 48 fl. = 72 Mark Kupfermünze.	1	15	11
1 Schilling Spez. = 12 Dehre in Kupfer.			
1 Dehrstück	—	—	4
11) Dänemark. 1 Speziesthlr., à 96 fl.	1	15	4
Sundische Spezies	1	14	—
1 fl.	—	—	7
12) Rußland. 1 Rubel (neuer)	1	1	3
1 alter Rubel	1	5	—
1 Rubel = 10 Griwen, = 100 Kopeken.			
1 Griwe = 10 Kopeken.			
1 Kopeke = 2 Denuschken	—	—	3

	Thlr.	Sgr.	Pf.
1 Albertsthaler in Kurland	1	14	—
= 90 Sgr. (Riga).			
13) Türkei. 1 Juspara, à 2½ Piaſter	—	27	6
1 Piaſter = 40 Paraſ, = 100 gute Aſ.			
per. 1 Paraſ = 4 Aſper. Der ge-			
wöhnliche Beutel wird zu 500 Piaſter			
oder Beutel Geld zu 30000 Piaſter			
gerechnet. 50 Aſper = 1 Spezieſ-			
thlr.			
14) Spanien. Real de Plata	—	4	3
Real de Vellon	—	2	1
Piaſter	1	13	—
15) Frankreich. Neue 5 Frankenſtücke	1	10	5
Doppelte Franken	—	15	11½
1 Frank	—	7	11
1 Laubthaler	1	15	—
1 Kronenthaler	1	20	—
16) Schweiz. 1 Thlr. in Baſel = 30			
Baſen	1	5	6
1 Flr. à 15 Baſen	—	17	9
1 Frank in Bern, à 10 Baſen	—	11	3
1 Zehn-Baſenſtück in Solothurn	—	11	5
17) Italien. 1 Scudi Rambio, à 5 Lire.			
Fuori Banco in Genua	1	4	—
Scudi à 7½ Lire in Lucca	1	14	9
Scudi à 6 Lire in Mantua	1	7	1
Lire in Modena	—	5	6
Scudi in Neapel	1	10	9
Scudi in Rom	1	14	—
Scudi in Sardinien	1	7	10
Scudi in Savoyen	1	27	—
Lire in Toſkana	—	6	11
18) Portugal. Krufados à 480 Rees	—	23	3

B. Maaf.

1. Unter Maaf verſteht man hier die bekannte und beſtimmte Größe, nach welcher eine andere unbekannte, noch unbeſtimmte, der Ausdehnung und Menge nach, die ſie hat oder haben ſoll, beſtimmt wird, ſowohl von Körper-

lichen Dingen, als auch von einer Zeit im Allgemeinen. So sind z. B. Ruthe, Klafter, Elle u. s. w. Maaße für die Ausdehnung nach einer Richtung; Hufe, Acker, Morgen u. s. w. Maaße für die Größe einer Fläche; Malter, Scheffel, Viertel u. s. w. Maaße für den körperlichen Inhalt; u. s. w. Hieraus folgt, daß die bekannte Größe, nach welcher die Ausdehnung und die Menge der Dinge u. s. w. im Allgemeinen bestimmt werden, nach dem beabsichtigten Zwecke und nach der Beschaffenheit der Dinge im Allgemeinen bestimmte Namen bekommt, als: Körper-, Längen-, Flächen- und Zeitmaasse. Die Maaße sind in den verschiedenen Gegenden eben so verschieden, als die Münzen.

2. Körpermaasse sind Hohlmaasse, entweder zur Messung trockener Früchte und Körner, oder zur Messung flüssiger Sachen, als: Wein, Bier u. s. w., bestimmt. Hieher gehören:

a) Die Getreidemaasse.

Sie bestehen in hölzernen Gefäßen, womit das Getreide, z. B. Weizen, Roggen, Hafer, Gerste, Hirse, Erbsen u. s. w., gemessen wird, und heißen:

Laß,	Wispel,	Malter,	Scheffel,	Viertel,	Mehren,	Mäßen.
1	=	3	=	6	=	72 = 288 = 1152 = 4608
	1	=	2	=	24	= 96 = 384 = 1536
		1	=	12	=	48 = 192 = 768
			1	=	4	= 16 = 64
				1	=	4 = 16
					1	= 4

Anmerk. Das Getreide wird in Säcke geschüttet; 1 Sack enthält in Schlessen $1\frac{1}{2}$ Scheffel. Nach der neuesten Maaßbestimmung soll in den preussischen Landen der Berliner Scheffel 3072 preuß. Kubitzoll enthalten und 22 preuß. Zolle im Lichten weit sein. 9 Berliner Scheffel sind demnach 16 preuß. Kubitzuß. Die Berliner Meße ist der 16te Theil des Scheffels, und enthält demnach 192 preuß. Kubitzoll; oder 9 Meßen sind 1 Kubitzuß. 1024 Bresl. = 1395 Berl. Scheffel. (S. Theil 3. Stufe 6.) 1 Schfl. preuß. = 11 Meßen $3\frac{3}{4}$ Maßel schlessisch. Ferner: 1 schles. Scheffel = 21 Meßen $3\frac{3}{4}$ Maßel alt Maaß, 1 alt-Berliner Schfl. = 15 Mh. 3 Mhl. $2\frac{3}{4}$ Viertel neu pr. Maaß. 1 Schfl. sächs. = 1 Schfl. 15 Mh. 1 Mhl. $\frac{1}{16}$ Viertel. pr., 1 Schfl. pr. = 8 Mh. $2\frac{3}{4}$ Viertel. sächs. — 1

Wiener Mh. = 1 Eßl. 1 Mh. 3 Mhl. $2\frac{5}{7}$ Viertel. pr.
 1 Wiener Muth = 33 Eßl. 9 Mh. $\frac{4}{5}$ Viertel. pr. 1 pr.
 Eßl. = $\frac{5}{2\frac{5}{7}}$ Mh. Wiener Maaß.

b) Die Weinmaaße.

Das Berliner Quart ist in dem preuß. Staate als die Haupteinheit zur Messung flüssiger Dinge anzusehen. Es enthält höherer Bestimmung gemäß 64 preuß. Kubitzoll, oder 27 Quart = 1 Kubikfuß. Die größern Weinmaaße nebst ihrem Verhältniß gegen einander sind folgende:

Fuder, Orhoft, Eimer, Anker, Quart.

$$1 = 3 = 9 = 18 = 540$$

$$1 = 3 = 6 = 180$$

$$1 = 2 = 60$$

$$1 = 30$$

$$1 \text{ Ohm (Ohm)} = 2 \text{ Eimer.}$$

Sonst rechnete man in Schlessen den Eimer zu 80 Quart, den Orhoft zu 4 Eimer, das Fuder zu 4 Orhoft, den Anker zu 160 Quart; das schles. Quart ist etwas über $\frac{2}{3}$ Berliner Quart, wird aber nun nicht mehr gestempelt. Auch maß man ehemals nach Töpfen zu 4 Quart und nach Kannen zu 2 Quart, das Quart zu 4 Quartierchen, so daß also 1 Eimer = 20 Töpfe = 60 Kannen = 80 Quart = 320 Quartierchen. 1 Quart ist neu Maaß 2 Quartier $\frac{2}{5}$ Quartier + $\frac{5}{8}$ vom $\frac{1}{8}$ Quartier; 1 Quart ist alt Maaß 1 Quart 2 Quartier $\frac{1}{8}$ Quartier + $\frac{5}{8}$ von $\frac{1}{8}$ Quartier.

1 Kanne Dresdener Maaß ist preuß. Mß. $3\frac{1}{4}$ Quartier + $\frac{3}{8}$ von $\frac{1}{8}$ Quartier. 1 Quart preuß. ist Dresdener Maaß 1 Kanne $1\frac{1}{4}$ Quartier + $\frac{1}{2}$ 16tel = Quartier.

Audere, z. B. im Königreich Preußen, vorkommende Weinmaaße sind:

Both, Orhoft, Anker, Viertel, Stooß.

$$1 = 2 = 12 = 60 = 360$$

$$1 = 6 = 30 = 180$$

$$1 = 5 = 30$$

$$1 = 6$$

$$1 \text{ Ohm} = 20 \text{ Viertel} = 120 \text{ Stooß.}$$

c) Die Biermaaße.

Die gewöhnlichsten größern Einheiten des Biermaaßes sind folgende:

Achtel, Bierling, Quart, Quartierchen.

$$1 = 4 = 200 = 800$$

$$1 = 50 = 200$$

$$1 = 4$$

$$1 \text{ Achtel} = 6 \text{ Dreiling};$$

$$1 \text{ Dreiling} = 33\frac{1}{2} \text{ Quart.}$$

Andere Biermaasse, z. B. im Königreich Preussen, sind:

Tonne, Stoof, Halbe, Quartierchen.

$$1 = 96 = 192 = 384$$

$$1 = 2 = 4$$

$$1 = 2$$

Gesetzlich soll im Allgemeinen die große Viertonne 100 Quart enthalten.

$$1 \text{ Gebräue} = 9 \text{ Rufen}$$

$$1 \text{ — } = 2 \text{ Fass}$$

$$1 \text{ — } = 2 \text{ Tonnen}$$

$$1 \text{ — } = 100 \text{ Q.}$$

3. Längenmaasse sind körperliche oder unkörperliche Maasse, die Länge der Dinge damit oder darnach zu messen. So sind z. B. Ruthe, Ellen, Fuß, Zolle körperliche; Meilen, Werste u. s. w. unkörperliche Längenmaasse. Das Grundmaass für sämtliche preussische Staaten ist der preussische Fuß. Unter dieser Benennung soll der, seit dem 28sten Oktober 1773 in Preussen, den Marken und Pommern eingeführte sogenannte rheinländische Werkfuß verstanden werden. (Er enthält $139\frac{1}{100}$ Linien des allgemein bekannten Pariser Fußes.) Dieser preussische Fuß wird in 12 Zolle, und jeder Zoll in 12 Linien getheilt; 12 dieser Füße machen eine preuss. Ruthe, die zum Gebrauch der Feldmesser bloß 10theilig, 100theilig u. s. f., so weit es nöthig ist, eingetheilt werden. Gleiche Größen werden also hier auf doppelte Art eingetheilt: zwölftheilig und zehnthellig.

a) Rheinländisches zwölftheiliges Maass.

(Werkmaass = Duodezimalmaass.)

Ruthe, Fuß, Zoll, Linien, Skrupel (Punkte).

$$1 = 12 = 144 = 1728 = 20736$$

$$1 = 12 = 144 = 1728$$

$$1 = 12 = 144$$

$$1 = 12$$

b) Geometrisches zehntheiliges Maaß.

(Feldmaaß = Dezimalmaaß.)

Ruthe, Fuß, Zoll, Linien, Skrupel.

$$1 = 10 = 100 = 1000 = 10000$$

$$1 = 10 = 100 = 1000$$

$$1 = 10 = 100$$

$$1 = 10$$

Die 10theilige Ruthe ist gleich der 12theiligen.

Die preußische Meile ist eine Länge von 24000 Fuß = 2000 Ruthen; man legt sie bei mäßigem Schritt in 2 Stunden zurück.

Die schlesische Meile enthält 30 Gewende, = 150 Ketten, die Kette zu 75 Ellen, oder 1500 Ruthen (Strangen), oder 11250 Ellen, oder 22500 Fuß.

$$1 \text{ Gewende} = 5 \text{ Ketten} = 50 \text{ Ruthen} = 375 \text{ Ellen.}$$

$$1 \text{ Kette} = 10 \text{ Ruthen} = 75 \text{ Ellen.}$$

$$1 \text{ Ruthe} = 7\frac{1}{2} \text{ Elle} = 15 \text{ Fuß Dresl.}$$

$$126 \text{ preuß. Fuß} = 137\frac{1}{2} \text{ schles. Fuß.}$$

$$1 \text{ Lachter beim Bergbau} = 80 \text{ preuß. Zoll.}$$

$$1 \text{ Elle} = 2 \text{ Fuß.}$$

Die eigentliche preuß. Elle soll $25\frac{1}{2}$ Zoll preuß. enthalten; 793 preuß. Ellen = 918 schles. Ellen; 1 Elle ist neu Maaß $\frac{1}{16} + \frac{1}{16}$ von $\frac{1}{16}$ Elle. 1 Elle ist alt Maaß $1\frac{1}{8}$ Elle + $\frac{1}{2} \times \frac{1}{16}$ Elle. 1 Elle preuß. = $1\frac{2}{3}$ Elle sächs. 1 Elle sächs. = $\frac{1}{2}$ Ellen + $\frac{5}{28}$ Ellen preuß. 1 Wiener Elle = $1\frac{4}{5}$ Ell. preuß. 1 preuß. Elle = $\frac{1}{16} + \frac{1}{16}$ Ellen Wiener Maaß.

Die Elle dient als Längenmaaß zur Messung mehrerer Gegenstände, z. B. der Leinwand, Tuche und des Garns.

c) Leinwandmaaße.

Schock, Stiege, Ellen, Viertel.

$$1 = 3 = 60 = 240 \text{ 72 Ell.} = 1 \text{ Webe.}$$

$$1 = 20 = 80$$

$$1 = 4$$

d) Tuchmaasse.

Pack, Stück (Saum), Tücher, Ellen.

1	=	10	=	220	=	7040
		1	=	22	=	704
				1	=	32

1 Ballen = 12 Tücher, 1 Fardell = 45 Barchet,
 1 Barchet = 22 bis 24 Ellen, 1 Packer = 24 Ellen.

e) Garnmaasse.

Schock, Stück, Strähn, Zaspeln, Gebind, Faden, Ellen.

1	=	60	=	240	=	720	=	14400	=	288000	=	1152000
1	=	4	=	12	=	240	=	4800	=	19200		
		1	=	3	=	60	=	1200	=	4800		
				1	=	20	=	400	=	1600		
						1	=	20	=	80		
								1	=	4		

Anmerk. In der preuß. Provinz Sachsen rechnet man nicht nach Strähnen und Zaspeln, sondern nach Ellen, Gebinden und Faden; 1 Stück = 8 Ellen, 1 Elle = 10 Gebinde, 1 Gebind = 60 Faden, 1 Faden = $3\frac{1}{2}$ Elle oder 1 Weisse.

4. Flächenmaasse sind eigentlich Geviertmaasse zur Messung von Flächen, indem man nämlich die Länge und Breite misst und beide Größen mit einander vervielfältigt. Da hievon in der 6ten Uebung dieser Stufe ausführlicher geredet wird, so wollen wir hier nur des Ackermaasse erwähnen. Es ist das Ackermaass eine besondere Art Flächenmaass, wodurch die Größe von Aeckern, Wiesen und Forsten bestimmt wird.

Hufe, Morgen, Gr. Ruthen.

1	=	30	=	5400
		1	=	180

Die Hauptbenennung ist der Morgen; nach Hufen soll in öffentlichen Verhandlungen nicht mehr gerechnet werden.

1 schles. Morgen = 300 schles. G. Ruthen.

21 schles. Morgen = 46 magdeburgische Morgen.

5. Das Zeitmaass ist ein bestimmter Theil der Zeit, nach welchem die Zeit überhaupt gemessen wird. (Vergl. die 6te Ueb. dieser Stufe.) Die Namen der Zeitrheile nebst ihrem Verhältniß zu einander sind:

Jahr, Monate, Wochen, Tage, Stunden, Minuten, Sekunden.

$$1 = 12 = 52 = 365 = 8760 = 525600 = 31536000$$

$$1 = 4 = 30 = 730 = 43800 = 2628000$$

$$1 = 7 = 168 = 10080 = 604800$$

$$1 = 24 = 1440 = 8640$$

$$1 = 60 = 3600$$

$$1 = 60$$

Ein Schaltjahr = 366 Tage.

6. Außer den angegebenen Maaßen kommen noch folgende vor:

a) Beim Papier.

Ballen, Rieß, Buch, Vogen.

$$1 = 10 = 200 = 4800$$

$$1 = 20 = 480$$

$$1 = 24$$

Ein Buch Druckpapier = 25 Vogen.

b) Beim Pelz- und Lederhandel.

Zimmer, Decher, Stück.

$$1 = 4 = 40$$

$$1 = 10$$

Ein Zimmer Füchse = 20 Stück, und ein Zimmer Zobel = 40 Stück.

c) Beim Holz.

Das Holz wird nach Scheiben oder Kloben, Klastern, Haufen, Faden und Achtern gemessen.

Scheite oder Kloben sind einzelne Stücke zu 6 Fuß Länge.

Die Klafter, ein viereckiger Haufen, = 6 Fuß lang und 6 Fuß hoch.

Ein Haufen in Berlin = 18 Fuß lang, 9 Fuß hoch, und enthält $4\frac{1}{2}$ Klafter.

Ein Faden = 7 Fuß lang, 7 Fuß hoch, enthält ungefähr $1\frac{1}{2}$ Klafter.

Ein Ahtel in Preußen = $3\frac{1}{2}$ Klafter.

d) Bei andern trockenen Waaren.

Das Salz, der Kalk, Gips, Stein, die Steinkohlen, die Asche und andere trockene Waaren werden nach Tonnen gemessen; eine Tonne = 4 Berliner Scheffel;

die Leinsaat: Tonne jedoch $37\frac{2}{3}$ Meßen. 24 Leinsaat: Tonnen = $56\frac{1}{2}$ Berliner Schfl.

C. Gewichte.

1. Gewicht ist ein Körper von gesetzlich bestimmter Schwere, Form, Größe und Stempel, wonach die Schwere anderer Körper bestimmt wird. Wegen Verschiedenheit der Gewerbe gibt es in vielen Ländern verschiedene Gewichte, als: das bürgerliche oder Handelsgewicht, das Medizinal- und Apothekergewicht, das Gold- und Silbergewicht. Auch spricht man hie und da noch vom großen Zentnergewicht (bei Berg- und Hüttenwerken), vom Probirgewicht, Markgewicht, Münz- und Diamantgewicht und Fleischergewicht. Das Grund- oder Hauptgewicht ist das preuß. Pfund. *) Um das Gewicht irgend eines Körpers zu bestimmen, muß man außer den Gewichtsstücken auch eine Waage haben, die nach der Beschaffenheit des zu wägenden Körpers auch von verschiedener Größe und Masse ist.

1 Pfd. schles. = 27 Loth 3 Qtch. preuß.; 1 Pfd. preuß. = 1 Pfd. 4 Loth $3\frac{1}{2}$ Qtch. schles.

1 Ztnr. schles. = 1 Ztnr. 4 Pfd. 14 Loth 2 Qtch. preuß.; 1 Ztnr. preuß. = 126 Pfd. 27 Loth $2\frac{1}{2}$ Qtch. schlesisch.

1 Stein schles. = 20 Pfund 26 Loth preuß.; 1 Stein preuß. = 1 Stein 1 Pfd. 12 Loth schlesisch.

1 Pfund preuß. = 1 Pfd. + $\frac{1}{16000}$ Qtch. sächf.; 1 Pfd. sächf. = 31 Loth 3 Qtch. $\frac{7}{8} + \frac{1}{8}$ von $\frac{1}{8}$ Qtch.

1 Ztnr. sächf. = 109 Pfd. 30 Loth $\frac{7}{8} + \frac{1}{8}$ von $\frac{1}{8}$ Qtch. 1 Ztnr. preuß. = 1 Ztnr. 1 Loth $3\frac{3}{4}$ Qtch. sächf.

2. Unter dem bürgerlichen Handelsgewichte versteht man die Gewichte, nach welchen im allgemeinen bürgerlichen Leben, insbesondere bei den Handelsleuten, die Waaren verkauft zu werden pflegen; es heißt auch Kramergewicht, und kommt unter folgenden Benennungen und Verhältnissen gegen einander vor:

*) Dieses Pfund beträgt gerade einen Theil von dem Gewichte eines in 66 gleiche Theile getheilten Kubikfußes destillirten Wassers, das im luftleeren Raume bei der Temperatur von 15 Graden des Reaumur'schen Quecksilber-Thermometers gewogen wurde.

Zent:

Zentner, Pfund, Loth, Quentchen.

$$1 = 110 = 3520 = 14080$$

$$1 = 32 = 128$$

$$1 = 4$$

Nach Steinen und Schiffspfunden soll bei öffentlichen Verhandlungen nicht mehr gerechnet werden; die preuß. Schiffslast soll 4000 Pfund enthalten.

Ein Stein = 22 Pfund (allgemein) oder 24 Pfd. (schlesisch). Ein schles. Zentner = 132 Pfd.; ein Schiffspfd. = 3 Ztr.; 1 Ztr. = $5\frac{1}{2}$ Stein; 32 Pfd. preuß. = 37 Pfd. schles. 1 Last = 12 Schiffspfd.; ein Schiffspfd. (preuß.) = 20 Liespfd.; ein Groß-Stein = 33 Pfd.; ein Klein-Stein = 20 Pfd.; ein Liespfd. = 14 Pfd.

1 schwerer Stein = 22 Pfd., 1 leichter Stein = 11 Pfd., (Nachs, Wolle, Talg).

1 Pfd. preuß. = 26 Loth 2 Dth. $\frac{7}{8} + \frac{1}{8}$ Dth. Wiener Gewicht. 1 Pfd. Wiener Gewicht = 1 Pfd. 6 Loth $1\frac{1}{2}$ Dth. $+ \frac{1}{8}$ von $\frac{7}{8}$ Dth. — 1 Ztr. preuß. = 91 Pfd. 26 Loth 3 Dth. $\frac{7}{8} + \frac{1}{8} \times \frac{7}{8}$ Dth.

1 Wiener Ztr. = 119 Pfd. 23 Loth 2 Dth. $\frac{3}{8}$ von $\frac{7}{8}$ Quentchen.

3. Medicinal- und Apothekergewicht ist dasjenige, dessen man sich in der Bestimmung des Gewichts der Mittel, sowol von Seiten der Aerzte beim Verordnen, als von Seiten der Apotheker bei der Zubereitung und Mischung der Arzneimittel, bedient. Dieses Gewicht ist beinahe in ganz Deutschland einerlei, und kommt unter folgenden Benennungen vor:

Pfund (℔) Unze (℥) Drachme (ʒ) Scrupel (ʒ) Gran (Gr.)

$$1 = 12 = 96 = 288 = 5760$$

$$1 = 8 = 24 = 480$$

$$1 = 3 = 60$$

$$1 = 20$$

(1 Unze = 2 Loth.)

1 Loth = 4 Drachm. = 12 Scrupel = 240 Gran.

4. Das Gold- oder Silbergewicht ist diejenige Art des Gewichts, nach welcher die Schwere des Goldes oder Silbers bestimmt wird. Das Hauptgewicht, Scholz Anweis. Th. II.

wonach alles Gold oder Silber gewogen wird, ist die Mark, die sehr verschieden ist, und wovon in Deutschland die kölnische Mark noch am meisten üblich ist. Diese Mark wird beim Silber in 16 Loth zu 18 Grän, beim Golde aber in 24 Karat zu 12 Gran eingetheilt. Diese doppelte Eintheilung der Mark soll jedoch nicht mehr offiziell gebraucht, sondern die Mark für alle edle Metalle bloß in 288 Grän getheilt werden.

In Schlesien ist 1 Mark Silber = 16 Loth, 1 Loth = 4 Quentchen, 1 Qtchen = 4 Denar, 1 Denar = 2 Heller.

1 Mark Gold = 24 Karat, 1 Karat = 4 Gran, 1 Gran = 3 Grän, 1 Grän = 15 As. (1 Gran Gold ist der 90ste Theil eines Quentchens.)

Im eigentlichen Preußen ist 1 Mark Silber = 16 Loth, 1 Loth = $1\frac{1}{2}$ Schottgewicht, 1 Quentchen = 4 Pfenniggewicht.

1 Mark = 8 Unzen, 1 Unze = 2 Loth, 1 Loth = 4 Qtch., 1 Qtch. = 4 Pfenniggewicht, 1 Pfgew. = 15 Gran.

D. Einige unbestimmte, häufig vorkommende Zählungsarten.

1 Schock = 4 Mandel = 60 Stück; 1 Mandel = 15 Stück. 1 Schilling = 12 Stück. 1 Duzend = 12 Stück = 6 Paar. 1 großes Halbmandel = 8 Stück; 1 kleines Halbmandel = 7 Stück.

Seltener kommen vor:

1 großes Tauf. = 10 große Hundert oder 1200 Stück; 1 großes Hundert = 120 Stück. 1 Wahl oder Wall = 80 Stück. 1 großes Tausend beim Holzhandel = 5 Ringe, oder 20 Schock, oder 60 Stiegen, oder 12000 Stück. 1 großes Hundert = 2 Schock, oder 6 Stiegen, oder 120 Stück. 1 Zeche (bergmännisch) = 4 Schichten oder 128 Ruxe; 1 Schicht = 8 Stämme; 1 Stamm = 4 Ruxe. 1 Last Heringe = 12 Tonnen; 1 Tonne = 800 Stück.

Mehrere Maaße und Gewichte setzen wir nicht her, um nicht zu weitläufig zu werden; auch sind die hier angeführten für preussische Bürger und Landschulen hinreichend. Wer die ausländischen Maaße und Gewichte kennen lernen

will, dem empfehlen wir Melkenbrecher's Taschenbuch der Münz-, Maaß- und Gewichtskunde.

Auf die Eintheilung der Münzen, Maaße und Gewichte in höhere und in niedere gründet sich die erste Hauptübung dieser Stufe, welche sich 1) mit dem Auflösen höherer Münzen, Maaße und Gewichte in niedere, 2) mit dem Zurückführen niederer Münzen, Maaße und Gewichte, und 3) mit dem Verwandeln gleichartiger ungleichnamiger Münzen, Maaße und Gewichte in einander befaßt. Gewöhnlich nennt man diese Berechnungen, welche sich auf die Multiplikation und Division gründen und mittelst dieser Rechnungsarten vollzogen werden, die Reduktionsrechnung; sie verhält sich zu den folgenden Uebungen wie das Numeriren zu den vier Grundrechnungsarten. Ohne vorangegangene Reduktionsrechnung lassen sich die Münzen, Maaße und Gewichte im weitem Umfange weder addiren, noch subtrahiren, noch multiplizieren, noch dividiren. — Als zweite Hauptübung tritt dann das Addiren gleich- und ungleichbenannter Zahlen, und als dritte Hauptübung das Subtrahiren mit diesen Größen ein. Die Berechnung der Zeit wird gewöhnlich an das Zusammenzählen und Abziehen ungleichbenannter Zahlen angeschlossen; sie läßt sich auch aus diesen Rechnungsarten entwickeln: allein, da das richtige Verstehen dieser sehr wichtigen Rechnungsart mehr erfordert, als die Fertigkeit im Zusammenzählen und Abziehen; so haben wir sie zu einer besondern, zur vierten, Hauptübung gemacht. — Das Multiplizieren und Dividiren dieser Stufe geben wieder zwei Hauptübungen, die fünfte und sechste. Auf beide gründet sich die beliebte und wichtige Dreisatzrechnung oder Regeldetri, die wir als siebente Hauptübung aufstellen. In vielen Rechenanweisungen, die in der neuern Zeit erschienen sind, wird diese Rechnung erst nach der Proportionslehre vorgenommen; auch wir thaten dieß in den beiden ersten Auflagen dieser Anweisung, sind aber davon abgekommen, weil in den

meisten Volksschulen zur wissenschaftlichen Behandlung der Proportionslehre keine Zeit übrig bleibt und weil diese Rechnung eben so gründlich ohne jene behandelt werden kann. — Beim Addiren und Subtrahiren verbinden wir sogleich das Bruchrechnen mit diesen Rechnungsarten, weil die Schüler nichts Neues dabei zu merken haben. Beim Multiplizieren, Dividiren und der Regel detri sondern wir aber das Bruchrechnen von dem der ganzen Zahlen, und bilden daraus die achte Hauptübung, die in das Multiplizieren, Dividiren und in die Regel detri mit Brüchen zerfällt. — Wie wir die Zeitberechnung an die Addition und Subtraktion als besondere Hauptübung angeschlossen haben: so wird die Raumberechnung oder die Flächen- und Körperberechnung, der die Multiplikation und Division zum Grunde liegen, auch für sich dargestellt, und in der neunten Hauptübung in einer Ausführlichkeit behandelt, wie sie sich für Volks- und Bürgerschulen eignet. Einen vollständigen Unterricht in der Raumlehre darf man hier nicht erwarten; dieß liegt außer den Grenzen dieser Anweisung: aber anleiten wollen wir wenigstens, wie die Aufgaben, die wol im Leben des Bürgers und Bauers vorkommen, ohne große Schwierigkeit berechnet werden können. Wir beschränken uns dabei blos auf die Berechnung rechtwinkliger Flächen und Körper, und verweisen denjenigen, der auch noch andere Flächen und Körper will berechnen lassen, auf die Raumlehre oder Meßkunst des Dr. W. Harnisch.

Dieß sind die Hauptübungen dieser Stufe.

Als Nebenübungen betrachten wir die Lehre vom Kettenatz, welche sich an die Redukzionsrechnung anschließt, und die Berechnung einiger kaufmännischen Aufgaben nebst einigen Regel detri Aufgaben in ungewöhnlicher Ausdrucksform. Wir wollen damit nicht behaupten, daß diese Rechnungen minder wichtig sind; meinen jedoch, daß man sie nicht allen Elementarschulen zumuthen könne. Was den Kettenatz betrifft, so glauben wir durch die gegenwärtige Darstellung zur gründlichen Behandlung desselben wesentlich beigetragen zu haben.

Mit dieser Stufe unserer Anweisung stehen in enger Verbindung: 1) die Aufgaben zum Kopfrechnen 2s und 3s, und 2) die Aufgaben zum Zifferrechnen 2s und 3s Hest. Sollte man jedoch die Regel, derri von dieser Stufe ausschließen wollen, was dem umsichtigen Lehrer keine Schwierigkeit machen wird, so wird das 3. Hest der Aufgaben nicht durchaus nothwendig sein. — Wir überlassen dieß dem Lehrer. — Wegen der durchgehends veränderten Paragraphenzahlen trifft nun die Rückweisung in den Aufgaben zum Zifferrechnen auf die Paragraphen dieser Anweisung in dieser Auflage nicht mehr.

Bei dem freien Aufgabenbilden (d. h. bei Aufgaben aus dem Stegreife) hüte sich der Lehrer vor der Einseitigkeit, sich immer nur in der einen Münz-, oder Maß-, oder Gewichtsgröße zu bewegen; er wechsle so viel als möglich damit. Will man bei jeder Übung zuerst mit Münz-, dann mit Maß-, hierauf mit Gewichtsgrößen rechnen lassen, so ist das auch gut; nur muß man das Eine thun und das Andere nicht lassen.

A. Hauptübungen.

Erste Hauptübung.

Verwandlung der Größen einer Art in
Größen anderer Art.

(Resolutio — Reductio.)

§. 130.

Begriff von reinen und angewandten, gleich-
und ungleichnamigen, gleich- und ungleich-
artigen, über- und untergeordneten
Zahlgrößen, u. s. w.

Die Zahlen zwei, drei, fünf, zwölf u. s. w.
drücken eine bestimmte Menge von Einheiten, aber
keine bestimmte Art von Größen aus, und heißen

deßhalb reine oder unbenannte Zahlen; fügt man aber der bestimmten Menge (Zahl) auch noch eine gewisse Art von Größen bei, so heißt sie (die Zahl) eine angewandte oder benannte Zahl, z. B. 2 Thlr., 6 Pfund u. s. w.; und ist die Bestimmung der Größe immer von einerlei Art, z. B. Thaler und Thaler, Groschen und Groschen, gleichnamige oder gleichbenannte Zahlen, im Gegensatz der ungleichnamigen oder ungleichbenannten Zahlen, z. B. 7 Thlr. 6 Ggr. oder 9 Pfd. 8 Loth u. s. w.

Da die Schüler schon viel mit konkreten Zahlen gerechnet haben, so wird sich der Lehrer bei der Entwicklung dieser Begriffe und der folgenden nicht lange aufhalten dürfen. Nur einige Forderungen und Fragen:

- 1) Nennt beliebige Zahlen! (8, 4, 7 u. s. w.)
- 2) Nennt Gegenstände und gebt zugleich ihre Zahl an! (3 Fenster, 10 Finger, 80 Schüler u. s. w.)
- 3) Wie unterscheiden sich diese Zahlen von den erstgenannten und warum heißen letztere benannte Zahlen?
- 4) Nennt gleiche Zahlen, aber verschiedene Gegenstände! (4 Thaler, 4 Menschen.)
- 5) Nennt ungleiche Zahlen, aber gleiche Gegenstände! (4 Thlr., 5 Thlr.)
- 6) Nennt Gegenstände, die a) Münzen, b) Maaße und c) Gewichte heißen!
- 7) Nennt ungleichnamige, a) Münzen, b) Maaße und c) Gewichte!

Ungleichnamige Zahlen können sowol gleichartige als auch ungleichartige Größen bezeichnen. So sind z. B. die ungleichnamigen Zahlen 4 Thlr. 6 Ggr. gleichartige Größen, nämlich Münzen; 4 Thlr., 6 Loth aber sind ungleichnamige und ungleichartige Größen, denn Thaler und Lothe sind Dinge von ganz verschiedener Art, die keine mit einander übereinstimmenden Merkmale haben. Man muß also ungleichnamige Größen nicht mit ungleichartigen verwechseln.

Der L. nenne bald gleichartige, bald ungleichartige Zahlgrößen, und fordere die Schüler auf, anzugeben, von welcher Art sie seien, was dem Lehrer Gelegen-

heit gibt, die Sch. mit den verschiedenen Münzen, Maassen und Gewichten bekannt zu machen. Z. B.: Was sind 5 Echl. 8 Mk.? (Antw.: Maasse, also gleichartige Größen.) Was sind 24 Thlr. und 25 Ztr.? (Antw.: ungleichartige Größen; denn Thaler ist eine Münze, Zentner ist ein Gewicht.)

Von zwei oder mehreren gleichartigen Größen ist eine der andern entweder über- oder untergeordnet. So ist der Thaler dem Silbergröschchen und Pfennige übergeordnet, und diese jenem untergeordnet. Die übergeordnete GröÙe pflegt man nicht selten die höhere oder gröÙere, und die untergeordnete die niedere oder kleinere Münz-, Maass- und GewichtsgröÙe zu nennen. Bei den Münzen bedient man sich auch des Ausdrucks Sorte (Münzsorten). Die Zahl, welche anzeigt, wie viel Stücke von der niedern Münz-, Maass- oder Gewichtsart auf die ihr zunächst übergeordnete, höhere, gezählt werden, um dieser an Werth gleich zu sein, heist die Inhaltszahl, gewöhnlich Redukzionszahl genannt; bei den Münzen heist diese Zahl die „Währungsahl“.

Hier wird das Vorige erweitert. Der L. muÙ die Sch. recht vertraut mit den besonders in seinem Vaterlande vorkommenden Zahlungsarten machen. Z. B. Nennt Münzen! Welche Münze ist dem Silbergröschchen a) untergeordnet, b) übergeordnet? Welche Münze ist dem Thaler übergeordnet? (Dukaten, Friedrichsd'or.)

So auch mit den Maassen und Gewichten. Wer Zeit hat, berücksichtigt auch die fremdländischen Zahlungsarten und vergleicht sie mit den einheimischen; zunächst sind die der benachbarten Länder zu beachten, besonders von denjenigen Lehrern, die den Gränzen am nächsten wohnen.

Sehr oft tritt im gemeinen Leben der Fall ein, dass ungleichnamige, mit einander verbundene gleichartige Größen gleichnamig gemacht, d. h. Thaler in Silbergröschchen, oder Pfunde in Lothe aufgelöst oder verwandelt, und umgekehrt: Silbergröschchen in Thaler, und Lothe in Pfunde zurückgeführt wer-

den müssen. Wir nennen dieß die Namenveränderung (eigentlich: Redukzionsrechnung). Das Verwandeln übergeordneter Zahlgrößen in die ihnen untergeordneten nennt man das Auflösen oder Resolviren benannter Zahlen; das Verwandeln untergeordneter Zahlgrößen in die ihnen übergeordneten heißt das Zurückführen oder Reduziren benannter Zahlen.

II.

Auflösen übergeordneter Münzen, Maaße und Gewichte in untergeordnete.

(Resolutio benannter Zahlen.).

a) Ganzer Zahlen.

I. Mündlich.

§. 131.

Entwicklung des Verfahrens und Stufengang der Uebung.

Jede größere oder höhere Münz-, Maaß- oder Gewichtsgröße enthält eine bestimmte Anzahl kleinere oder niedere. Der preussische Thaler zählt 30 Silbergroschen, oder 12 Zweigroschenstücke, oder 6 Bier Groschenstücke, oder 3 Acht Groschenstücke. Will man z. B. 8 Thaler in eine dieser Münzen umsetzen, so muß man erhalten: 8 Mal 30 Silbergroschen, oder 8 Mal 12 Zweigr., oder 8 Mal 6 Biergr., oder 8 Mal 3 Achtgr. Das heißt: „Man multipliziert die Währungs- oder Inhaltszahl mit der Zahl der gegebenen höhern Münzsorte“. — Alles dieses ist schon aus den frühern Uebungen bekannt.

Der Stufengang der Uebung ist folgender:

1. Eine höhere Münz-, oder Maaß-, oder Gewichtsgröße wird in die zunächst niedere verwandelt.

Beispiele.

1) 20 Sgr. sind wie viel Pfennige?

Antw.: 20 Mal 12 Pfennige = 240 Pfennige.

- 2) 12 Thlr. sind wie viel Silbergrößen?

Antw.: 12 Mal 30 Sgr. = 360 Sgr.

- 3) 6 Pfd. sind wie viel Loth?

Antw.: 6 Mal 32 Lth. = 192 Loth.

Um die Schüler mit den verschiedenen Münzen, Maassen und Gewichten recht vertraut zu machen, lasse man zuerst nur Münzen, dann Maasse und endlich Gewichte auflösen. Die Schüler können angeleitet werden, sich Auflösungstabellen der einheimischen Zählungsarten zu entwerfen (wovon schon früher ein Mal die Rede war), die sie sich durch öfteres Wiederholen recht fest wie das Ein Mal Eins einprägen müssen. Wie weit hinauf der L. die Sache treiben will, hängt von dem Standpunkt und Alter der Schüler ab.

(S. Aufg. 3. Kopfr., 2. Hest, 1. Neb. Aufg. 1—34.)

2. Zwischen der gegebenen höhern und verlangten niedern Münz-, Maß- und Gewichtsgröße liegen oder liegt eine andere.

Beispiele.

- 1) 3 Thlr. sind wie viel Pfennige?

Antw.: $3 \times 30 \times 12 = 1080$ Pf.; denn um 3 Thlr. in Pfennige zu verwandeln, muß man zuerst die Thlr. in Silbergr. auflösen, gibt 90 Sgr., und diese dann durch 12 in Pfennige verwandeln, $90 \times 12 = 1080$ Pfennige.

- 2) 2 Pfund sind wie viel Quentchen?

Antw.: $2 \times 32 \times 4$ Dth. = 256 Dth.; denn zwischen Pfunden und Quentchen befinden sich die Lothe; 2 Pfund sind demnach zuerst in Lothe aufzulösen, 2 Pfd. = 2×32 Loth = 64 Loth; 64 Loth sind 64×4 Quentch. = 256 Quentchen.

- 3) 2 Wispel sind wie viel Meßen?

Antw.: $2 \times 2 \times 12 \times 16$ Mk. = 1024 Mk.; denn zwischen Wispeln und Mk. liegen Malter und Schfl.; man macht also zuerst 2 Wispel zu Maltern = 4 Malter; da 1 Malter 12 Schfl. hat, so sind 4 Malter 4×12 Schfl. = 48 Schfl.; und da 1 Schfl. 16 Mk. zählt, so sind 48 Schfl. 48 Mal 16 Mk. = 768.

Man sieht, daß man hier nicht große Zahlen wählen kann, weil den Sch. die Sache im Kopfe zu rechnen zu schwer und zu ermüdend sein möchte. Diese Aufgaben eignen sich daher mehr für's Zifferrechnen.

3. Gegebene ungleichnamige, gleichartige Münzen, Maße und Gewichte sollen aufgelöst werden.

Beispiele.

1) 9 Sgr. 8 Pf. sind wie viel Pfennige?

Antw.: $(9 \times 12) + 8$ Pfennige = 116 Pf.; denn 9×12 Pf. = 108 Pf.; dazu die gegebenen 8 Pf. = 116 Pfennige.

2) 6 Thlr. 12 Sgr. 3 Pf. wie viel Pfennige?

Antw.: $(6 \times 30) + 12 (\times 12) + 3 = 2307$ Pf.; denn 6 Thlr. = 6×30 Sgr. = 180 Sgr., dazu 12 Sgr. (der Aufgabe) = 192 Sgr.; 192 Sgr. = 192 Mal 12 Pf. = 2304 Pfennige, dazu 3 Pf. = 2307 Pf.

3) 8 Lth. 2 Qtchen sind wie viel Quentchen?

Antw.: $(8 \times 4) + 2 = 34$ Q.; denn da 1 Lth. = 4 Qtch., so sind 8 Lth. = $8 \times 4 = 32$ Qtch.; dazu kommen die 2 gegebenen Qtch., = 34 Qtch.

Auch hier ist man gewissermaßen beschränkt. Wie weit die Sache im Kopfe zu treiben ist, zeigen die „Aufgaben zum Kopfr.“, 2. Heft, 1. Heb. Aufg. 35—56. Der Unterricht ist so zu ertheilen, daß die Kinder die Gesetze des Verfahrens selber finden. Sind eine Menge Aufgaben gerechnet, so fordere der Lehrer die Angabe des Verfahrens. Bevor sie dieses nicht genau beschreiben können, darf man die Übung nicht verlassen. Dieß ist auch bei allen folgenden Übungen zu beobachten.

II. Schriftlich.

§. 132.

Berechnung der Resolutionsaufgaben durch Ziffern.

Die Resolution benannter Zahlen mit Ziffern zeigen folgende berechnete Beispiele:

1) 545 Thlr. sind wie viel Groschen? (Antw.: $24 \times 545 = 13080$ Sgr.)

Ansatz und Berechnung.

545
24
13080 Egr.

Man macht die gegebene Sorte zum Multiplikand, und die Währungszahl zum Multiplikator; das Produkt ist die verlangte kleinere Sorte.

2) 32 Thlr., wie viel Pfennige? (Antw.: 11520 Pfennige.)

Ansatz und Berechnung.

$$32 \times 30 = 960 \text{ Egr.}$$

$$960 \times 12 \text{ Pf.} = 11520 \text{ Pf.}$$

Oder:

$$\begin{array}{r} 32 \\ 30 \\ \hline 960 \\ 12 \end{array}$$

Die Thaler (32) sind zuerst in Silbergroschen verwandelt, (960 Egr.), und diese wieder in Pfennige, (11520 Pfennige).

11520 Pfennige.

3) 24 Ballen 8 Rieß 16 Buch 4 Bogen, wie viel Bogen? (Antw.: 119428 Bogen.)

Ansatz und Berechnung.

- a) $24 \times 10 + 8 = 248 \text{ Rieß.}$
 b) $248 \times 20 + 16 = 4976 \text{ Buch.}$
 c) $4976 \times 24 + 4 = 119428 \text{ Bogen.}$

Oder:

$$\begin{array}{r} 24 \\ 10 \\ \hline 248 \text{ Rieß} \\ 20 \\ \hline 4976 \text{ Buch} \\ 24 \end{array}$$

119428 Bogen.

Hier hat man noch gegebene Zwischenforten, nämlich 8 Rieß 16 Buch, die man bei der Namensveränderung einer jeden Sorte dazu addiren muß. Bei a) sind die 8 Rieß, bei b) die 16 Buch, bei c) die 4 Bogen addirt worden.

(Mehrere Beispiele s. Aufg. 3. Zifferrechnen, 2te Abtheil., 2tes Heft, 1ste Uebung, 1. Zahl 1.)

b) Auflösen oder Resolviren der Brüche.

I. Mündlich.

§. 133.

Entwicklung des mündlichen Verfahrens und Stufengang der Uebung.

Bekanntlich ist ein Bruch weniger als ein Ganzes. So sind $\frac{3}{4}$ Thaler nur drei Theile von den

vier gleichen Theilen eines ganzen Thalers, oder es sind vier gleiche Theile von drei Thalern. Zwar bestehen $\frac{3}{4}$ Thaler als solche in der Wirklichkeit nicht; aber ein Theil eines Thalers kann ein oder mehrere Ganze der ihm untergeordneten kleinen Geldsorten, z. B. Groschen oder Silbergroschen, enthalten. Ein Thaler enthält nämlich 24 Groschen; 1 Viertelthaler ist so viel als der vierte Theil von einem Thaler oder 24 Ggr.; nun ist der vierte Theil von einem Thaler oder 24 Ggr. gleich 6 Ggr., 3 Viertelthaler sind also 3 Mal 6 Ggr. oder 18 Ggr.; folglich sind $\frac{3}{4}$ Thaler und 18 Ggr. am Werthe einander gleich. — Da $\frac{3}{4}$ Thlr. = 3 Thlr., getheilt in 4 gleiche Theile, so betragen sie 3 Mal 24 Ggr. oder 72 Ggr., getheilt durch 4, = 18 Ggr. — Die Anzahl von Ganzen einer kleinern Art, die der Größe eines Bruches gleich sind, nennt man den Werth eines Bruches, und die dabei anzuwendende Rechnung heißt das Auflösen oder Resolviren benannter Brüche, welches auf zweierlei Arten geschehen kann, wie aus der obigen Entwicklung hervorgeht.

Der Stufengang der Uebung ist folgender:

Das Auflösen benannter Brüche kann in nachstehender Stufenfolge stattfinden:

a) Auflösen der Münzen.

Beispiele.

1) $\frac{3}{4}$ Ggr. sind wie viel Pfennige?

Antw.: 9 Pfennige;

denn a) ein Ggr. = 12 Pf.; $\frac{3}{4}$ Ggr. = 3 Pf.; $\frac{3}{4}$ Ggr. = 3×3 Pf. = 9 Pf.

b) $\frac{3}{4}$ Ggr. = der 4. Theil von 3 Ggr.; 3 Ggr. = 3×12 Pf. = 36 Pf.; der 4. Theil v. 36 Pf. sind 9 Pf.

2) $\frac{3}{4}$ Ggr. = $7\frac{1}{2}$ Pf.;

denn a) $\frac{3}{4}$ Ggr. = $\frac{3}{4}$ von 3 Ggr.; 3 Ggr. = 36 Pf.; $\frac{3}{4}$ von 36 Pf. = $7\frac{1}{2}$ Pf.

b) $\frac{3}{4}$ Ggr. = $2\frac{3}{4}$ Pf.; $\frac{3}{4}$ Ggr. = $3 \times 2 = 6$ Pf. + $3 \times \frac{3}{4}$ Pf. = $\frac{9}{4} = 1\frac{1}{4}$ Pf.; zusammen also $7\frac{1}{2}$ Pf.

3) $\frac{5}{8}$ Thlr. sind wie viel Egr.?

Antw.: 25 Egr.;

denn a) 1 Thlr. = 30 Egr.; $\frac{5}{8}$ Thlr. = 5 Egr.; $\frac{5}{8}$ Thlr. = 5×5 Egr. = 25 Egr.

b) $\frac{5}{8}$ Thlr. = der 6. Theil von 5 Thlr.; 5 Thlr. = 5×30 Egr. = 150 Egr.; der 6. Theil von 150 Egr. = 25 Egr. Oder der 6. Theil von 1 Thlr. = 5 Egr.; von 5 Thlr. also 25 Egr.

c) 1 Thlr. = 24 Egr.; $\frac{5}{8}$ Thlr. von 24 Egr. = 4 Egr.; 5×4 Egr. = 20 Egr. Oder $\frac{5}{8}$ Thlr. = der 6. Theil von 5 Thlr.; 5 Thlr. = 5×24 Egr. = 120 Egr.; der 6. Theil von 120 Egr. = 20 Egr.

4) $\frac{5}{8}$ Thlr. = 18 Egr. 9 Pf.;

denn a) $\frac{5}{8}$ Thlr. = $\frac{5}{8}$ von 5 Thlr.; 5 Thlr. = 150 Egr., der 8. Theil von 150 Egr. = $18\frac{6}{8}$ = $18\frac{3}{4}$ Egr. = 18 Egr. 9 Pf.

b) $\frac{5}{8}$ Thlr. = $3\frac{3}{4}$ Egr.; 5 Mal $3\frac{3}{4}$ Egr. = 15 Egr. + $5 \times \frac{3}{4}$ Egr. = $\frac{15}{4}$ = $3\frac{3}{4}$ Egr. = $18\frac{3}{4}$ Egr.

5) $\frac{2}{3}$ Dukaten = 2 Thlr. 3 Egr. 4 Pf.;

denn a) 1 Duk. = 3 Thlr. 5 Egr. oder 95 Egr.; $\frac{2}{3}$ Duk. = 2 Mal der 3. Theil v. 95 Egr.; $\frac{2}{3}$ v. 95 Egr. = $2\frac{2}{3}$ Egr. = $31\frac{2}{3}$ Egr.; $\frac{2}{3}$ von 95 Egr. = $2 \times 31\frac{2}{3}$ Egr. = $63\frac{2}{3}$ Egr. = 2 Thlr. $3\frac{2}{3}$ Egr. = 2 Thlr. 3 Egr. 4 Pf.

b) $\frac{2}{3}$ Duk. = der 3. Theil von 2 Dukaten; da 1 Duk. = 3 Thlr. 5 Egr., so sind 2 Duk. = 2×3 Thlr. 5 Egr. = 6 Thlr. 10 Egr.; der 3. Theil von 6 Thlr. 10 Egr. = 2 Thlr. $3\frac{2}{3}$ Egr.

Der Lehrer lasse zuerst Bruch = Silbergrößen in Pfennige, dann Bruch = Thaler in Egr. u. s. w. auflösen, bald einzeln, bald in Reihen. Unter den Reihen sind vorzugsweise die Achtel- und Neuntel-Thaler zur unvergeßlichen Fertigkeit zu bringen, weil man sich dadurch beim spätern Rechnen, bei Multiplizieren ungleichbenannter Zahlen, große Erleichterung verschaffen kann. Man präge also Folgendes fest ein:

$\frac{1}{2}$ Thlr. = 3 Egr. 9 Pf.	$\frac{1}{2}$ Thlr. = 3 Egr. 4 Pf.
$\frac{2}{8}$ — = 7 — 6 —	$\frac{2}{8}$ — = 6 — 8 —
$\frac{3}{8}$ — = 11 — 3 —	$\frac{3}{8}$ — = 10 — —
$\frac{4}{8}$ — = 15 — —	$\frac{4}{8}$ — = 13 — 4 —
$\frac{5}{8}$ — = 18 — 9 —	$\frac{5}{8}$ — = 16 — 8 —
$\frac{6}{8}$ — = 22 — 6 —	$\frac{6}{8}$ — = 20 — —
$\frac{7}{8}$ — = 26 — 3 —	$\frac{7}{8}$ — = 23 — 4 —
	$\frac{8}{8}$ — = 26 — 8 —

Die Anwendung wird am gehörigen Orte gezeigt werden.

b) Auflösen der Maaße.

Beispiele.

1) $\frac{5}{8}$ Scheffel = 10 Meßen;

denn a) 1 Eshl. = 16 Mb.; $\frac{5}{8}$ Eshl. = 2 Mb.; 5×2 Mb. = 10 Mb.

b) $\frac{5}{8}$ Eshl. = der 8. Theil von 5 Eshl.; $\frac{5}{8}$ von 1 Eshl. = 2 Mb.; 5×2 Mb. = 10 Mb.;
oder 5 Eshl. = 5×16 Mb. = 80 Mb.; $\frac{5}{8}$ von 80 Mb. = 10 Mb.

2) $\frac{7}{9}$ Scheffel = 12 $\frac{2}{3}$ Meßen;

denn a) $\frac{7}{9}$ Eshl. = 1 $\frac{2}{3}$ Mb., $7 \times 1\frac{2}{3}$ Mb. = 12 $\frac{2}{3}$ Mb.

b) $\frac{7}{9}$ Eshl. = 7×16 Mb. = 112 Mb., getheilt durch 9 = 12 $\frac{2}{3}$ Mb.

Die Anwendung auf andere Maaße ist nicht schwierig, darum nur diese beiden Aufgaben als Beispiele.

c) Auflösen der Gewichte.

Beispiele.

1) $\frac{3}{4}$ Pfd. = 24 Loth;

denn a) 1 Pfd. = 32 Loth; $\frac{3}{4}$ Pfd. = 8 Loth; 3×8 Loth = 24 Loth.

b) $\frac{3}{4}$ Pfd. = der 4. Theil von 3 Pfd.; $\frac{3}{4}$ von 1 Pfd. = 8 Loth; 3×8 Loth = 24 Loth; oder
3 Pfd. = 96 Loth; $\frac{3}{4}$ von 96 Loth. = 24 Loth.

2) $\frac{3}{5}$ Pfd. = 19 $\frac{1}{5}$ Loth;

denn a) $\frac{3}{5}$ Pfd. = 6 $\frac{2}{5}$ Loth; $3 \times 6\frac{2}{5}$ Loth = 19 $\frac{1}{5}$ Loth.

b) 3 Pfd. = 3×32 = 96 Loth; $\frac{3}{5}$ von 96 = 19 $\frac{1}{5}$ Loth.

3) $\frac{4}{3}$ Ztr. = 88 Pfd.;

denn a) $\frac{4}{3}$ Ztr. = 22 Pfd.; 4×22 Pfd. = 88 Pfd.

b) 4 Ztr. = 440 Pfd.; $\frac{4}{3}$ davon = 88 Pfd.

4) $\frac{2}{3}$ Ztr. = $73\frac{1}{3}$ Pfd.;

denn a) 2 Ztr. = 220 Pfd.; $\frac{2}{3}$ von 220 Pfd. = $73\frac{1}{3}$ Pfund.

b) $\frac{2}{3}$ Ztr. = $36\frac{2}{3}$ Pfd., dieß 2 Mal genommen
= $73\frac{1}{3}$ Pfd.

Eben so verfährt man mit allen übrigen Gewichten.

Folgerung: „Man resolvirt einen benannten Bruch, wenn man 1) entweder die Inhaltszahl (Redukzionszahl) mit dem Nenner des Münz-, Maaß- oder Gewichtsbruchs dividirt und den Quotus mit dem Zähler multipliziert; oder 2) wenn man die Inhaltszahl (den Werth eines Ganzen) mit dem Zähler des aufzulösenden Bruchs multipliziert und das Produkt mit dem Nenner dividirt. Im erstern Falle ist das Produkt, im zweiten der Quotus die gesuchte niedere Größe.“

§. 134.

Noch einige angewandte Aufgaben zu den vorigen Paragraphen.

1) Eine Rechnung enthält $12\frac{3}{4}$ Thlr.; wie viel beträgt die Summe in Groschen?

Antw.: 306 Ggr.; denn 12 Thlr. = 12 Mal 24 Ggr.
= 288 Ggr.; $\frac{3}{4}$ Thlr. = 18 Ggr., zusammen
306 Ggr.

2) Ein Landwirth füllt 50 Säcke Hafer, wovon in jeden 6 Viertel geschüttet werden; wie viel überhaupt?

Antw.: 300 Viertel; denn 50 Mal $\frac{6}{1}$ = 300 Viertel.

3) 10 Mal $\frac{1}{2}$ Egr. + 2 Mal 8 Pfennige weniger 15 Dreipfennigstücke sind wie viel Pfennige?

Antw.: 71 Pf.; denn $\frac{1}{2}$ Egr. = 10 Pf.; 10 Mal 10 Pf. = 100 Pf.; 2×8 Pf. = 16 Pf.; zusammen 116

Pf.; 15 Dreipfennigst. = 45 Pf.; 116 w. 45 Pf.
= 71 Pf.

4) A. hat $\frac{5}{8}$ Thlr., B. $\frac{3}{8}$ Thlr., C. $1\frac{1}{8}$ Thlr. und D. $2\frac{7}{10}$ Thlr.; wie viel macht es zusammen in Silbergroschen?

Antw.: 146 Sgr.; denn $\frac{5}{8}$ Thlr. = 25 Sgr.;

$\frac{3}{8}$ — = 18 —

$1\frac{1}{8}$ — = 52 —

$2\frac{7}{10}$ — = 81 —

Summe 106 Sgr.

5) Wer $3\frac{3}{8}$ Pfd. Kaffee lothweise verkauft und für's Loth 2 Sgr. nimmt, hat wie viel Loth verkauft und wie viel Sgr. eingenommen?

Antw.: 124 Loth verk. und 248 Sgr. eingenommen;
denn 3 Pfd. = 3×32 Loth = 96 Loth; $\frac{3}{8}$ Pfd. =
 7×4 Lth. = 28 Lth.; zusammen 124 Loth. Wenn
1 Loth 2 Sgr. kostet, so bezahlt man für 124 Loth
124 Mal 2 Sgr. = 248 Sgr.

6) 3 Mal $\frac{3}{4}$ Thlr. weniger 5 Mal $\frac{1}{2}$ Gulden sind wie viel Dreipfennigstücke?

Antw.: 56 Dreipfennigst.; denn $\frac{3}{4}$ Thlr. = 18 Sgr.;
3 Mal 18 Sgr. = 54 Sgr.; $\frac{1}{2}$ Guld. = 8 Sgr.;
 5×8 Sgr. = 40 Sgr.; 54 w. 40 Sgr. = 14 Sgr.;
1 Groschen = 4 Dreipfennigst.; 14 Mal 4 Dreipf.
= 56 Dreipfennigst.

(C. Aufg. zum Kopfr., 2. Heft, 1. Heb. I. Aufg. 57—87.)

II. Schriftlich.

§. 135.

Verfahrungs- und Darstellungsweise des Resolvirens in Ziffern.

Beim schriftlichen Rechnen wendet man bloß die beim Kopfrechnen entwickelte zweite Regel an, weil sie allgemeiner ist, d. h. „Der Zähler wird mit der Redukzionszahl multipliziert und das Produkt mit dem Nenner dividirt“.

Beispiele.

1) $\frac{1}{18}$ Pfd. wie viel Loth? Antw.: 30 Loth.

Ans

Ansatz und Berechnung.

$$\left(\frac{15 \times 32 \text{ Loth}}{16} \right)$$

$$\begin{array}{r} 15 \text{ (der Zähler)} \\ 32 \text{ (die Reduktionszahl)} \\ \hline 30 \\ 45 \\ \hline 16 \mid 480 = 30 \end{array}$$

d. h., man multipliziert den Zähler 15 mit 32, weil 1 Pfd. 32 Loth hat, und dividirt das Produkt 480 durch den Nenner 16.

2) $\frac{86}{375}$ Thlr., wie viel Egr. und Pf.?

Ansatz und Berechnung.

$$375 \mid 24 = \frac{24}{375} \mid \frac{86}{375} \text{ Egr.}$$

$$\begin{array}{r} 24 \text{ Egr. (die Reduktionszahl)} \\ \times 86 \text{ (der Zähler)} \\ \hline 375 \mid 2064 = 5 \text{ Egr.} \\ 1875 \\ \hline 189 \\ 12 \end{array}$$

$$375 \mid 2268 = 6 \frac{2}{3} \text{ Pf.}$$

$$\begin{array}{r} 2250 \\ 3 \end{array}$$

$$\frac{18}{375} \mid \frac{6}{375}$$

d. h., man multipliziert den Zähler 86 mit 24, dividirt das Produkt 2064 durch den Nenner 375; den Zähler 189 des Restes $\frac{18}{375}$ multipliziert man mit 12, und dividirt das Produkt 2268 wieder durch den Nenner 375.

3) $\frac{22}{25}$ Dukaten (à 3 Thlr. 4 Egr.), wie viel Thlr. und Egr.?

Ansatz und Berechnung.

3 Thlr. 4 Egr.

$$\begin{array}{r} 24 \\ \hline 76 \text{ Egr.} \\ \times 22 \text{ (b. Zähl.)} \\ \hline 25 \mid 1672 = 66 = 2 \text{ Thlr. 18 Egr.} \\ 22 \\ 12 \end{array}$$

$$25 \mid 264 = 10 \frac{4}{5} \text{ Pf.}$$

$$\begin{array}{r} 25 \end{array}$$

$$\frac{4}{5}, \text{ also: } \frac{22}{25} \text{ Duk.} = 2 \text{ Thlr. 18 Egr. } 10 \frac{4}{5} \text{ Pf.}$$

$$\begin{array}{r} 3 \end{array}$$

Scholz Anweis. Th. II.

Erfl. 1 Duk. = 3 Thlr. 4 Ggr. = 76 Ggr.; diese mit dem Zähler 22 multipliziert = 1672 Ggr., welche mit dem Renner 25 dividirt den Quotus 66 Ggr. = 2 Thlr. 18 Ggr. geben; der Rest 22 Ggr. wird hierauf mit 12 zu Pfennigen gemacht, = 264 Pf., und diese wieder durch 25 dividirt = $10\frac{4}{5}$ Pf.

Diese Beispiele sollen nur das schriftl. Verfahren veranschaulichen. Bei den Uebungen mit den Schülern befolgt man auch hier den beim Kopfrechnen angedeuteten Gang, indem man zuerst Münzen, dann Maaße, dann Gewichte und endlich vermischte Aufgaben berechnen läßt, wozu die Aufgaben zum Zifferrechnen 28 Hest Ueb. 1. Zahl 2. Aufgaben in Menge liefern.

B.

Zurückführen untergeordneter Münzen, Maaße und Gewichte auf übergeordnete.

(Resolutio benannter Zahlen.)

I. Mündlich.

§. 136.

Entwicklung und Stufengang dieser Rechnung.

Die benannten Zahlen 12 Pfennige, 30 Silbergroschen, 32 Loth, 24 Ggr., 4 Quentchen sind gleich einer Einheit der ihnen zunächst übergeordneten Münzen, Maaße und Gewichte; die benannten Zahlen 15 Pfennige, 36 Ggr., 60 Loth, 50 Ggr., 10 Quentchen u. s. w. aber bezeichnen mehr als eine Einheit der ihnen zunächst übergeordneten Münzen, Maaße und Gewichte, so wie folgende: 8 Pfenn., 8 Ggr., 18 Loth, 12 Ggr., 3 Quentchen, weniger als eine Einheit von Silbergroschen, Thalern, Pfunden, Thalern, Lothen ausdrücken und daher nur als Theile der ihnen übergeordneten Münzen, Maaße und Gewichte anzusehen sind.

Da 12 Pfennige ein Stück einer Münze, die man Silbergroschen nennt, ausmachen, so ist ein Pfennig nur der 12te Theil eines Silbergroschens oder 1 Zwölftel: Silbergroschen ($\frac{1}{12}$ Ggr.);

2 Pfennige sind 2 Zwölftel: Silbergroschen ($\frac{2}{12}$ Sgr. = $\frac{1}{6}$ Sgr.); 3 Pfennige = 3 Zwölftel: Silbergr. ($\frac{3}{12}$ Sgr. = $\frac{1}{4}$ Sgr.); u. s. f. — Man kann jede niedere Münze, jedes niedere Maaß und Gewicht, die weniger als eine Einheit der ihnen übergeordneten, höhern sind, in Bruchform dieser höhern ausdrücken: 7 Sgr. = $\frac{7}{10}$ Thaler, 5 Loth = $\frac{5}{12}$ Pfund, 8 Pfennige = $\frac{8}{12}$ = $\frac{2}{3}$ Silbergroschen u. s. w.; man dividirt nämlich die gegebene Zahl der niedern Größe mit der Redukzionszahl oder man nimmt jene zum Zähler und diese zum Nenner des Bruchs.

Der Lehrer gebe, wenn die Sch. das Verfahren deutlich eingesehen haben, viele Aufgaben, wozu ihm das 2. Heft der Aufgaben z. Kopfrechnen Seite 11. B. II. Aufg. 1—14. Stoff darbietet, damit sie auch in dieser Rechnung große Fertigkeit erlangen. Anfangs läßt man wieder nur niedere Münzen, dann auch Maaße und Gewichte in Bruchform der höhern ausdrücken. Wo ein Bruch zu kürzen geht, da halte man darauf, daß die Schüler thun, ehe sie das Facit laut aussprechen; z. B. nicht $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{8}{12}$ Sgr., sondern: $\frac{1}{6}$ Sgr., $\frac{1}{4}$ Sgr., $\frac{1}{3}$ Sgr., $\frac{1}{2}$ Sgr., $\frac{2}{3}$ Sgr., $\frac{3}{4}$ Sgr., $\frac{4}{5}$ Sgr. — Da diese Rechnung in der Folge nicht geringe Vortheile gewährt, so nehme der Lehrer die Sache mit den Schülern nicht oberflächlich.

Da 1 Pfennig = 1 Zwölftel: Silbergroschen, so sind z. B. 15 Pfennige gleich 15 Zwölftel: Pfennige; $\frac{15}{12}$ aber ist ein unechter Bruch, der Ganze oder eine gemischte Zahl enthält, nämlich $\frac{15}{12} = 1\frac{3}{12} = 1\frac{1}{4}$, folglich sind 15 Pf. $1\frac{1}{4}$ Sgr. Ebenso sind 18 Pf., 20 Pf., 24 Pf., 28 Pf., 40 Pf. = $1\frac{3}{4}$ Sgr., $1\frac{2}{3}$ Sgr., $1\frac{1}{3}$ Sgr., $1\frac{1}{2}$ Sgr., $1\frac{2}{3}$ Sgr., $1\frac{1}{2}$ Sgr., oder $1\frac{1}{2}$ Sgr., $1\frac{1}{3}$ Sgr., 2 Sgr., $2\frac{1}{4}$ Sgr., $3\frac{1}{4}$ Sgr. — Aus demselben Grunde sind 28 Sgr. = $2\frac{2}{3}$ Thlr. oder $1\frac{1}{3}$ Thlr., 36 Sgr. = $3\frac{1}{3}$ Thlr. oder $1\frac{1}{3}$ Thlr.; 40 Loth = $3\frac{1}{3}$ Pfd. oder $1\frac{1}{3}$ Pfd.; u. s. f. Hieraus geht folgende allgemeine Regel hervor:

„Soll man kleinere Münzen, Maaße und Gewichte in größere verwandeln, so nimmt man die Zahl, welche die kleinern angibt, zum Zähler, und die Zahl,

welche anzeigt, wie viel Stücke der kleinern auf ein Ganzes der größern gehen, d. h. die Redukzionszahl, zum Menner; ist der daraus entstandene Bruch ein unechter, so verwandelt man ihn in Ganze, und ist er ein echter, so kürzt man ihn, wenn es angeht.“

Man kann die Sache auch auf folgende Weise entwickeln:

Da z. B. 15 Pf. = 12 Pf. + 3 Pf., und 12 Pf. = 1 Sgr., 3 Pf. aber = $\frac{1}{4}$ Sgr., so sind 15 Pf. = $1\frac{1}{4}$ Sgr. (= 1 Sgr. 3 Pf.). Ebenso sind 18 Pf. = $1\frac{1}{2}$ Sgr. (= 1 Sgr. 6 Pf.), 20 Pf. = $1\frac{2}{3}$ Sgr. (1 Sgr. 8 Pf.) u. s. f. Da 24 Pf. = 2 Mal 12 Pf. und 1 Mal 12 Pf. = 1 Sgr., so sind 24 Pf. = 2 Sgr. Hiernach sind 25 Pf. = $2\frac{1}{4}$ Sgr. (2 Sgr. 1 Pf.), 28 Pf. = $2\frac{2}{3}$ Sgr. (2 Sgr. 4 Pf.) u. s. f. — Hat man eine große Summe von Pfennigen, z. B. 240 Pf., in Silber Groschen zu verwandeln, so darf man nur sehen, wie oft 12 Pf. (1 Sgr.) in den 240 Pf. enthalten sind oder wie oft man jene (12) von diesen (240) abziehen kann. Da 12 Pf. in 240 Pf. 20 Mal enthalten sind, so sind 240 Pf. gleich 20 Silber Groschen. Ebenso sind 72 Sgr., 96 Sgr., 100 Sgr. so viel Mal ein Thaler, als 24 Sgr. in jenen Summen enthalten sind, nämlich 3 Thlr., 4 Thlr., $4\frac{1}{2}$ Thlr. (4 Thlr. 4 Sgr.). Dieß Verfahren läßt sich auf alle ähnliche Fälle anwenden. Hieraus geht folgende allgemeine Regel hervor:

„Um eine Anzahl von kleinern Sorten auf größere zurückzuführen, muß man mit der Anzahl, die von der kleinern Münze, dem kleinern Maße oder Gewichte auf ein Stück der größern geht, d. h. mit der Redukzionszahl, die gegebene Anzahl der kleinern dividiren; der Quotus ist die gesuchte Zahl der größern Sorte.“

Schon auf der 2ten und 3ten Stufe dieser Anweisung (§. 54. und 91.) haben wir das Zurückfüh-

ren niederer Münzen, Maaße und Gewichte auf höhere vorgeübt; hier ist es zu erweitern und zu befestigen, wobei drei Hauptfälle zu unterscheiden sind:

a) Die gegebene Anzahl der niedern Münzen, Maaße und Gewichte läßt sich ohne Rest in die ihr zunächst übergeordnete, größere verwandeln.

Beispiele.

1) 36 Pfennige sind wie viel Silbergroschen?

Antw.: 3 Egr.; denn a) da $1 \text{ Pf.} = \frac{1}{32} \text{ Egr.}$, so sind $36 \text{ Pf.} = \frac{36}{\frac{1}{32}} \text{ Egr.} = 3 \text{ Egr.}$; b) oder da $12 \text{ Pf.} = 1 \text{ Egr.}$, so sind 36 Pf. so viel Mal 1 Egr., als 12 Pf. in 36 Pf. enthalten sind, nämlich 3 Egr.

2) 120 Egr. sind wie viel Thaler?

Antw.: 4 Thlr.; denn a) da $1 \text{ Egr.} = \frac{1}{30} \text{ Thlr.}$, so sind $120 \text{ Egr.} = \frac{120}{\frac{1}{30}} \text{ Thlr.} = 4 \text{ Thlr.}$; b) oder da $30 \text{ Egr.} = 1 \text{ Thlr.}$, so sind 120 Egr. so viel Mal 1 Thlr., als 30 Egr. in 120 Egr. enthalten sind, nämlich 4 Thlr.

3) 216 Bogen Papier sind wie viel Buch?

Antw.: 9 Buch; denn a) da $1 \text{ Bogen} = \frac{1}{24} \text{ Buch}$, so sind $216 \text{ Bogen} = \frac{216}{\frac{1}{24}} \text{ Buch} = 9 \text{ Buch}$; oder b) da $24 \text{ Bogen} = 1 \text{ Buch}$, so sind 216 Bogen so viel Mal 1 Buch, als 24 Bogen in 216 Bogen enthalten sind.

4) 160 Lth sind wie viel Pfund?

Antw.: 5 Pfd.; a) denn $1 \text{ Lth.} = \frac{1}{32} \text{ Pfd.}$, $160 \text{ Lth.} = \frac{160}{\frac{1}{32}} \text{ Pfd.} = 5 \text{ Pfd.}$; b) denn da $32 \text{ Lth.} = 1 \text{ Pfd.}$, so sind 160 Lth. so viel Mal 1 Pfund, als 32 Lth. in 160 Lth. enthalten sind, nämlich 5 Pfd.

b) Die gegebene Anzahl der niedern Münzen, Maaße und Gewichte läßt beim Resolviren einen Rest, der unverändert bleibt oder in einen Bruch der höhern verwandelt wird.

Beispiele.

1) $20 \text{ Pf.} = 1 \text{ Egr.}$ 8 Pf. oder $1\frac{1}{2} \text{ Egr.}$;

denn a) 1 Pf. = $\frac{1}{2}$ Egr., 20 Pf. = $\frac{20}{2}$ Egr. oder 10 Egr. = 12 Egr.; b) 12 Pf. = 1 Egr., 20 Pf. so viel Mal 1 Egr. als 12 Pf. in 20 Pf. enthalten sind, nämlich 1 Mal mit dem Rest 8, folglich u. s. w.

2) 136 Egr. = $4\frac{1}{2}$ Thlr. oder 4 Thlr. 6 Egr.;

denn a) 1 Egr. = $\frac{1}{36}$ Thlr., 136 Egr. = $3\frac{2}{3}$ Thlr. oder $4\frac{1}{3}$ Thlr. = $4\frac{1}{3}$ Thlr.; b) 30 Egr. = 1 Thlr., 136 Egr. sind so viel Mal 1 Thlr., als 30 Egr. in 136 Egr. enthalten sind, nämlich 4 Mal mit dem Rest 6, folglich u. s. w.

3) 36 Mß. = $2\frac{1}{4}$ Schfl. oder 2 Schfl. 4 Mß.;

denn a) 1 Mß. = $\frac{1}{9}$ Schfl., 36 Mß. = 4 Schfl. = $2\frac{1}{4}$ Schfl. = 2 Schfl. 4 Mß.; b) 16 Mß. = 1 Schfl., 36 Mß. sind so viel Scheffel, als 16 Mß. in 36 Mß. enthalten sind, u. s. w.

4) 250 Pfd. = $2\frac{1}{3}$ Ztr. oder 2 Ztr. 30 Pfd.;

denn a) 1 Pfd. = $\frac{1}{125}$ Ztr., 250 Pfd. = $\frac{250}{125}$ Ztr. = $2\frac{2}{5}$ Ztr. = $2\frac{1}{3}$ Ztr.; b) 110 Pfd. = 1 Ztr., 250 Pfd. so viel Mal 1 Ztr. als 110 Pfd. in 250 Pfd. enthalten sind, nämlich 2 Mal mit dem Rest 30, folglich u. s. w.

c) Zwischen der Anzahl der zurückführenden Münzen, Maße und Gewichte und der verlangten größern liegen andere (Zwischensorten).

Beispiele.

1) 130 Quentchen, wie viel Pfund?

Antw.: $32\frac{1}{2}$ Loth = 1 Pfd. 2 Qtch.; denn 130 Qtch. = $13\frac{1}{2}$ Loth = $32\frac{1}{2}$ Loth; 32 Loth = 1 Pfd., $\frac{1}{2}$ Loth = 2 Qtch.; folglich 130 Qtch. = 1 Pfd. 2 Qtch. Oder: Zwischen Quentchen und Pfunden liegen Lothe; man verwandelt daher zuerst die Quentchen in Lothe und diese dann in Pfunde, nämlich: 4 Qtch. = 1 Loth; 4 Qtch. in 130 Qtch. sind 32 Mal enthalten, mit einem Rest von 2 Qtch.; 130 Qtch. sind folglich 32 Loth 2 Qtch., 32 Loth aber = 1 Pfd.; mithin sind 130 Qtch. gleich 1 Pfd. 2 Qtch.

2) 290 Pfennige = 1 Thlr. 2 Pf.;

denn a) 290 Pf. = $2\frac{2}{5}$ Egr. = $24\frac{1}{2}$ Egr., 24 Egr. =

1 Thlr., $\frac{2}{3}$ Egr. = 2 Pf.; folglich 290 Pf. = 1 Thlr. 2 Pf. Oder b) Zwischen Pfennigen und Thaler liegen Groschen; da 12 Pf. 1 Egr. ausmachen, so müssen 290 Pf. so viel Egr. seyn, als 12 Pf. darin enthalten sind; 12 Pf. in 290 Pf. sind 24 Mal enthalten; es bleiben 2 Pf. übrig; 290 Pf. sind folglich gleich 24 Egr. 2 Pf.; 24 Egr. aber sind gerade 1 Thlr.; mithin sind 290 Pf. gleich 1 Thlr. 2 Pf.

3) 398 Zoll = 3 Ruthen 9 Fuß 8 Zoll;

denn a) 398 Zoll = $\frac{398}{12}$ Fuß = $33\frac{1}{3}$ Fuß; 39 Fuß = $\frac{39}{12}$ Rth. = $3\frac{3}{4}$ Rth., $\frac{3}{4}$ Rth. = 9 Fuß; $\frac{1}{4}$ Fuß = 8 Zoll; mithin 398 Zoll = 3 Rth. 9 Fuß 8 Zoll. Oder b) Zwischen Zollen und Ruthen sind Fuß; ich verwandle daher 398 Zoll zuerst in Fuß, indem ich untersuche, wie oft 10 Zoll in 398 Zoll enthalten sind; ich finde 30 Mal, und 8 Zoll bleiben übrig; diese 39 sind Fuß, die in Ruthen dadurch verwandelt werden, daß ich 39 durch 10 theile, = 3 Rth. 9 Fuß; mithin 398 Zoll = 3 Rth. 9 Fuß 8 Zoll.

(C. Aufg. 23 Hest, Aufg. C. 12. u. 13. Aufg. 15—23.)

4) 6 Pfennige, wie viel Thaler?

Antw.: $\frac{6}{12}$ Thlr.; denn da 1 Pf. = $\frac{1}{12}$ Egr. und 1 Egr. = $\frac{1}{12}$ Thlr., so muß 1 Pf. = $\frac{1}{144}$ Thlr., 6 Pf. also $6 \times \frac{1}{144}$ Thlr. = $\frac{6}{144}$ Thlr. = $\frac{1}{24}$ Thlr. Oder: 6 Pf. = $\frac{1}{2}$ Egr. folglich $\frac{1}{24}$ Thlr.

5) 10 Mezen, wie viel Malter oder Wispel?

Antw.: $\frac{10}{16}$ Mtr.; denn 1 Mh. = $\frac{1}{16}$ Schfl., 12 Schfl. aber = 1 Mtr.; folglich muß 1 Meze oder $\frac{1}{16}$ Schfl. = $\frac{1}{16 \times 12}$ = $\frac{1}{192}$ Mtr.; 10 Mh. also $10 \times \frac{1}{192}$ Mtr. = $\frac{10}{192}$ Mtr. = $\frac{5}{96}$ Mtr. Oder: 10 Mh., = $\frac{10}{16}$ Schfl. $\frac{1}{16}$ Schfl. = $\frac{1}{8 \times 12}$ Mtr. = $\frac{1}{96}$ Mtr., $\frac{10}{96}$ Schfl. also $\frac{5 \times 1}{96}$ = $\frac{5}{96}$ Mtr.

6) 1 Pfd. 8 Loth, wie viel Str.?

Antw.: $\frac{1}{16}$ Str.; denn 1 Pfd. = $\frac{1}{16}$ Str., 8 Loth = $\frac{1}{4}$ Pfd., $\frac{1}{4}$ Pfd. = $\frac{1}{4 \times 16}$ Str. = $\frac{1}{64}$ Str.; $\frac{1}{64}$

$3\text{tr.} + \frac{1}{4}\text{tr.} = \frac{1}{4}\text{tr.} = \frac{1}{8}\text{tr.}$ Folglich sind
u. s. w.

Solche Aufgaben gehören mehr fürs schriftliche Rechnen. Als Uebungen im Denken haben sie Werth, weniger aber für das gemeine Leben, wo sie wol nur in höchst seltenen Fällen vorkommen. (S. Aufg. 28 Hest, S. 15. Aufg. 50 — 55.)

Dasselbe gilt von folgenden Aufgaben:

7) $\frac{3}{4}\text{ Egr.} = \frac{1}{8}\text{ Thlr.};$

denn da $1\text{ Egr.} = \frac{1}{8}\text{ Thlr.}$, so ist $\frac{3}{4}\text{ Egr.}$ das 4tel von $\frac{1}{8}\text{ Thlr.} = \frac{1}{32}\text{ Thlr.}$, $\frac{3}{4}\text{ Egr.}$ also sind 3 Mal $\frac{1}{32}\text{ Thlr.} = \frac{3}{32}\text{ Thlr.} = \frac{1}{8}\text{ Thlr.}$

8) $\frac{7}{8}\text{ Mß.} = \frac{1}{2}\text{ Schfl.};$

denn da $1\text{ Mß.} = \frac{1}{8}\text{ Schfl.}$, so ist $\frac{7}{8}\text{ Mß.}$ der 8. Theil von $\frac{1}{8}\text{ Schfl.} = \frac{1}{64}\text{ Schfl.}$; dieß 7 Mal genommen = $\frac{7}{64}\text{ Schfl.}$

9) $\frac{3}{4}\text{ Poth} = \frac{1}{4}\text{ Str.};$

denn da $1\text{ Poth} = \frac{1}{2}\text{ Pfd.}$, so muß $\frac{3}{4}\text{ Poth} = \frac{3}{8}\text{ Pfd.}$ und $\frac{3}{8}\text{ Pfd.} = \frac{3}{32}\text{ Str.}$; $\frac{3}{4}\text{ Poth}$ sind also 3 Mal $\frac{3}{32}\text{ Str.} = \frac{9}{32}\text{ Str.}$

(S. Aufg. 28 Hest, S. 15. Aufg. 56 — 59.)

Wir bemerken schließlich nur noch, daß hier auch Uebungen in Reihenfolgen angestellt werden können, worüber im 1. Theile §. 91. bei b. das Wichtigste angedeutet ist. Man lese dort nach und erweitere nach Gutdünken jene Reihen.

§. 137.

Weitere Anwendung.

Aufgaben wie die im vorherigen Paragraphen enthaltenen können in einem andern Gewande gegeben werden.

1) Ein Golddraht von der Dicke einer Linie trägt 500 Pfund, ohne zu zerreißen; wie viel Zentner beträgt dieses Gewicht?

Antw.: $4\frac{6}{7}\text{ Str.}$; denn $500\text{ Pfd.} = \frac{500}{16}\text{ Str.} = 4\frac{6}{7}\text{ Str.}$
= $4\frac{6}{7}\text{ Str.}$ oder $4\text{ Str. } 60\text{ Pfd.}$

2) Ein Kind hat 820 Tage gelebt; wie viel Monate und Jahre ist es alt geworden?

Antw.: 2 $\mathcal{L}$. 2 $\mathcal{M}$. 20 $\mathcal{L}$.; denn $820 \mathcal{L} = \frac{820}{20} \mathcal{M} =$
 $26 \mathcal{M}$. 20 $\mathcal{L} = 2 \mathcal{L}$. 2 $\mathcal{M}$. 20 $\mathcal{L}$.

(C. Aufg. 3. Kopfr., 28 Heft, C. 13. Aufg. 24—49.)

II. Schriftlich.

§. 138.

Darstellungsweise in Ziffern.

Nach dem Stufengange der mündlichen Uebungen
 ist die schriftliche Darstellung folgende:

1) 18 Schfl., wie viel Mezen?

Ansatz und Berechnung.

18 Schfl. (die gegebene Zahl)

24 Schfl. (die Redukzionszahl)

gefürzt: $\frac{18}{24} \frac{3}{4}$ Wispel. d. h., 18 Schfl. macht den
 Zähler, 24 (die Reduk-
 zionszahl) den Nenner; dieß gibt den Bruch $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$.

2) 1792 Loth, wie viel Pfund sind's?

Ansatz und Berechnung.

$\frac{1792}{32}$ Pfd. = 32 | $1792 = 56$ Pfd.

160
 192
 192

d. h., 1792 Loth = $\frac{1792}{32}$ Pfund, welcher unechte Bruch =
 56 Pfund.

3) 14255 Ggr., wie viel Thaler?

Ansatz und Berechnung.

$\frac{14255}{24} = 24$ | $14255 = 593$ Thlr.
 23 Ggr.

d. h., 24 Ggr. sind in 14255 Ggr. 593 Mal enthalten, blei-
 ben 23 Ggr. Rest; folglich u. s. w.

4) 65324 Loth, wie viel Stein?

Antw.: 85 St. 1 Pfd. 12 Loth.

Ansatz und Berechnung.

$$32 \mid 65324 = 2041 \text{ Pfd.} = 85$$

12 Lth. 1 Pfd.

(Rest). (Rest).

Hier wurden zuerst die Lothe zu Pfunden gemacht, gaben 2041 Pfd.; es blieben aber noch 12 Loth übrig; die gefundenen Pfunde zu Steinen waren 85 St. mit 1 übrigen Pfunde. Also: 65324 Loth = 85 Stein 1 Pfd. 12 Loth.

Dieses ist nun sehr leicht; deshalb bedarf es nicht mehrerer Aufgaben; nur mache man die Schüler bald darauf aufmerksam, wie viel Mittelsorten in einer Aufgabe der Art vorkommen, damit sie sogleich übersehen, was zu thun ist. So hat man z. B. zwischen Quentchen und Zentnern 2 Mittelsorten: Lothe und Pfunde, also 3 Mal zu dividiren; zwischen Thlr. und Pf. nur 1 Mittelsorte, Egr., 2 Mal zu multiplizieren.

Schwerer sind Aufgaben wie folgende:

5) 5436 Egr. sind wie viel Friedrichsstück, à 5 Thlr. 20 Egr.?

Berechnung und Erklärung.

5 Thlr. 20 Egr.

$$\begin{array}{r} 30 \\ \hline 170 \\ 17 \mid 543 \mid 6 = 31 \\ \hline 51 \\ \hline 33 \\ 17 \\ \hline 30 \mid 166 = 5 \\ \hline 150 \\ \hline 16 \end{array}$$

Man hat hier ein Friedrichsstück in Egr. verwandelt = 170 Egr.; mit dieser 170 in 5436 dividirt; es blieben 166 Egr. Diese wurden durch 30 auf Thlr. gebracht; es kommen 5 Thlr. 16 Egr. Mithin fehlen noch 4 Egr. zu 32 Friedrichsst. Also: 5436 Egr. = 31 Friedrichsstück 5 Thlr. 16 Egr.

(S. Aufg. z. Ziffern, 2tes Heft, 1ste Uebung, II, Zahl 1.)

6) 10 Pfennige, wie viel Thaler?

Antw.: $\frac{1}{24}$ Thaler.

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r} 10 \text{ Pf.} \quad 10 \mid 5 \\ \hline 288 \text{ Pf.} \quad 288 \mid 144 \text{ Thlr.} \end{array}$$

d. h., da zwischen Pf. und Thlr. die Mittelsorte Gr. liegt, so löse ich erst einen Thlr. oder 24 Gr. in Pf. auf, $24 \times 12 = 288$ Pf., und rechne nun 10 Pf. = $\frac{7}{8}$ Thlr., oder durch 2 gekürzt $\frac{7}{16}$.

7) 78 Pfd. 16 Loth 2 Quentch., wie viel Zentner?

Antw.: $\frac{7}{16}$ Ztr.

Ansatz und Berechnung.

78 Pfd. 16 Loth 2 Quentch. 110	$\times 32$	$\frac{10050}{14080}$ Ztr.
2512	3520	14080
4	4	

10050 Quentchen.

14080 Quentchen.

d. h., die gegebenen gleichartigen Größen, Pfd., Loth und Quentch., sind auf die kleinste Benennung gebracht, d. h. in Quentch. = 10050 Quentch. aufgelöst worden; hierauf auch 1 Ztr. = 14080 Quentch. Hievon machen die 10050 Quentch. den Zähler, 14080 Quentch. den Nenner = $\frac{10050}{14080}$ oder $\frac{7}{16}$ Zentner.

8) $\frac{1}{8}$ Buch, wie viel Ballen?

Antw.: $\frac{1}{8}$ Ballen.

Ansatz und Berechnung.

10 Rieß	$\frac{11}{3600}$ Ballen.
20	11
3600	3600

d. h., man löset 1 Ballen in Rieß, und diese wieder in Buch auf, = 200 Buch, und vervielfältigt sie mit dem Nenner 18, = 3600; der Zähler bleibt unverändert; also sind $\frac{1}{8}$ Buch gleich $\frac{1}{8}$ Ballen.

9) 48 Wochen 12 Tage $9\frac{1}{4}$ Stunden sind wie viel Theile vom Jahre?

Ansatz und Berechnung.

48 Wochen 12 Tage $9\frac{1}{4}$ St.

7	365	
348	24	
24	8760 St.	
8361 $\frac{1}{4}$ St.	4	
33447	35040	

Also: $\frac{33447}{35040} \frac{11149}{11680} \frac{3}{1}$ Jahre

d. h., die gegebenen gleichartigen Wochen, Tage und Stunden sind in lauter Viertelfunden aufgelöst worden, $= 21242$ Stunden, und ebenso auch 1 Jahr $= 35040$, wovon der Bruch $\frac{31242}{35040}$ entstanden, der gekürzt $= \frac{17142}{20000}$ Jahre.

C.

Verwandlung gleichartiger ungleichnamiger Münzen, Maße und Gewichte in einander.

I. Mündlich.

§. 139.

Entwickelung dieser Rechnung und Stufengang der Übung.

Thaler und Gulden (Florene) z. B. sind gleichartige ungleichnamige Münzen, die in verschiedenen Ländern Deutschlands üblich sind. Ein Thaler ist mehr als ein Gulden, weil der Thaler 30 Silbergroschen oder 24 Egr. und der Gulden nur 20 Egr. oder 16 Egr. enthält; d. h. ein Thaler hat 30 solcher Stücke, wie deren ein Gulden 20 hat. Ist nun 1 Egr. $= \frac{1}{20}$ Gulden, so müssen 30 Egr. ($= 1$ Thlr.) $= \frac{3}{2}$ Gulden, oder $1\frac{1}{2}$ Gulden, oder $1\frac{1}{2}$ Gulden, oder 1 Gulden 10 Egr. (8 Egr.). Umgekehrt: Ist 1 Egr. $= \frac{1}{30}$ Thaler, so müssen 20 Egr. ($= 1$ Gulden) $= \frac{2}{3}$ Thlr. oder $\frac{2}{3}$ Thlr. — Wenn 1 Gulden $= \frac{2}{3}$ Thlr., so kann man leicht berechnen, wie viel Thaler mehrere Gulden (z. B. 2, 3, 5, 9, 6 u. s. w. Gulden) sind; man multiplicirt nämlich $\frac{2}{3}$ Thlr. mit der gegebenen Guldenanzahl: 8 Gulden $= 8 \times \frac{2}{3}$ Thlr. $= \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$ Thlr.; 12 Gulden $= 12 \times \frac{2}{3}$ Thlr. $= \frac{24}{3} = 8$ Thlr. Umgekehrt sind z. B. 8 Thaler $= 8$ Mal $1\frac{1}{2}$ Gulden $= 12$ Gulden, 20 Thaler $= 20$ Mal $1\frac{1}{2}$ Gulden $= 30$ Gulden.

Das Vorstehende, wie das Folgende, muß vom Lehrer durchaus wieder fragweise behandelt werden. Die Schüler können Alles selber finden. Der Lehrer gebe nicht nur einzelne Aufgaben, wo Summen von Thalern in Gulden und Summen von Gulden in Thaler umgesetzt werden, sondern lasse auch Reihenfolgen bilden, wovon wir hier den Anfang zweier als Beispiel hersehen:

$$1 \text{ Thlr.} = 1\frac{1}{2} \text{ Guld.}$$

$$1 \text{ Guld.} = \frac{2}{3} \text{ Thlr.}$$

$$2 \text{ — } = 3 \text{ —}$$

$$2 \text{ — } = 1\frac{1}{2} \text{ —}$$

$$3 \text{ — } = 4\frac{1}{2} \text{ —}$$

$$3 \text{ — } = 2 \text{ —}$$

$$4 \text{ — } = 6 \text{ —}$$

$$4 \text{ — } = 2\frac{2}{3} \text{ —}$$

$$5 \text{ — } = 7\frac{1}{2} \text{ —}$$

$$5 \text{ — } = 3\frac{1}{2} \text{ —}$$

u. s. w.

u. s. w.

Groschen und Silbergroschen sind gleichartige ungleichnamige Münzen, wovon diese im Preussischen Staate, jene in Sachsen üblich sind. Ehemals hatte man auch in Preußen Groschen. Ein solcher Groschen war gleich $1\frac{1}{4}$ Sgr. (1 Sgr. 3 Pf.), 1 Sgr. aber galt $\frac{2}{3}$ Groschen; weil ein Thaler 24 Groschen oder 30 Silbergroschen enthält, so muß 1 Sgr. = $\frac{7}{24}$ von 30 Sgr. = $1\frac{5}{4}$ Sgr. = $1\frac{1}{4}$ Sgr.; oder 1 Sgr. mußte gleich sein dem 30sten Theil von 24 Sgr. = $\frac{2}{5} = \frac{2}{5}$ Sgr. Hiernach kann man den Werth einer Anzahl Groschen in Silbergroschen leicht berechnen, und umgekehrt. Um nämlich 8 Sgr. in Silbergroschen umzusetzen, rechnet der Anfänger so: Da 1 Sgr. = $1\frac{1}{4}$ Sgr., so müssen 8 Sgr. = 8 Mal $1\frac{1}{4}$ Sgr. = 10 Sgr. Will man umgekehrt z. B. 15 Sgr. in Groschen umsetzen, so rechnet man: Da 1 Sgr. = $\frac{2}{3}$ Sgr., so müssen 15 Sgr. = $15 \times \frac{2}{3}$ Sgr. = 10 Sgr. = 12 Sgr. — Der Königl. sächsische Groschen hat einen größern Silberwerth als der neue preussische Silbergroschen; denn 1 preuß. Silbergr. = $9\frac{1}{2}$ Pf. sächs. Münze und 1 Sgr. sächs. = 1 Sgr. $3\frac{1}{2}$ Pf. preuß. Hiernach sind 16 Sgr. sächs. = 16 Mal 1 Sgr. $3\frac{1}{2}$ Pf. preuß., und 20 Sgr. preuß. = 20 Mal $9\frac{1}{2}$ Pf. sächsisch. Ein Thaler sächs. = 1 Thlr. $1\frac{1}{2}$ Sgr. und 1 Thlr. preuß. = 22 Sgr. $10\frac{2}{3}$ Pf.

Man beachte die obige Bemerkung und lasse Aufgaben berechnen und Reihenfolgen bilden und lernen.
3. B.:

- 1) 18 Sgr. sind wie viel Sgr.?

Antw.: $22\frac{1}{2}$ Sgr.; denn 1 Sgr. = $1\frac{1}{4}$ Sgr., $18 \times 1\frac{1}{4}$ Sgr. = $22\frac{1}{2}$ Sgr.

- 2) 26 Sgr. sind wie viel Sgr.?

Antw.: $20\frac{2}{3}$ Sgr.; denn 1 Sgr. = $\frac{2}{3}$ Sgr., $26 \times \frac{2}{3}$ Sgr. = $17\frac{2}{3}$ Sgr. = $20\frac{2}{3}$ Sgr.

3) 6 Egr. sächs. sind wie viel Egr. preuß.?

Antw.: 7 Egr. $10\frac{1}{2}$ Pf.; denn 1 Egr. sächs. = 1 Egr. $3\frac{1}{4}$ Pf., 6 Mal 1 Egr. = 6 Egr. und $6 \times 3\frac{1}{4}$ Pf. = $1\frac{1}{2}$ Egr., $6 \times \frac{1}{4}$ Pf. = $\frac{3}{4}$ Egr. = $4\frac{1}{2}$ Pf., zusammen 7 Egr. $10\frac{1}{2}$ Pf.

4) 12 Egr. preuß. sind wie viel Egr. sächs.?

Antw.: 9 Egr. $1\frac{1}{2}$ Pf.; denn 1 Egr. preuß. = $9\frac{1}{2}$ Pf. sächs.; $12 \times 9\frac{1}{2}$ Pf. = 12×9 Pf. = 9 Egr. und $12 \times \frac{1}{2}$ Pf. = $\frac{1}{2}$ Egr. = $1\frac{1}{2}$ Pf., zusammen 9 Egr. $1\frac{1}{2}$ Pf.

Reihenfolgen:

1 Egr. = $1\frac{1}{4}$ Egr.

1 Egr. = $\frac{2}{3}$ Egr.

2 — = $2\frac{1}{2}$ —

2 — = $1\frac{1}{2}$ —

3 — = $3\frac{3}{4}$ —

3 — = $2\frac{2}{3}$ —

4 — = 5 —

4 — = $3\frac{1}{2}$ —

5 — = $6\frac{1}{4}$ —

5 — = 4 —

u. f. w.

u. f. w.

Glorene, Kreuzer und Pfennige sind rheinländische Münzen. Ein Pfennig rheinl. = $\frac{2}{3}$ Pf. preuß. oder $\frac{2}{3}$ Pf. sächs. Hiernach sind z. B. 8 rheinl. Pf. = 8 Mal $\frac{2}{3}$ Pf. preuß. = $6\frac{2}{3}$ Pf., oder 8 Mal $\frac{2}{3}$ Pf. sächs. = $5\frac{1}{3}$ Pf. — Ein Pfennig preuß. = $1\frac{1}{2}$ Pf. rheinl.; 1 Pf. sächs. = $1\frac{1}{2}$ Pf. rheinl.; 8 Pf. preuß. = 8 Mal $1\frac{1}{2}$ Pf. rheinl. = $10\frac{1}{2}$ Pf., und 8 Pf. sächs. = 8 Mal $1\frac{1}{2}$ Pf. rheinl. = 12 Pf. rheinl. = 3 Kreuzer. — Ein Kreuzer rheinl. = $3\frac{1}{2}$ Pf. preuß. oder $2\frac{2}{3}$ Pf. sächs.; folglich sind z. B. 6 Kr. rheinl. = $6 \times 3\frac{1}{2}$ Pf. preuß. oder 6 Mal $2\frac{2}{3}$ Pf. sächs. — Ein Egr. preuß. = 3 Krz. 2 Pf., 1 Egr. sächs. = 4 Krz. 2 Pf. Demnach sind z. B. 10 Egr. preuß. = 35 Krz. und 16 Egr. sächs. = 1 Guld. 12 Krz. — Ein Thaler preuß. = 1 Gl. 45 Krz., 1 Thlr. sächs. = 1 Gl. 48 Krz.

Man lasse hier die rheinl. Münzen bald mit den preussischen, bald mit den sächsischen vergleichen und berechnen. Z. B.:

1) 9 Pf. rheinl. sind wie viel preuß.?

Antw.: $7\frac{1}{2}$ Pf.; denn 1 Pf. rheinl. = $\frac{2}{3}$ Pf. preuß., $9 \times \frac{2}{3}$ Pf. = $7\frac{1}{2}$ Pf. preuß.

2) 10 Pf. preuß. sind wie viel rheinl.?

Antw.: $11\frac{1}{2}$ Pf.; denn 1 Pf. preuß. = $1\frac{1}{2}$ Pf. rheinl.;
 $10 \times \frac{1}{2}$ Pf. = 5 Pf. = $11\frac{1}{2}$ Pf.

- 3) 8 Pf. sächf., wie viel rheinl.?

Antw.: 12 Pfenn. rheinl.; denn 1 Pf. sächf. = $1\frac{1}{2}$ Pf.
 rheinl., $8 \times 1\frac{1}{2}$ Pf. = 12 Pf. rheinl.

- 4) 5 Pf. rheinl., wie viel sächf.?

Antw.: $3\frac{1}{2}$ Pf. sächf.; denn 1 Pf. rheinl. = $\frac{2}{3}$ Pf. sächf.;
 $5 \times \frac{2}{3}$ Pf. = $3\frac{1}{2}$ Pf. sächf.

- 5) 12 Krz. rheinl. = 3 Egr. $5\frac{1}{2}$ Pf. preuß.;

denn 1 Krz. rheinl. = $3\frac{1}{2}$ Pf. preuß., $12 \times 3\frac{1}{2}$ Pf. =
 36 Pfenn. + $5\frac{1}{2}$ Pfenn. = $42\frac{1}{2}$ Pfenn. = 3 Egr.
 $5\frac{1}{2}$ Pfenn. preuß.

- 6) 20 Krz. rheinl. = 4 Egr. $5\frac{1}{2}$ Pf. sächf.;

denn 1 Krz. = $2\frac{1}{2}$ Pf. sächf.; $20 \text{ Mal } 2\frac{1}{2}$ Pf. = $50\frac{1}{2}$
 Pf. = 4 Egr. $5\frac{1}{2}$ Pf.

- 7) 15 Egr. preuß. = 52 Krz. 2 Pf. rheinl.;

denn 1 Egr. preuß. = 3 Krz. 2 Pf. rheinl.; 15×3 Krz.
 2 Pf. = 52 Krz. 2 Pf. rheinl.

- 8) 12 Gl. rheinl. = 6 Thlr. 25 Egr. $8\frac{1}{2}$ Pf. preuß.;

denn 1 Gl. rheinl. = 17 Egr. $1\frac{1}{2}$ Pf.; 12×17 Egr.
 $1\frac{1}{2}$ Pf. = 6 Thlr. 25 Egr. $8\frac{1}{2}$ Pf.

- 9) 9 Thlr. preuß. = $15\frac{1}{2}$ Gl. rheinl.;

denn 1 Thlr. preuß. = 1 Gl. 45 Krz.; 9×1 Gl. = 9
 Gl.; 9×45 Krz. = $9 \times \frac{1}{2}$ Gl. = $4\frac{1}{2}$ = $6\frac{1}{2}$ Gl., zu-
 sammen $15\frac{1}{2}$ Gl.

- 10) 10 Thlr. sächf. = 18 Gl. rheinl.;

denn 1 Thlr. sächf. = 1 Gl. 48 Krz.; 10×1 Gl. = 10
 Gl.; 10×48 Krz. = $10 \times \frac{1}{2}$ Gl. = 5 Gl. = 8 Gl.,
 zusammen 18 Gl. rheinl.

- 11) 20 Gl. rheinl. = 11 Thlr. $2\frac{1}{2}$ Egr.;

denn 1 Gl. rheinl. = 13 Egr. 4 Pf. sächf.; 20×13 Egr.
 = 260 Egr. = 10 Thlr. 20 Egr.; $20 \times \frac{1}{2}$ Egr. =
 $6\frac{1}{2}$ Egr., zusammen also 11 Thlr. $2\frac{1}{2}$ Egr.

Aus diesen Beispielen wird Lehrern und Schülern das
 Verfahren bei mündlicher Berechnung solcher Aufgaben so
 deutlich geworden sein, daß, falls noch andere Münzen
 mit einander vergleichungsweise berechnet werden sollten,
 wobei die aufgestellte Münztabelle in der Einleitung A. 3.
 benutzt werden kann, keine Zweifel obwalten werden.

Nun noch einige zusammengesetzte Aufgaben:

12) 3 Thlr. 8 Sgr., wie viel fl.?

Antw.: 4 Fl. 18 Egr.; denn 3 Thlr. 8 Egr. = $3\frac{4}{7}$
 Thlr., $3\frac{4}{7}$ Thlr. = $\frac{4}{7}$ Thlr., 1 Fl. = $\frac{2}{7}$ Thlr., $\frac{4}{7}$
 $\times \frac{7}{2}$ Fl. = $\frac{14}{2}$ Fl. = $4\frac{0}{2}$ Fl. = 4 Fl. 18 Egr.

13) $15\frac{1}{2}$ Guld., wie viel Rthlr.?

Antw.: $10\frac{1}{2}$ Thlr.; denn 1 Guld. = $\frac{2}{3}$ Thlr., $15\frac{1}{2}$ Gul-
 den = $\frac{31}{2}$ Guld., $\frac{31}{2} \times \frac{2}{3}$ Thlr. = $\frac{31}{3}$ Thlr. = $10\frac{1}{3}$
 Thlr. = 10 Thlr. 10 Gr.

14) 10 alte Rubel (à 1 Thlr. 5 Sgr.), wie viel preuß. Thlr.?

Antw.: $11\frac{2}{3}$ Thlr.; denn 1 Rubel = $1\frac{2}{3}$ Thlr. = $\frac{5}{3}$ Thlr.,
 $10 \text{ Rubel} = 10 \times \frac{5}{3} \text{ Thlr.} = \frac{50}{3} \text{ Thlr.} = 11\frac{2}{3} \text{ Thlr.}$
 $= 11 \text{ Thlr. } 20 \text{ Sar.}$

15) 4 Dukaten (à 3 Thlr. 4 Ggr.), wie viel Friesdrichs'dor (à 5 Thlr. 12 Ggr.)?

Antw.: 2 Friedrichsd'or 1 Thlr. 16 Ggr.; denn 1 Duf.
 = $3\frac{1}{2}$ Thlr. = $\frac{7}{2}$ Thlr., 1 Friedrichsd. = $5\frac{1}{2}$ Thlr.
 = $\frac{11}{2}$ Thlr. = $\frac{11}{2}$ Thlr.; 1 Duf. = $\frac{11}{2}$ Grdchsd.,
 4 Duf. = $4 \times \frac{11}{2}$ Grdchsd. = $\frac{22}{1}$ Grdchsd. = $2\frac{2}{3}$
 Grdchsd. = 2 Friedrichsd'or 1 Thlr. 16 Ggr.

16) 5 Friedrichsd'or (à 5 Thlr. 12 Ggr.), wie viel
Dufaten (à 3 Thlr. 4 Ggr.)?

Antw.: 8 Duf. 2 Thlr. 4 Ggr.; denn 1 Grdchsd. = $\frac{2}{3}$ Thlr., 1 Duf. = $\frac{7}{8}$ Thlr.; also ist ein Grdchsd. = $\frac{1}{12}$ Duf., 5 Grdchsd. demnach 5 Mal $\frac{1}{12}$ Duf. = $\frac{5}{12}$ Duf. = $8\frac{1}{3}$ Duf. = 8 Duf. 2 Thlr. 4 Ggr.

17) 6 Speziesthaler, wie viel Rthlr.?

Antw.: 8 Rthlr.; denn 1 Speziesthlr. = $\frac{4}{3}$ Rthlr., 6
Speziesthlr. = $6 \times \frac{4}{3}$ Thlr. = $2\frac{2}{3}$ Thlr. = 8 Rthlr.;
folglich u. s. w.

18) 12 Laubthaler, wie viel find's Speziesthaler,
Rthlr., Gulden?

Antw.: $13\frac{1}{2}$ Speziesthlr. 18 Rthlr. 27 Guld.; denn
 1 Laubthlr. = $\frac{2}{3}$ Speziesthlr., oder $\frac{3}{2}$ Thlr., oder $\frac{3}{2}$
 Gulden; folglich sind: a) 12 Laubthlr. = $12 \times \frac{2}{3}$
 Speziesthlr. = 8 Speziesthlr. = $13\frac{1}{2}$ Spezie-
 thaler; — b) 12 Laubthlr. = $12 \times \frac{3}{2}$ Rthlr. =

$2\frac{1}{2}$ Rthlr. = 18 Reichsthaler; — c) 12 Laubthlr. = $12 \times \frac{1}{2}$ Guld. = $12\frac{1}{2}$ Guld. = 27 Gulden.

Auf gleiche Weise verwandelt man Rthlr., Gulden u. s. w. in Laubthlr., Speziesthlr. u. s. w.

Aus dieser Auseinandersetzung geht hervor, daß man die in zwei oder mehreren Ländern üblichen Münzen mit einander vergleichen und ihren Werth nach den einheimischen bestimmen kann, d. h. man kann untersuchen: „Wie viel eine gewisse Anzahl der einen Sorte in irgend einer andern, welche in selbigem Lande oder in einem fremden Lande üblich ist, beträgt“. — Die allgemeine Regel, wonach diese Verwandlung geschieht, ist:

„Man sieht, wie viel eine Einheit der zu verwandelnden Größe in der verlangten andern ausmacht, und multipliziert die gefundene Zahl mit der gegebenen Größe; das Produkt ist die gesuchte Zahl.“

(Siehe Aufg. 3. Kopfrechnen, 23 Heft, Seite 16—18.)

Eben so verhält sich's mit den Maaßen und Gewichten, die in verschiedenen Ländern und Staaten auch verschieden sind, wie aus dem Maaß- und Gewichtsverzeichnisse der Einleitung B. und C. zu ersehen ist, und deren gegenseitige Vergleichung und Berechnung auch nach obiger einfacher Regel geschieht. Da man aber bei der mündlichen Berechnung es mit zu großen Zahlen zu thun hat, so ist die Ausrechnung hiesher gehöriger Aufgaben mehr Sache des Zifferrechnens. Doch wollen wir hier ein paar Beispiele geben:

1) 10 Mandel sind wie viel Duzend?

Antw.: 12 Duz. 6 St.; denn 1 Mandel = 15 St.,
1 Duz. = 12 Stück; 1 Mandel ist also gleich $\frac{5}{4}$
Duzend = $\frac{1}{4}$ Duzend; folglich sind 10 Mandel
= 10 Mal $\frac{1}{4}$ Duzend = $\frac{10}{4}$ Duzend = $2\frac{1}{2}$ Duz.

2) 8 Duzend sind wie viel Mandel?

Antw.: 6 $\frac{1}{2}$ Mandel; denn 1 Duzend = $\frac{4}{5}$ Mandel;
8 Duzend = 8 Mal $\frac{4}{5}$ Mandel = $\frac{32}{5}$ Mandel =
6 $\frac{1}{2}$ Mandel.

Scholz Anweis. Th. II.

3) 12 Ellen sächf. sind wie viel preuß.?

Antw.: $9\frac{1}{2}$ Ell. $+$ $\frac{1}{2}$ Ell.; denn 1 Elle sächf. $= \frac{1}{2}$ Ell. $+$ $\frac{1}{2}$ Ell. preuß.; 12 Ell. sächf. $= 12 \times \frac{1}{2}$ Ell. $+$ $12 \times \frac{1}{2}$ Ell. $= 9\frac{1}{2}$ Ell. $+$ $\frac{1}{2}$ Ell.

4) 20 Ellen preuß. sind wie viel sächf.?

Antw.: $23\frac{1}{2}$ Ell. sächf.; denn 1 Elle preuß. $= 1\frac{1}{2}$ Ell. sächf.; 20 Mal 1 Elle $+$ $20 \times \frac{1}{2}$ Ell. $= 23\frac{1}{2}$ Ell. sächf.

§. 140.

Einige vermischte Aufgaben.

Vor dem Uebergange von der Reduktion zum Rechnen der folgenden Uebungen lasse man im bunten Durcheinander Aufgaben berechnen, denen die drei bis jetzt eingeübten Reduktionsrechnungen zum Grunde liegen.

3. B.:

1) Ein Mann hat 15 Gulden einzuziehen; man bezahlt sie ihm in Thalern; wie viel Thaler wird er empfangen?

Antw.: 10 Thlr.; denn 1 Guld. $= \frac{2}{3}$ Thlr.; $15 \times \frac{2}{3}$ Thlr. $= 10$ Thlr.

2) A. fragte B., wie viel Thaler er bei sich habe. Mein Geld, sagte B., besteht in lauter Groschen: nimmst du $6 \times 8 \times \frac{1}{2}$ von jedem Groschen, so gibt die gefundene Zahl die Anzahl von halben Thalern, die ich besitze; wie viel betragen diese in Groschen?

Antw.: 12 Thlr. $= 288$ Gr.; denn $6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 48$ Fünftel. Da die Zahl $\frac{1}{2}$ $=$ ebensoviel halben Thalern, so muß B. $\frac{1}{2}$ Thlr. $= 24$ Thlr. $= 576$ Gr.

3) Ein Kind hatte 200 Tage gelebt; wie viel Monate ist es alt geworden?

Antw.: 6 Monate 20 Tage; denn da 30 Tage $= 1$ Monat, so betragen 200 Tage $\frac{200}{30}$ Monat $= 6\frac{2}{3}$ M. $= 6$ Monat 20 Tage.

4) Einer hatte den 5. Theil eines Thalers in lauter Kupferpfennigen unter Arme vertheilt; wie viel Kupferpfennige also?

Antw.: 72 Kupferpf.; denn $\frac{1}{5}$ Thlr. $= 6$ Gr.; 1 Gr. $= 12$ Kpfpf., 6×12 Kpfpf. $= 72$ Kpfpf.

5) Ein aus 8 Bänden bestehendes gedrucktes Buch enthielt 480 Bogen; wie viel Rieß sind dieß?

Antw.: 1 Rieß Schreibpapier; denn 24 Bogen = 1 Buch; 480 Bogen = $\frac{480}{24}$ Buch = 20 Buch; dieß ist 1 Rieß.

6) $\frac{5}{8}$ Wsp. sind wie viel Meßen?

Antw.: 240 Mh.; denn $\frac{1}{8}$ Wsp. = 3 Schfl. = 48 Mh.; $\frac{5}{8}$ Wsp. = 5×48 Mh. = 240 Meßen.

7) Ein Russe setzte seine Baarschaft von 20 Rubeln (à 1 Thlr. 5 Sgr.) in preuß. Scheidemünze um; wie viel Sgr. und Thlr. erhielt er?

Antw.: 700 Sgr., 23 $\frac{1}{2}$ Thlr.; denn da 1 Rubel = $1\frac{1}{2}$ Thlr., so betragen 20 Rubel $20 \times 1\frac{1}{2}$ Thlr. = 23 $\frac{1}{2}$ Thlr. oder 700 Sgr.

(S. Aufgaben zum Kopfrechnen, 2. Heft, S. 18.)

II. Schriftlich.

§. 141.

Gesetz und Darstellungsweise durch Ziffern.

Hier findet folgende allgemeine Regel Anwendung: Untersuche, wie viel Mal die Anzahl der Theile der GröÙe, wonach gefragt wird, in der Anzahl der Theile der zu verwandelnden GröÙen enthalten sei; d. h., Vielfältige die gegebene GröÙe mit ihrer Redukzionszahl, und theile das Produkt durch die Redukzionszahl der Art, in welche die andere verwandelt werden soll; der Quotus ist die verlangte Anzahl. Z. B.:

1) 215 Thlr., wie viel Fl.?

Antw.: 322 $\frac{1}{2}$ Fl.

Berechnung und Erklärung.

$$\begin{array}{r} 215 \\ 24 \\ \hline 860 \\ 430 \\ \hline 16 \overline{) 5160} = 322 \text{ Fl.} \\ 8 \text{ Gr.} \end{array}$$

1 Thlr. = 24 Sgr.; 1 Fl. = 16 Sgr.; 215 Thlr. = 215×24 Sgr. = 5160 Sgr.; die gleichartigen Theile, 16, in 5160 = 322 Mal enthalten; $\frac{1}{2}$ Fl. = 8 Sgr.; folglich: 215 Thlr. = 322 $\frac{1}{2}$ Fl. oder 322 Fl. 8 Sgr.

Kürzer:

24 Egr. (1 Thlr.) 16 Egr. (1 Gl.)

3 (= 3 × 8) 2 (= 2 × 8)

215

$$2 \overline{) 645} = 322\frac{1}{2} \text{ Gl.}$$

 $\frac{1}{2}$ Gl.

Hier sind 24 Egr. u. 16 Egr.
gekürzt mit 8 oder in 3×8 und
in 2×8 Theile zerlegt worden,
d. h., 1 Thlr. hat 3 Theile, wie 1
Gl. 2 Theile hat; 215 Thlr. haben
also 215×3 Theile oder 645; durch 2 getheilt = $322\frac{1}{2}$ Gl.

2) 2370 Gl., wie viel Thlr.?

Antw.: 1580 Thlr.

Berechnung und Erklärung:

20 Egr. (1 Gl.) 30 Egr. (1 Thlr.)

2370

$$3 \overline{) 4740} = 1580 \text{ Thlr.}$$

Hier sind 20 Egr. und 30 Egr. durch Wegstreichen
der Endnullen gekürzt, wodurch die beiden Zahlen in $2 \times$
10 und 3×10 zerlegt worden sind; hierauf ist die gegebene
Guldenzahl mit 2 vervielfältigt und das Produkt durch
3 getheilt worden, = 1580 Gl.

3) 5895 Speziesthlr., a) wie viel Thlr., b) wie viel Laubthaler?

Antw.: a) 7860 Thlr., b) 5240 Laubthaler.

Ansatz und Berechnung.

a) 32 Egr. (1 Speziesthlr.) 24 Egr. (1 Thlr.)

4

3

5895

$$3 \overline{) 23580} = 7860 \text{ Thlr.}$$

b) 32 Egr. (1 Spezthlr.) 16 Egr. (1 Laubthlr.)

8

9

5895

$$9 \overline{) 47160} = 5240 \text{ Laubthlr.}$$

4) 15632 Thaler sind a) wie viel Speziesthaler, b) wie viel Laubthlr.?

Antw.: a) 11724 Speziesthlr., b) 10421 $\frac{1}{2}$ Laubthlr.

Ansatz und Berechnung.

a) 24 Egr. (1 Thlr.) 32 Egr. (1 Speziesthlr.)
 $\begin{array}{r} 3 \qquad \qquad 4 \\ 15632 \end{array}$

4 | 46896 = 11724 Speziesthlr.

b) 24 Egr. (1 Thlr.) 36 Egr. (1 Laubthlr.)
 $\begin{array}{r} 2 \qquad \qquad 3 \\ 15632 \end{array}$

3 | 31264 = 10421 $\frac{1}{3}$ Laubthlr.

5) 546 Thlr. 20 Egr., wie viel Fl.?

Antw.: 820 Fl.

Ansatz und Berechnung.

546 Thlr. 20 Egr.
 $\begin{array}{r} 30 \\ 210 \end{array}$

210 | 164010 = 820 Fl.

16

4

4

0

6) 1352 $\frac{2}{3}$ Fl., wie viel Speziesthlr.?

Antw.: 676 $\frac{1}{3}$ Speziesthlr.

Ansatz und Berechnung.

18 Egr. (1 Fl.) 32 Egr. (1 Speziesthlr.)
 $\begin{array}{r} 1352\frac{2}{3} \end{array}$

2 | $\frac{4058}{3} = 40\frac{58}{3} = 676\frac{1}{3}$ Speziesthlr.

7) 396 alte Rub. (à 1 Thlr. 4 Egr.), wie viel preuß. Thaler?

Ansatz und Berechnung.

28 Egr. (1 Rubel) 24 Egr. (1 pr. Thlr.)
 $\begin{array}{r} 7 \qquad \qquad 6 \\ 396 \end{array}$

6 | 2772 = 462 preuß. Thlr.

8) 219 Dukaten (à 3 Thlr. 5 Egr.), wie viel Friedrichsd'or (à 5 Thlr. 15 Egr.)?

Antw.: 126 Friedrichsd. 15 Egr.

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r}
 3 \text{ Thlr. } 5 \text{ Sgr. (1 Duk.) } 5 \text{ Thlr. } 15 \text{ Sgr.} \\
 30 \qquad \qquad \qquad 30 \text{ (1 Frdchsd.)} \\
 \hline
 88 \text{ Sgr.} \qquad \qquad \qquad 188 \text{ Sgr.} \\
 19 \qquad \qquad \qquad 33 \\
 \hline
 219 \qquad \qquad \qquad \\
 \hline
 1971 \\
 219 \\
 \hline
 33 \mid 416.1 = 126 \text{ Frdchsd.} \\
 4158 \\
 \hline
 3 \\
 165 \\
 \hline
 33 \mid 495 = 15 \text{ Sgr.}
 \end{array}$$

B. Nebenübungen.

Erste Nebenübung.

Berechnung der Reduktionsaufgaben durch den Kettenfaß.

§. 142.

Entwicklung des Kettenfaßes.

a) Bekanntlich hat man bei den Reduktionsaufgaben multiplizierende und dividierende Zahlen. Soll man z. B. berechnen, wie viel Groschen 215 Thaler sind, so multipliziert man 215 mit 24; und will man sehen, wie viel Thaler 576 Groschen sind, so dividirt man 576 durch 24; dort gibt das Produkt, hier der Quotus die gesuchte Zahl. Außer dem gewöhnlichen Ansatz kann man sich hier auch des folgenden bedienen:

$$\begin{array}{r}
 ? \text{ Sgr.} = 215 \text{ Thlr.} \qquad ? \text{ Thlr.} = 576 \text{ Sgr.} \\
 1 \text{ Thlr.} = 24 \text{ Sgr.} \qquad 24 \text{ Sgr.} = 1 \text{ Thlr.} \\
 \hline
 5160 \text{ Sgr.} \qquad \qquad 24 \mid 576 = 24 \text{ Thlr.}
 \end{array}$$

Man sieht, daß auf diese Weise die Zahlen so zu ste-

hen kommen, wie man bei der wirklichen Rechnung damit zu verfahren hat. Jenen Ansatz liest man: Wie viel Groschen sind gleich 215 Thaler, wenn 1 Thlr. gleich ist 24 Ggr.? diesen: Wie viel Thaler sind gleich 576 Ggr., wenn 24 Ggr. sind 1 Thlr.?

Wäre die Aufgabe gestellt: 219 Dukaten à 3 Thlr. 5 Ggr. sind wie viel Friedrichsd'or à 5 Thlr. 15 Ggr.? so bekommt der Ansatz folgende Gestalt:

$$? \text{ Frd'or} = 219 \text{ Duk.}$$

$$1 \text{ Duk.} = 95 \text{ Ggr. (3 Thlr. 5 Ggr.)}$$

$$165 \text{ Ggr. (5 Thlr. 15 Ggr.)} = 1 \text{ Frd'or.}$$

Man spricht hier: Wie viel Frd'or sind 219 Duk., wenn 1 Duk. 95 Ggr., und 165 Ggr. 1 Frd'or sind? Vergleicht man nun diesen Ansatz mit dem derselben Aufgaben, der 8ten oder letzten des vorigen Paragraphen, so findet man hier die Uebereinstimmung mit jenem, daß die zu multiplizirenden Zahlen (219×95) unter einander in der rechten Kolonne und die zu dividirende Zahl (165) vorn in der linken Kolonne stehen, ganz so, wie man sie bei der wirklichen Berechnung braucht.

Die Schüler sind im Ansatz und in der Berechnung solcher Aufgaben fleißig zu üben.

Hieße es: „Wie viel Gulden sind 215 Thlr.“ so würde man den Ansatz auf folgende Weise machen können:

$$? \text{ Guld.} = 215 \text{ Thlr.}$$

$$1 \text{ Thlr.} = 24 \text{ Ggr.}$$

$$16 \text{ Ggr.} = 1 \text{ Guld.}$$

Man spricht nämlich: Wie viel Gulden sind 215 Thlr., wenn 1 Thlr. = 24 Ggr., und 16 Ggr. = 1 Guld.? und rechnet nun: $(215 \times 24) : 16$, ganz so, wie bei der 1. Aufg. des vorigen Paragraphen.

Da 2 Thlr. = 3 Gulden (denn 2 Thlr. = 48 Ggr. und 3 Gulden = 48 Ggr.), so kann der Ansatz auch auf folgende verkürzte Weise gemacht werden:

$$? \text{ Guld.} = 215 \text{ Thlr.}$$

$$2 \text{ Thlr.} = 3 \text{ Guld.}$$

Hier rechnet man: $(215 \times 3) : 2$; indem man 215

Thlr. 3 Mal nimmt, hat man angenommen, als betrüge 1 Thlr. 3 Gulden; da aber 2 Thlr. (also noch ein Mal so viel Thaler) erst 3 Gulden sind, so muß das Produkt durch 2 getheilt werden, weil nur halb so viel kommen soll.

Noch anders:

Da 1 Gulden = $\frac{2}{3}$ Thlr., so setzt man auf folgende Weise die Zahlen an:

$$? \text{ Guld.} = 215 \text{ Thlr.}$$

$$\frac{2}{3} \text{ Thlr.} = 1 \text{ Guld.}$$

So oft nämlich $\frac{2}{3}$ Thlr. in 215 Thlr. enthalten sind, so viel Gulden müssen es sein; $215 : \frac{2}{3} = \frac{215 \times 3}{2}$. Man

sieht, daß hier ganz so gerechnet wird, wie beim vorigen Ansatz. Deshalb streicht man den Nenner im Divisor und schreibt ihn unter die multiplizirende Reihe; so:

$$? \text{ Guld.} = 215 \text{ Thlr.}$$

$$\frac{2}{3} \text{ Thlr.} = 1 \text{ Guld.}$$

$$\frac{2}{3}$$

b) Nicht immer sind die Reduktionsaufgaben von der Art, daß sich die gegebene Summe einer Münze u. s. w. in eine andere unmittelbar verwandeln ließe, oder daß von der zu verwandelnden Summe einer Münze der Werth einer Einheit derselben in einer andern angegeben wäre. Es sei z. B. gefragt, wie viel 120 Gulden rheinisch in sächsischen Thalern betragen. — Wir können rheinische Gulden nicht unmittelbar zu sächsischen Thalern machen, sondern müssen zuerst sehen, wie viel sächsische Gulden es sind, und diese dann zu sächsischen Thalern machen. Die Aufgabe zerfällt also in folgende zwei Fragen:

1) Wie viel Gulden sächsisch sind 120 Gulden rhein., wenn 6 Gulden rhein. = 5 Gulden sächs.?

2) Wie viel Thaler sächs. betragen die gefundenen Gulden sächs., wenn 3 Guld. sächs. = 2 Thlr. sächs.?

und wir bilden daraus folgenden Ansatz zur schriftlichen Berechnung:

$$\begin{array}{ll} ? \text{ Thlr. sächs.} = 120 \text{ Guld. rhein.} & \text{d. h., 120 Guld. rhein.} \\ 6 \text{ Guld. rhein.} = 5 \text{ Guld. sächs.} & \text{sind so viel Thlr. sächs.,} \\ 3 \text{ Guld. sächs.} = 2 \text{ Thlr. sächs.} & \text{als 3-Mal 6 in } 120 \times \\ & 5 \times 2 \text{ enthalten ist.} \end{array}$$

Worauf gründen sich aber dieser Ansatz und dieses Verfahren? — Darauf: Schreiben wir 120 Gulden an die Tafel. Nun heißt es: Betragen 6 Guld. rhein. nur einen Gulden sächsisch, so brauchten wir bloß mit 6 in 120 zu dividiren, um die Anzahl der Gulden sächsisch zu erhalten; also:

$$\frac{120}{6}$$

Da aber 6 Gulden rhein. fünf Gulden sächs. ausmachen, so muß 5 Mal so viel, als der vorstehende Bruch beträgt, herauskommen; wir multipliziren demnach den Zähler 120 mit 5, und setzen:

$$\frac{120 \times 5}{6} = 100 \text{ Guld. sächs.}$$

Das wären also die sächsischen Gulden. Diese verwandeln wir nun in sächsische Thaler. Betragen 3 Gulden sächs. einen Thaler sächs., so brauchten wir bloß mit 3 in die Guldenzahl zu dividiren, um die Thaler zu erhalten; wir multipliziren also den Nenner mit 3,

$$\frac{120 \times 5}{6 \times 3}$$

Da aber 3 Guld. sächs. zwei Thaler betragen, so muß zwei Mal so viel kommen, als der Bruch in seiner jetzigen Gestalt beträgt; wir müssen also mit 2 multipliziren,

$$\frac{120 \times 5 \times 2}{6 \times 3}$$

So erhält man die sächsischen Thaler. Nun vergleiche man den Zähler $120 \times 5 \times 2$ mit den Zahlen der Reihe rechts in obigem Ansätze und den Nenner 6×3 mit den Zahlen der Reihe links daselbst, und man wird sich von der Gründlichkeit und Einfachheit dieses Ansatzes überzeugen.

Vor der Verechnung kürzen wir noch, und erhalten:

$$\frac{120}{6 \times 3} = \frac{200}{3} \text{ oder: } \begin{array}{l} ? \text{ Thlr. s.} = 120 \text{ Guld. rh.} \\ 6 \text{ Guld. rh.} = 5 \text{ Guld. s.} \\ 3 \text{ Guld. s.} = 2 \text{ Thlr. s.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 3 \overline{) 200} = 66\frac{2}{3} \text{ Thlr. s.} \end{array}$$

Wenn wir diesen letzten Ansatz näher betrachten, so finden wir, daß derselbe mit der Frage, die durch ein ? oder durch ein x bezeichnet wird, beginnt, und daß jede neue Reihe mit derselben Art von GröÙe anfängt, mit der die vorhergehende endigt, bis die letzte Zahl der rechten Säule mit der ersten Zahl der linken Reihe oder mit der Frage einerlei Benennung führt. Auf diese Weise kommen die Zahlen des Zählens ($120 \times 5 \times 2$) rechts, die Zahlen des Nenners links zu stehen. Man könnte diese Säulen durch die Namen Zähler- und Nennersäule unterscheiden, wofür man aber gewöhnlich Multiplikations- und Divisionsäule sagt. Wegen der kettenartigen Verbindung der Zahlen, die auch Glieder heißen, hat dieser Ansatz den Namen Kettenansatz und diese Berechnung der Reduktionsaufgaben den Namen Kettenrechnung erhalten. Die letzte Zahl greift gleichsam in die erste ein und schließt die Kette. Die Zahlenbenennungen, die in der Aufgabe nicht unmittelbar vorkommen, die aber erforderlich sind, um einen ununterbrochenen Kettenansatz zu bilden und um einerlei Benennung herbeizuführen, oder auch, um zu verhüten, daß man keine kleinere oder größere Sorte, als verlangt wird, erhalte, werden Mittel- oder Ergänzungszahlen genannt; sie müssen immer angegeben oder als bekannt vorausgesetzt werden.

c) So faßlich wir auch den Kettenansatz entwickelt zu haben glauben, so wird es doch nicht überflüssig sein, hier noch einige Aufgaben, vollständig berechnet, mitzutheilen:

1) Wie viel Gulden sächsisch sind 516 Spezies-thaler?

Bevor hier die Berechnung vorgenommen werden kann, muß noch ergänzt werden, daß 3 Spezthlr. = 4 Thlr. sächs. und daß 2 Thlr. sächs. = 3 Guld. sächs. (Ergänzungszahlen). — Wenn 3 Spezthlr. einen Thaler sächs. machten, so würden 516 Spezthlr. so viel Thaler betragen, als 3 Spezthlr. in 516 Spezthlr. enthalten sind, d. h. $\frac{516}{3}$. Da aber 3 Spezies-thlr. vier Thaler sächs. machen, so muß 4 Mal so viel kommen; wir

setzen also $\frac{516 \times 4}{3}$. — Beträgen 2 Thlr. einem Gulden sächs., so würden $\frac{516 \times 4}{3}$ so viel Gulden betragen, als 2 Thlr. in $\frac{516 \times 4}{3}$ Thlr. enthalten sind; man dividirt also und setzt: $\frac{516 \times 4}{3 \times 2}$. Da aber 2 Thaler = drei Gulden, so muß 3 Mal mehr kommen, folglich steht: $\frac{516 \times 4 \times 3}{3 \times 2}$.

Daraus bilden wir folgenden Kettenfah:

? Guld. sächs. = 516 Spezthlr.	? = 816
3 Spezthlr. = 4 Thlr. sächs. oder:	8 = 4
2 Thlr. sächs. = 3 Guld. sächs.	2 = 3
	172
	2
	1032 Guld.

Oder:

? Guld. sächs. = 516 Spezthlr.	d. h., 516 Spezthlr.
1 Spezthlr. = 32 Ggr. sächs.	= 516 × 32 Ggr.;
16 Ggr. = 1 Guld. sächs.	da 16 Ggr. = 1 Guld.,
	so sind 516 × 32 Ggr.
	so viel Gulden, als
1032 Gulden.	

16 Ggr. in dem Produkte enthalten sind. Da sich 16 Ggr. gegen 32 Ggr. kürzen lassen, so haben wir bloß 516 zwei Mal zu nehmen, = 1032.

2) Wie viel Laubthaler sind 1200 Gulden rhein.?

Hier ist vor dem Ansatz noch zu ergänzen, daß 6 Guld. rhein. = 5 Guld. sächs., ferner, daß 3 Guld. sächs. = 2 Thlr. sächs., und endlich, daß 3 Thlr. sächs. = 2 Laubthaler. Nun ist die Schlussfolge: Wenn 6 Guld. rhein. einen Gulden sächs. machten, so wäre der 6te Theil von

1200 Gulden rhein. = 200 Gulden sächs., also: $\frac{1200}{6}$.

Da aber 6 Gulden rhein. fünf Gulden sächs. sind, so muß 5 Mal so viel kommen, also: $\frac{1200 \times 5}{6}$ sächs. —

Wären 3 Guld. ein Thaler sächs., so müßten $\frac{1200 \times 5}{6}$ Guld. sächs. so viel Thaler sächs. betragen, als 3 Guld. in jener sächs. Guldenzahl enthalten sind, d. h. $\frac{1200 \times 5}{6 \times 3}$. Drei Gulden sächs. sind aber zwei Thaler sächs., folglich nimmt man jenen Quotus 2 Mal, also: $\frac{1200 \times 5 \times 2}{6 \times 3}$ Thlr. sächs. — Beträgen 3 Thlr. sächs. einen Pöthlr., so müßte das letzte Produkt, d. h. $\frac{1200 \times 5 \times 2}{6 \times 3}$, so viel Laubthaler sein, als 3 Thlr. in dieser Summe enthalten sind; man dividirt sie also, und erhält: $\frac{1200 \times 5 \times 2}{6 \times 3 \times 3}$. Es sind aber 3 Thlr. sächs. zwei Laubthaler, folglich kommt 2 Mal zu wenig; man setzt also: $\frac{1200 \times 5 \times 2 \times 2}{6 \times 3 \times 3}$. Dieß gibt folgende Kette:

?	Pöthlr.	=	1200	Guld. rh.	?	℥200
6	Guld. rh.	=	5	Guld. s.	oder: 6	5
3	Guld. s.	=	2	Thlr. s.	3	2
3	Thlr. s.	=	2	Pöthlr.	3	2
						200
					9	4000 = 444 $\frac{4}{9}$ Pöthlr.

d. h., man kürzt erst 6 gegen 1200; daraus erhält man $200 \times 2 \times 2 \times 5$.

Auch folgender Kettenatz führt zu einem richtigen Resultate:

?	Pöthlr.	=	1200	Guld. rh.	?	1200
1	Guld. rh.	=	$\frac{5}{2}$	Guld. s.		$\frac{5}{2}$
1	Guld. s.	=	16	Ggr. s.	oder: 1	6
24	Ggr. s.	=	1	Thlr. s.	1	16
1 $\frac{1}{2}$	Thlr. s.	=	1	Pöthlr.	24	1
					$\frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \right)$	1
					6	2

Erklärung: Wenn 1 Gulden rhein. = $\frac{5}{2}$ Gulden

sächs.; so würden 1200 Guld. rhein. = $\frac{1200 \times 5}{6}$ Guld.

sächsisch; da 1 Gulden sächs. = 16 Ggr. sächs., so müssen

$\frac{1200 \times 5}{6}$ Gulden = $\frac{1200 \times 5 \times 16}{6}$ Ggr.; da 24 Ggr. = 1

Thlr., so beträgt jene Summe von Groschen so viel Thaler,

als 24 Ggr. darin enthalten sind; also: $\frac{1200 \times 5 \times 16}{6 \times 24}$

Thlr. Wenn $\frac{2}{3}$ Thlr. = 1 Laubthlr., so sind $\frac{1200 \times 5 \times 16}{6 \times 24}$

Thlr. so viel Laubthaler, als $\frac{2}{3}$ Thlr. darin enthalten sind,

man dividirt also jene Summe durch $\frac{2}{3}$, d. h. man nimmt

sie $\frac{3}{2}$ Mal; es steht also: $\frac{1200 \times 5 \times 16 \times 2}{6 \times 24 \times 3}$. Daraus er-

klärt sich's, worauf sich das gegenseitige Setzen der Nenner in die entgegengesetzte Säule gründet, der Nenner der Multiplikations säule wird in die Divisions- und der Nenner der letztern in die Multiplikations säule gesetzt, und dann wie gewöhnlich gerechnet.

3) $100\frac{2}{3}$ Thlr. preuß. sind wie viel Guld. rheinisch?

Hier ergänze man zuerst, daß 6 Gulden rhein. = 5 Gulden sächs., ferner, daß 20 Gulden sächs. = 21 Guld. preuß., endlich, daß 3 Gulden preuß. = 2 Thlr. preuß., und bilde nun folgenden Kettenansatz:

? Guld. rh.	=	$100\frac{2}{3}$ Thlr. preuß.	?	804
		$(\frac{5}{3})$		
2 Thlr. preuß.	=	3 Guld. preuß. oder:	8	252
21 Guld. preuß.	=	20 Guld. sächs.	2	3
5 Guld. sächs.	=	6 Guld. rh.	217	204
			5	6
			35	6048
			=	$172\frac{2}{3}$ Guld. rh.

Man richtet $100\frac{2}{3}$ Thlr. ein, = $200\frac{2}{3}$ Thlr., setzt den Nenner aus bekannten Gründen in die Divisionsreihe, und kürzt endlich die Zahlen gegenseitig so oft, als sich's thun läßt. Die übrige Beweisführung ist nun leicht aus den Auseinandersetzungen in den vorigen beiden oder 3 Aufgaben zu ersehen.

4) 1860 Rubel, wie viel sind's Reichsthaler, wenn 1 Rubel = 1 Thlr. $1\frac{1}{2}$ Ggr.?

Berechnung.

? Thlr. = 1860 Rubel

1 Rubel = $(25\frac{1}{2})$ } Ggr.
81/2 }

24 Ggr. = 1 Thlr.

2 17

8 930

4 465

465 × 17 | 4 = 1976 $\frac{1}{4}$ Thlr.

genommen, und ihn gegen 1860 gehoben, gibt 930 (rechts), dann aber z. B. 24 gegen 51 durch 3 gehoben, gibt links 8 und rechts 17; diese 8 wieder gegen 930 gehoben, gibt dort 4, hier 465. Da nun nichts mehr gehoben werden kann, so multipliziert man die ausgestrichenen Zahlen der rechten Säule $465 \times 17 = 7905$, und dividirt dieß Produkt durch 4 in der linken Säule = $1976\frac{1}{4}$ Thlr.

Eine etwas andere Gestalt bekommt die Berechnung dieser Aufgabe, wenn man die Aufgabe so stellt:

1860 Rubel, wie viel Reichsthaler, wenn 1 Rubel = $\frac{5}{14}$ Duk., 1 Duk. = $2\frac{5}{6}$ Thlr. sächs., 1 Thlr. sächs. = $1\frac{1}{20}$ Thlr. preuß.?

Ansatz.

? Thlr. preuß. = 1860 Rubel

1 Rubel = $\frac{5}{14}$ Duk.1 Duk. = $2\frac{5}{6}$ Thlr. sächs.1 Thlr. sächs. = $1\frac{1}{20}$ Thlr. preuß.

$$? \text{ Thlr.} = \frac{1860 \times 5 \times 17 \times 21}{? \times 14 \times 6 \times 20}$$

Oder:

?	1860
14	5
6	17
20	21

$$? \times 14 \times 6 \times 20 = 1860 \times 5 \times 17 \times 21$$

Erklär. Man spricht: Wie viel Thaler betragen 1860 Rubel, wenn 1 Rubel $25\frac{1}{2}$ Ggr. (= 1 Thlr. $1\frac{1}{2}$ Ggr.) oder $\frac{5}{14}$ Ggr. ausmacht, und 24 Ggr. so viel als 1 Rthlr. sind? Dann den Nenner 2 (von den $\frac{5}{14}$ Ggr.) in die linke Säule

Oder:

?	1888		?	93
74	5		2	5
8	17	Also:	2	17
28	21		2	17
2	93			
2				
			$4 \text{ in } 7905 = 1976\frac{1}{4} \text{ Thaler}$	

Einer Erklärung und besondern wörtlichen Auseinandersetzung bedarf es füglich nicht, da diese Darstellung dem denkenden Lehrer und Schüler hinreichend sein wird.

5) Ein schlesischer Landwirth verkauft an einen Märker Tuchfabrikanten 24 Ztnr. 16 Pfd. Wolle schles. Gewicht; wie viel beträgt diese Summe in preuß. Gewicht? (1 schles. Pfd. = $\frac{3}{4}$ Pfd. preuß.)

Will man daraus einen ununterbrochenen Kettenfah bilden, so muß man sich der Ergänzungsglieder: 1 Pfd. schles. = $\frac{3}{4}$ Pfd. preuß., bedienen, und den Nenner 37 in die linke Säule nehmen:

$$? \text{ Ztnr. preuß.} = 3184 \text{ Pfd. schles.}$$

$$1 \text{ Pfd. schles.} = \frac{32}{37} \text{ Pfd. preuß.}$$

$$110 \text{ Pfd. preuß.} = 1 \text{ Ztnr. preuß.}$$

$$3184 \times 32 = 101888; 37 \times 110 = 4070. \quad 4070 \text{ in } 101888 = 25\frac{69}{37}.$$

Da in beiden Säulen gleiche Sorten vorkommen, so kann man die Zahlen auch ohne Benennung der Sorten hinschreiben; dann sieht der Ansatz so aus:

?	3184
37	32
110	1
4070	101888 = $25\frac{69}{37}$

Kürzt man nun die Zahlen der einen Säule gegen die in der andern so viel als möglich, so bekommen der Ansatz und die Rechnung folgende Gestalt:

?	3184 1592
37	31
55440	1
2035	50944 = $25\frac{69}{37}$

d. h., 110 (links) ist gegen 3184 (rechts) durch 2 gekürzt und jede Zahl dadurch gleich viel Mal verkleinert worden. Da sich nun keine Zahlen mehr gegenseitig kürzen lassen, so multipliziert man die nicht durchstrichenen Zahlen der rechten Säule mit einander: $1592 \times 32 \times 1 = 50944$, und dann auch die in der linken Säule: $37 \times 55 = 2035$. Die weitere Rechnung ist wie oben.

Reduzirt man die in der Aufgabe vorkommenden 16 Pfd. auf einen Zentnerbruch, d. h., verwandelt man 24 Str. 16 Pfd. in $24\frac{4}{3}$ Str., so kann man folgenden Kettenatz bilden:

$$? \text{ Str. pr.} = 7\frac{2}{3} \text{ Str. schles.}$$

$$1 \text{ Str. schles.} = 132 \text{ Pfd. schles.}$$

$$1 \text{ Pfd. schles.} = \frac{32}{37} \text{ Pfd. pr.} \quad \text{oder:}$$

$$110 \text{ Pfd. pr.} = 1 \text{ Str. pr.}$$

37

$$\begin{array}{r|l} 798 & 398 \\ \hline 33 & \\ 1 & 1324 \\ 37 & 32 \\ & 1 \\ & 33 \end{array}$$

d. h., der Nenner 33 ist in die linke Säule genommen, dann gegen 132 in der rechten Säule aufgehoben worden; ferner hat man 110 (links) gegen 796 (rechts) durch 2 gekürzt: daraus sind in der linken Säule die Faktoren $1 \times 37 \times 55$, und in der rechten die Faktoren $398 \times 4 \times 32 \times 1$ entstanden; d. h.:

$$37 \times 55 \parallel 398 \times 4 \times 32 \times 1$$

$$\begin{array}{r|l} ? & 398 \\ 1 & 4 \\ 37 & 32 \\ 55 & 1 \end{array}$$

$$2035 \parallel 50944 = 25\frac{6}{3}\frac{2}{3}$$

Man kann diese Aufgabe auch so berechnen lassen, daß man die Sätze:
 1 Str. schles. = 1 Str. 4
 Pfd. 14 Lth. 2 Nth., und:
 1 Str. preuß. = 126 Pfd.

27 Loth $2\frac{1}{2}$ Nth., annimmt. Wir übergehen jedoch diese Darstellung, des Raumes wegen.

Der Lehrer kann nun eine Menge Aufgaben auf diese Weise berechnen lassen, wozu ihm die 1ste Ueb. der Aufg. 3. Ziffern., Heft 2, Zahl III, Stoff gibt. Man rechnet so lange mit vollständiger Darlegung der Gründe des Kettenatzes, wie wir dieß an den Beispielen gezeigt haben, bis die Schüler vollkommene Einsicht in das Verfahren erlangt haben.

haben. Dann sucht man bloß Fertigkeit zu erzielen ohne Beweisforderung. — Die erweiterte Anwendung und eine andere Begründung des Kettensatzes und der Kettenrechnung wird später (im 3. Theile) Platz finden.

In den beiden ersten Auflagen dieser Anweisung hatten wir bereits eine andere Begründung gegeben; aber sie genügte nicht, weil sie dem Schüler das eigentliche Wesen dieser an sich nicht unwichtigen, im Geschäftsleben so beliebten Rechnung nicht aufhellte, sondern vielmehr das alte mechanische Verfahren begünstigte.

Fortsetzung der Hauptübungen.

Zweite Hauptübung.

Zusammenzählen gleichartiger ungleichbenannter Größen.

I. Mündlich.

§. 143.

Entwicklung des Verfahrens und Stufengang der Übung.

Wir haben zwar schon im 1. Theile dieser Anweisung das Addiren ungleichbenannter Zahlen vorbereitet und geübt; da es aber eigentlich auf dieser Stufe seine richtige Stelle hat, so wollen wir, unabhängig von jenen Übungen, hier unsern besondern Weg aufstellen. Wir thun dieß in einer geordneten Stufenfolge von Aufgaben, deren jede einen besondern Fall darstellt. Also:

1) Nenne zwei untergeordnete angewandte Größen, die zusammengezählt noch keine übergeordnete betragen!

Beisp. 6 Pf. + 4 Pf. = 10 Pf.

8 Schfl. + 2 Schfl. = 10 Schfl.

15 Egr. + 6 Egr. = 21 Egr.

u. s. w.

Scholz Anweis. Th. II.

2) Nenne zwei oder mehrere kleinere untergeordnete angewandte Größen, die zusammengezählt gerade eine höhere oder übergeordnete ausmachen!

Beisp. 9 Pf. + 3 Pf. = 1 Egr.

5 Pf. + 4 Pf. + 3 Pf. = 1 Egr.

12 Egr. + 18 Egr. = 1 Thlr.

12 Egr. + 13 Egr. + 5 Egr. = 1 Thlr.

9 Mk. + 7 Mk. = 1 Schfl.

u. s. w.

3) Zähle zu einer gegebenen untergeordneten angewandten Größe eine andere gleichnamige, daß ihre Summe gerade eine höhere beträgt!

Beisp. Zu 7 Pf. muß ich 5 Pf. zählen, um 1 Egr. zu haben.

Zu 20 Egr. muß ich 10 Egr. zählen, um 1 Thlr. zu haben.

Zu 24 Loth muß ich 8 Loth zählen, um 1 Pfd. zu haben.

Zu 40 Wochen muß ich 12 Wochen zählen, um 1 Jahr zu haben.

u. s. w.

4) Zähle zwei oder mehrere gegebene untergeordnete Größen so zusammen, daß du zur größern so viel von den kleinern zählst, daß gerade eine Einheit der übergeordneten Größe entsteht!

Beispiele.

8 Pf. + 6 Pf. = 1 Egr. 2 Pf.;

denn zu 8 Pf. fehlen noch 4 Pf., um 1 Egr. zu haben, die 4 Pf. geben die 6 Pf., von denen noch 2 Pf. übrig bleiben.

20 Egr. + 15 Egr. = 1 Thlr. 5 Egr.;

denn zu 20 Egr. fehlen noch 10 Egr., um einen Thaler zu haben, diese nehme ich von den 15 Egr., bleiben noch 5 Egr., folglich kommt 1 Thlr. 5 Egr.

18 Loth + 15 Loth + 12 Loth = 1 Pfd. 13 Loth;

denn zu 18 Loth fehlen 14 Loth, dann hat man 1 Pfd., diese 14 Loth nehme ich von den 15 Loth, den Rest 1 Loth zähle ich zu 12 Loth, = 13 Loth, zusammen also 1 Pfd. 13 Loth.

5) Zähle eine benannte Zahl zu einer ungleichbenannten, ohne daß die zusammengezählten Sorten sich zur Reduktionszahl anhäufen! Z. B.:

Jemand hat 3 Egr. 4 Pf., und bekommt dazu noch 8 Egr.; wie viel hat er nun?

Antw.: 11 Egr. 4 Pf.; denn 3 Egr. + 8 Egr. = 11 Egr.; 11 Egr. und 4 Pf. = 11 Egr. 4 Pf.; folglich u. s. w.

Zu 5 Thlr. 15 Egr. nimmt Jemand noch 12 Egr. ein; wie viel hat er nun?

Antw.: 5 Thlr. 27 Egr.; denn 15 Egr. + 12 Egr. = 27 Egr., 5 Thlr. + 27 Egr. = 5 Thaler 27 Silberg.

6) Zähle eine ungleichbenannte Zahl zu einer ungleichbenannten, ohne daß die Summe die Reduktionszahl erreicht! Z. B.:

Jemand hatte für Schuhe 5 Thlr. 12 Egr., und für Kleider 8 Thlr. 5 Egr. bezahlt; wie viel Geld für beide Kleidungsstücke?

Antw.: 13 Thlr. 17 Egr.; denn 5 Thlr. + 8 Thlr. = 13 Thlr., 12 Egr. + 5 Egr. = 17 Egr., 13 Thlr. + 17 Egr. = 13 Thlr. 17 Egr.

Eine Frau hat eingekauft 12 Pfd. 4 Loth Kaffee und 18 Pfd. 9 Loth Zucker; wie viel beträgt's zusammen?

Antw.: 30 Pfd. 13 Loth; denn 18 Pfd. + 12 Pfd. = 30 Pfd., 9 Loth + 4 Loth = 13 Loth, u. s. w.

7) Zähle eine benannte Zahl zu einer ungleichbenannten, so, daß sich die Summe bis zur Reduktionszahl anhäuft oder sie wohl gar übersteigt! Z. B.:

Eine Frau hatte 3 Schock 53 Stück Garn gesponnen; vorräthig hatte sie noch 13 Stück; wie viel Garn überhaupt?

Antw.: 4 Schock 6 Stück; denn 53 Stück + 13 Stück = 66 Stück, 66 Stück = 1 Schock 6 Stück, 3 Schock + 1 Schock 6 Stück = 4 Schock 6 Stück; folglich u. s. w.

Wer für 18 Egr. 6 Pf. Papter und für 25 Egr. Farben kauft, muß wie viel Thaler und Silbers groschen haben?

Antw.: 1 Thlr. 13 Egr. 6 Pf.; denn zu 25 Egr. fehlen noch 5 Egr., um einen vollen Thaler zu haben, diese 5 Egr. nimmt man von den 18 Egr., bleiben 13 Egr., es kommen also 1 Thlr. 13 Egr. 6 Pf.

8) Addire ungleichbenannte Zahlen, woraus höhere Sorten entstehen! Z. B.:

Wer 3 Pfd. 26 Loth + 4 Pfd. 8 Loth Zucker kauft, hat wie viel Pfund und Loth?

Antw.: 8 Pfd. 2 Loth; denn 3 Pfd. 26 Loth + 4 Pfd. = 7 Pfd. 26 Loth, 7 Pfd. 26 Loth + 8 Loth = 7 Pfd. 34 Loth, 34 Loth = 1 Pfd. 2 Loth, 7 Pfd. + 1 Pfd. 2 Loth = 8 Pfd. 2 Loth. — Oder: 3 Pfd. 26 Loth + 8 Loth = 3 Pfd. 34 Loth = 4 Pfd. 2 Loth, 4 Pfd. 2 Loth + 4 Pfd. = 8 Pfd. 2 Loth. — Oder: 26 Loth + 8 Loth = 1 Pfd. 2 Loth, 3 Pfd. + 4 Pfd. + 1 Pfd. 2 Loth = 8 Pfd. 2 Loth.

98 Pfd. 20 Loth + 18 Pfd. 6 Loth = 1 Ztnr. 6 Pfd. 26 Loth;

denn 98 Pfd. 20 Loth + 18 Pfd. = 116 Pfd. 20 Loth, 116 Pfd. 20 Loth + 6 Loth = 116 Pfd. 26 Loth, 116 Pfd. = 1 Ztnr. 6 Pfd., dazu 26 Loth = 1 Ztnr. 6 Pfd. 26 Loth. — Oder: Zu 98 Pfd. fehlen noch 12 Pfd., um einen Zentner zu haben, diese 12 Pfd. nimmt man von 18 Pfd., bleiben noch 6 Pfd., 20 Loth + 6 Loth sind 26 Loth; es kommen also 1 Ztnr. 6 Pfd. 26 Loth.

9) Zähle gleichartige ungleichbenannte Zahlen zusammen! Soll man gleichartige ungleichbenannte Zahlen zusammenzählen, z. B. Egr. und Egr., Fl. und Thlr., schles. Thlr. und Thlr., so muß man sie vor dem Zusammenzählen alle auf einen gemeinschaftlichen Namen bringen. Z. B.:

3 Thlr. 12 Egr. + 5 Thlr. 10 Egr. = 8 Thlr. 25 Egr.;

denn 12 Egr. = 15 Egr., 3 Thlr. 15 Egr. + 5 Thlr.

$$= 8 \text{ Thlr. } 15 \text{ Sgr.}, 8 \text{ Thlr. } 15 \text{ Sgr.} + 10 \text{ Sgr.} \\ = 8 \text{ Thlr. } 25 \text{ Sgr.}; \text{ folglich u. s. w.}$$

$$6 \text{ Fl. } 8 \text{ Ggr.} + 2 \text{ Thlr. } 7 \text{ Sgr.} = 6 \text{ Thlr. } 17 \text{ Sgr.}; \\ \text{denn } 8 \text{ Ggr.} = 10 \text{ Sgr.}, 10 \text{ Sgr.} + 7 \text{ Sgr.} = 17 \text{ Sgr.}, \\ 2 \text{ Thlr.} = 3 \text{ Fl.}, 6 \text{ Fl.} + 3 \text{ Fl.} = 9 \text{ Fl.}, 9 \text{ Fl.} + \\ 17 \text{ Sgr.} = 9 \text{ Fl. } 17 \text{ Sgr.}; \text{ folglich } = 9 \text{ Fl. } 17 \text{ Sgr.} \\ \text{oder } 6 \text{ Thlr. } 17 \text{ Sgr.} - \text{ Oder: } 6 \text{ Fl.} = 4 \text{ Thlr.}, 8 \\ \text{Ggr.} = 10 \text{ Sgr.}, 4 \text{ Thlr.} + 2 \text{ Thlr.} + 10 \text{ Sgr.} = \\ 6 \text{ Thlr. } 10 \text{ Sgr.}, 6 \text{ Thlr. } 10 \text{ Sgr.} + 7 \text{ Sgr.} = 6 \\ \text{Thlr. } 17 \text{ Sgr.}; \text{ u. s. w.}$$

10) Abwechselnd kann der Lehrer auch in Reihenfolgen das Zusammenzählen üben. Beispiele:

a) Zählt zu 4 Sgr. 3 Pf. vier Pfennige, zur Summe wieder 4 Pf. u. s. w.!

$$4 \text{ Sgr. } 3 \text{ Pf.} + 4 \text{ Pf.} = 4 \text{ Sgr. } 7 \text{ Pf.}$$

$$4 - 7 - + 4 - = 4 - 11 -$$

$$4 - 11 - + 4 - = 5 - 3 -$$

$$5 - 3 - + 4 - = 5 - 7 - \text{ u. s. w.}$$

b) Zählt zu 10 Thlr. 6 Ggr. acht Ggr., zur Summe wieder 8 Ggr. u. s. f.!

$$10 \text{ Thlr. } 6 \text{ Ggr.} + 8 \text{ Ggr.} = 10 \text{ Thlr. } 14 \text{ Ggr.}$$

$$10 - 14 - + 8 - = 10 - 22 -$$

$$10 - 22 - + 8 - = 11 - 6 - \text{ u. s. w.}$$

c) Zählt zu 7 Thlr. 10 Ggr. fünf Thaler vier Ggr., zur Summe dasselbe u. s. f.!

$$7 \text{ Thlr. } 10 \text{ Ggr.} + 5 \text{ Thlr. } 4 \text{ Ggr.} = 12 \text{ Thlr. } 14 \text{ Ggr.}$$

$$12 - 14 - + 5 - 4 - = 17 - 18 -$$

$$17 - 18 - + 5 - 4 - = 22 - 22 -$$

u. s. w.

Solche Reihenfolgen erhalten sehr die Aufmerksamkeit der Schüler.

11) * Zähle ungleichbenannte Zahlen mit Brüchen zusammen! Z. B.:

$$2 \text{ Thlr. } 5\frac{1}{2} \text{ Sgr.} + 6 \text{ Thlr. } 8\frac{1}{2} \text{ Sgr.} = 8 \text{ Thlr. } 14 \text{ Sgr.};$$

$$\text{denn } 2 \text{ Thlr.} + 6 \text{ Thlr.} = 8 \text{ Thlr.}, 5 \text{ Sgr.} + 8 \text{ Sgr.} \\ = 13 \text{ Sgr.}, \frac{1}{2} \text{ Sgr.} + \frac{1}{2} \text{ Sgr.} = 1 \text{ Sgr.}, \text{ zusammen } 8 \text{ Thlr. } 14 \text{ Sgr.}$$

$$3 \text{ Thlr. } 8\frac{1}{2} \text{ Sgr.} + 2 \text{ Thlr. } 5\frac{1}{2} \text{ Sgr.} = 5 \text{ Thlr. } 14\frac{1}{2} \text{ Sgr.};$$

denn 3 Thlr. $8\frac{1}{2}$ Sgr. + 2 Thlr. = 5 Thlr. $8\frac{1}{2}$ Sgr.;
 dazu 5 Sgr. = 5 Thlr. $13\frac{1}{2}$ Sgr., $\frac{1}{2}$ Sgr. = $\frac{1}{4}$ Sgr.,
 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} = 1\frac{1}{4}$, 13 Sgr. + $1\frac{1}{4}$ Sgr. = $14\frac{1}{4}$ Sgr.;
 also 5 Thlr. $14\frac{1}{4}$ Sgr. — Oder: $8\frac{1}{2}$ Sgr. = $1\frac{1}{2}$
 Sgr., $5\frac{1}{4}$ Sgr. = $2\frac{1}{4}$ Sgr., $1\frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$
 $= \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ Sgr. — Oder: $\frac{1}{2}$ Sgr. = 6 Pf., $\frac{1}{4}$
 Sgr. = 9 Pf., 3 Thlr. 8 Sgr. 6 Pf. + 2 Thlr. 5
 Sgr. 9 Pf. = 5 Thlr. 14 Sgr. 3 Pf.; u. s. w.

Der Lehrer übe dieses Zusammenzählen an vie-
 len einzelnen Beispielen.

Zu allen diesen Fällen findet der Lehrer eine hinreichende
 Anzahl Aufgaben im 2ten Hest, S. 21 — 86.

12) Man kann den an sich einfachen Aufgaben des
 Zusammenzählens ein verschiedenes Gewand geben.
 B. B.:

Jemand hat 2 Zuckerhüte: der eine wiegt 12 Pfd.
 20 Loth, der andere 24 Pfd. 16 Loth 2 Quentchen;
 wie viel Pfd. betragen beide?

Antw.: 37 Pfd. 4 Loth 2 Qtch.; denn wiegt einer 12
 Pfd. 20 Loth, und der andere 24 Pfd. 16 Loth 2
 Qtch., so müssen beide a) 12 Pfd + 24 Pfd. =
 36 Pfd., b) 20 Loth + 16 Loth = 36 Loth = 1 Pfd.
 4 Loth wiegen; folglich wiegen sie 36 Pfd. + 1
 Pfd. 4 Loth 2 Qtch. = 37 Pfd. 4 Loth 2 Qtch.

Ein Landwirth verkauft an einen Bäcker 3 Wispel
 18 Schfl. Korn und $5\frac{1}{2}$ Wspl. Weizen; er hatte noch
 18 Wspl. 5 Schfl. Korn und 16 Wspl. 17 Schfl. Weiz-
 en: wie viel betrug sein Vorrath vor dem Verkaufe
 jenes Getreides?

Antw.: 44 Wspl. 12 Schfl.; denn 3 Wspl. + 5 Wspl.
 = 8 Wspl., 8 Wspl. + 18 Wspl. = 26 Wspl., 26
 Wspl. + 16 Wspl. = 42 Wspl. Ferner: 18 Schfl.
 + $\frac{1}{2}$ Wspl. oder 20 Schfl. = 38 Schfl., 38 Schfl.
 + 5 Schfl. = 43 Schfl., 43 Schfl. + 17 Schfl. =
 60 Schfl., 60 Schfl. = 2 Wspl. 12 Schfl., 42 Wspl.
 + 2 Wspl. 12 Schfl. = 44 Wspl. 12 Schfl.

(Siehe Aufg. zum Kopfrechnen, 28 Hest, Seite 21 — 30., wo
 es an ähnlichen und bessern Aufgaben nicht fehlt.)

II. Schriftlich.

§. 144.

Ansatz und Verfahrensweise beim schriftlichen Zusammenzählen.

1. Sollen ungleichbenannte Zahlen zusammengezählt werden, so schreibt man sie unter einander, daß die Sorten von gleicher Art oder gleichem Namen immer unter einander zu stehen kommen, so wie beim Zusammenzählen unbenannter Zahlen Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. s. w. gesetzt werden müssen.

Gesetzt, es wären zusammenzuzählen: 8 Thlr. 9 Sgr. 5 Pf. + 25 Sgr. 3 Pf. + 6 Thlr. + 26 Thlr. 9 Pf., so muß der Ansatz so gemacht werden:

8 Thlr.	9 Sgr.	5 Pf.	Erklär.	Hier dürfen die 25
— 25 —	3 —		Sgr. der zweiten Reihe nicht unter	
6 —	— —	— —	8 Thlr. geschrieben werden, sonst	
26 —	— —	9 —	würde man beim Zusammenzählen	

statt 25 Sgr. 25 Thlr. in die Summe bringen, sondern unter die gleichnamigen Sgr. — Ebenso müssen die 9 Pf. der letzten Reihe nicht unter die Sgr., sondern unter die gleichnamigen Pf. gesetzt werden.

Man übe die Schüler erst im Anschreiben ungleichbenannter Zahlen, bevor man das Zusammenzählen anfängt, und sage ihnen die anzuschreibenden Zahlen außer der Ordnung vor. Z. B.: 9 Sgr. 5 Pf. 8 Thlr. u. s. w.

2. Nun zählt man jede Sorte besonders zusammen; mit der kleinsten wird der Anfang gemacht, weil die Einheiten sich oft bis zur Größe der Reduktionszahl anhäufen und dann die nächstgrößere Sorte schon enthalten. — Hat man die Summe der kleineren Sorten, so vergleiche man sie mit der Reduktionszahl, (1ste Hauptübung). Ist die Summe kleiner, so schreibt man sie unter die gleichnamigen. Z. B.:

3 Thlr.	6 Sgr.	4 Pf.	Hier erreicht oder übersteigt
8 —	2 —	3 —	keine Säule die Reduktionszahl,
9 —	—	—	weßhalb die einzelnen Summen
15 —	8 —	2 —	unter die gleichnamigen geschrie-
35 Thlr.	16 Sgr.	9 Pf.	ben werden.

Ist die Summe aber größer, so enthält sie schon eine oder mehrere Einheiten der nächstfolgenden höhern

Sorte, die man durch Division mit der Reduktionszahl findet. Der Quotus gehört zur folgenden Sorte, und der etwa bleibende Rest wird der niedern Sorte angeschrieben. So fährt man fort, bis alle Sorten zusammengesählt sind. Z. B.:

8 Thlr. 9 Sgr. 5 Pf.

— 25 — 3 —

6 — — —

16 — — 9 —

31 Thlr. 5 Sgr. 5 Pf.

Erklär. Die Säule der Pfennige gibt die Summe 17; 17 ist um 5 größer als die Währungszahl 12 (12 Pf. = 1 Sgr.); 17 Pf. enthalten also 1 Sgr. 5 Pf.; 1 Sgr. wird zu den folgenden Sgr. gezählt, 5 Pf.

unter die Säule der Pf. geschrieben. Die Säule der Sgr. gibt mit den dazu gezählten Sgr. = 35 Sgr.; denn $9 + 25 + 1$ Sgr. = 35 Sgr.; 35 mit der Währungszahl 30 verglichen, ist um 5 größer: 35 Sgr. = 1 Thlr. 5 Sgr. — Von diesen werden nur 5 Sgr. untergeschrieben, 1 Thlr. zu den folgenden Thlrn. gezählt. Die Thlr.-Säule gibt 31 Thlr.; $8 + 6 + 16 + 1$ Thlr. = 31 Thlr., die unter die Thaler-Säule geschrieben werden.

Bemerkung. Der Schnellrechner verwandelt während des Zusammenzählens der niedern Sorte die einzelnen Summen sogleich in die höhere. So rechnet er z. B. oben 9 Pf. + 3 Pf. = 1 Sgr., die 5 Pf. werden unter den Strich geschrieben. Dann zählt man: 1 Sgr. + 25 Sgr. = 26 Sgr.; da noch 9 Sgr. da sind, so macht man den Thaler voll, indem man zu 26 Sgr. noch 4 Sgr. zählt und die übrigbleibenden 5 Sgr. unter den Strich schreibt, den Thaler nimmt man zur letzten Reihe. — Dieses Verfahren lasse der Lehrer immer anwenden; es ist bildender als das gewöhnliche und nimmt die ganze Aufmerksamkeit des Schülers in Anspruch.

Noch ein Beispiel:

Ein Kaufmann verkauft folgende Posten Garn:

Schock,	Stück,	Strähn,	Zaspeln,	Gebind,	Faden,	Ellen.
99	59	3	2	19	19	3
120	14	11	11	17	2	1
45	8	1	1	1	4	2
348	12	1	11	11	11	—
—	—	—	—	1	1	—
613	34	2	1	18	17	2

Hier werden wiederum die gleichnamigen Stellen unter einander, Ellen unter Ellen, Faden unter Faden, 2c., gesetzt. Es waren zusammen 6 Ellen; diese enthalten 1 Faden und 2 Ellen; da 4 Ellen 1 Faden ausmachen, so wird die 1 zu den Faden gezählt; 37 Faden geben 1 Gebind und 17 Faden; u. s. w.

Bemerkung. Man kann nach der Berechnung auch wieder Verwandlungen vornehmen; z. B. untersuchen lassen, wie viel die vorstehende Summe in Ellen, in Faden, in Gebind u. s. w. beträgt.

- a) in Stück = 36814 Stück 2 Strähn 1 Sppl. 2c.
- b) in Strähnen = 147258 Strähn 1 Zaspel 2c.
- c) in Zaspeln = 441775 Zaspeln 18 Gebind 2c.
- d) in Gebinden = 8835518 Gebind 17 Faden 2 Ellen.
- e) in Faden = 176710377 Faden und 2 Ellen.
- f) in Ellen = 706841510 Ellen.

3. Sind Sorten zusammenzuzählen, deren Redukzionszahl eine ungleichbenannte Zahl ist, wie z. B. bei Friedrichsstück, Dukaten, Karolinen, so muß auf folgende Weise gerechnet werden:

23 Frdrchsst. 4 Thlr. 6 Ggr.	Erklär. Die Gro-
50 — 2 — 8 —	ßen-Säule = 1 Thlr.
75 — 5 — 2 —	8 Ggr.; 8 Ggr. unter-
144 — 4 — 16 —	gesetzt; 1 Thlr. zur Thlr.-
(2)	Säule genommen, ge-
(1)	ben 16 Thlr. Um diese
294 Frdrchsst. 5 Thlr. 8 Ggr.	

in Friedrichsstücke zu verwandeln, muß ich die 16 Thlr., das Frdrchsst. zu 5 Thlr. 12 Ggr., in Ggr. verwandeln, das Produkt der ersten Zahl mit dem Produkt der zweiten theilen, 16 Thlr. = 384 Ggr., 5 Thlr. 12 Ggr. = 132 Ggr.; 384:132 = 2 (Frdrchsst.), es bleiben 120 Ggr. übrig, diese durch 24 zu Thlr. gemacht, gibt 5 Thlr.; folglich sind 16 Thlr. = 2 Frdrchsst. 5 Thlr., 5 Thlr. untergeschrieben und 2 Frdrchsst. zur ersten Säule gezählt. Dasselbe Verfahren gilt bei den Dukaten, Karolinen, überhaupt bei jeder höhern Sorte, deren Währungszahl eine gebundene Zahl ist.

4. Sind ungleichnamige, nicht rein in einander aufgehende Sorten zusammenzuzählen, so muß man sie

vor der Rechnung gleichnamig machen. Z. B.: 5 Thlr. 4 Fl. 8 Egr. + 3 Thlr. 2 Fl. 9 Egr. + 25 Thlr. 9 schles. Thlr. 6 Egr. + 32 Thlr. 8 Fl. 2 Egr.; wie viel?

Hier ist zweierlei zu thun, bevor man zusammenzählen kann: man muß nämlich die Fl. in schles. Thlr., oder die schles. Thlr. in Fl., die Egr. in Egr., oder die Egr. in Egr. verwandeln. — 9 schles. Thlr. sind 10 Fl. 16 Egr., 8 Egr. = 10 Egr., und 6 Egr. = 7 Egr. 6 Pf. Also setze man:

$$\begin{array}{r} 5 \text{ Thlr. } 4 \text{ Fl. } 10 \text{ Egr. } \text{z Pf.} \\ 3 \text{ — } 2 \text{ — } 9 \text{ — } \text{z —} \\ 25 \text{ — } 10 \text{ — } 23 \text{ — } 6 \text{ —} \\ 32 \text{ — } 8 \text{ — } 2 \text{ — } \text{z —} \\ (2) \end{array}$$

$$65 \text{ Thlr. } 26 \text{ Fl. } 4 \text{ Egr. } 6 \text{ Pf.}$$

Oder:

82 Thlr. 1 Fl. 4 Egr. 6 Pfenn., weil 26 Fl. 17 Thlr. 10 Egr. sind.

(C. Aufg. 3. Ziffern., Heft 2, Übung 2, I, Zahl 1.)

5. * Kommen Brüche vor, so fängt man bei diesen das Zusammenzählen an. Z. B.:

$$\begin{array}{r} 314 \text{ Thlr. } 18\frac{1}{2} \text{ Egr. } | 15 \\ 212 \text{ — } 14\frac{5}{8} \text{ — } | 25 \\ 1760 \text{ — } 19\frac{4}{5} \text{ — } | 24 \\ 537 \text{ — } 15\frac{2}{3} \text{ — } | 20 \\ (2) \end{array}$$

$$2825 \text{ Thlr. } 8\frac{4}{5} \text{ Egr. } | \frac{84}{5} = 2\frac{4}{5}$$

geschrieben, 2 Egr. aber zu der Egr.-Säule genommen, 2c.

Wieweil sind die Aufgaben so gestellt, daß Brüche höherer Sorten und Brüche niederer Sorten zusammengezählt werden sollen. In solchen Fällen muß man die Brüche höherer Sorten in Ganze niederer Sorten auflösen. Z. B.:

$$\begin{array}{l} 18 \text{ Wispel } 7\frac{1}{4} \text{ Schfl. } + 416 \text{ Wispel } 12 \text{ Schfl. } 8\frac{1}{2} \\ \text{Mß. } + 572\frac{1}{8} \text{ Wispel } + 22\frac{5}{8} \text{ Schfl. } + 34 \text{ Wispel } \\ 18\frac{1}{2} \text{ Schfl. } 12\frac{1}{8} \text{ Mß.} \end{array}$$

Hier müssen die ersten $\frac{1}{4}$ Schfl. in 12 Mß. verwandelt werden; dann sind auch $\frac{1}{8}$ Wisp. in 21 Schfl., $\frac{1}{2}$ Schfl. in 13 $\frac{1}{2}$ Mß., $\frac{1}{4}$ Schfl. in 9 $\frac{1}{2}$ Mß. aufzulösen; und nun ist aufzusehen:

18 Wispel		7 Eshl.	12 Mß.	
416	—	12	—	$8\frac{1}{2}$ —
572	—	21	—	—
—	—	22	—	$13\frac{1}{3}$ —
34	—	19	—	$6\frac{5}{24}$ —
	(2)		(1)	
1043 Wispel		11 Eshl.	$8\frac{1}{24}$	$ \frac{25}{24} = 1\frac{1}{24}$

Man kann das Zusammenzählen ungleichbenannter Zahlen auch dadurch bewerkstelligen, daß man die niedern Sorten auf einen Bruch höherer Sorten zurückführt. So kann man z. B. statt 2 Thlr. 28 Sgr., und 3 Thlr. 15 Sgr. und 96 Thlr. 22 Sgr. ansetzen:

$2\frac{1}{3}$ Thlr.	28
$3\frac{1}{2}$ —	15
$96\frac{1}{3}$ —	22
(2)	
$103\frac{1}{6}$ Thlr.	$ \frac{55}{36} = 2\frac{1}{6}$

Ebenso kann man Brüche höherer Sorten in niedere auflösen und wie mit ganzen Zahlen rechnen. Z. B.: statt $126\frac{1}{3}$ Thlr. + $422\frac{1}{2}$ Thlr. + $726\frac{2}{3}$ Thlr. + $345\frac{1}{6}$ Thlr. kann man setzen:

126 Thlr.	16 Sgr.	Mit Berücksichtigung dieser beiden letzten Berechnungen kann der Lehrer alle Additionsaufgaben ungleichbenannter Zahlen auf doppelter Weise berechnen und die Richtigkeit der Ausrechnung proben lassen.
422 —	12 —	
726 —	21 —	
345 —	20 —	
1621 Thlr.	21 Sgr.	

(S. Aufg. z. Ziffern., Heft 2, Ueb. 2, I, Zahl 2.)

Dritte Hauptübung.

Abziehen gleichartiger ungleichbenannter Größen.

I. Mündlich.

§. 145.

Entwicklung des Verfahrens und Darstellung des Stufenganges.

Auch vom Subtrahiren gleichartiger ungleichbenannter Zahlen haben wir auf den frühern Stufen

schon Einiges aufgenommen, das wir hier aber unbeachtet lassen, um das Ganze im gehörigen Zusammenhang darzustellen. Unser Stufengang ist folgender:

1) Ziehe eine benannte Zahl von einer andern gleichartigen Größe ab!

Beisp. 5 Pfennige von 8 Pfenn. = 3 Pf.
 7 Thlr. von 15 Thlr. = 8 Thlr.
 12 Egr. von 21 Egr. = 9 Egr.
 u. s. w.

2) Ziehe eine benannte Zahl von der Einheit einer ihr übergeordneten ab!

Beisp. 3 Pf. von 1 Egr. = 9 Pf.
 4 Egr. von 1 Thlr. = 20 Egr.
 18 Egr. von 1 Thlr. = 12 Egr.
 u. s. w.

3) Ziehe eine benannte Zahl von der Mehrheit einer ihr übergeordneten Zahl ab!

Beispiele.

8 Pf. von 3 Egr. = 2 Egr. 4 Pf.;

denn 8 Pf. von 1 Egr. bleiben 4 Pf.; von jenen 3 Egr. bleiben noch 2 Egr., zusammen also?

12 Loth von 4 Pfund = 3 Pfd. 20 Loth;

denn um 12 Loth. von 4 Pfd. abzugiehen, muß erst 1 Pfd. von 4 Pfd. genommen, und davon 12 Loth. abgezogen werden, bleiben noch 3 Pfd. 20 Loth.

4) Ziehe eine benannte Zahl von einer ungleichbenannten ab, ohne daß man nöthig hat, zu borgen!

Beispiele.

3 Pf. von 6 Egr. 10 Pf. = 6 Egr. 7 Pf.
 5 Egr. von 8 Thlr. 18 Egr. = 8 Thlr. 13 Egr.
 20 Loth von 7 Pfd. 26 Loth = 7 Pfd. 6 Loth.
 u. s. w.

5) Ziehe eine ungleichbenannte Zahl von einer andern ungleichbenannten ab, ohne borgen zu dürfen!

Beispiel.

12 Thlr. 16 Egr. weniger 3 Thlr. 8 Egr. = 9 Thlr. 8 Egr.;

denn 12 Thlr. weniger 3 Thlr. = 9 Thlr., 16 Egr.
weniger 8 Egr. = 8 Egr., zusammen also 9 Thlr.
8 Egr.

6) Ziehe von einer höhern benannten Zahl
eine gleichartige ungleichbenannte ab!

Beispiele.

6 Thlr. weniger 4 Thlr. 5 Egr. = 1 Thlr. 25 Egr.;
denn 6 Thlr. weniger 4 Thlr. = 2 Thlr., hiervon noch
5 Egr. abgezogen, bleiben 1 Thlr. 25 Egr.

12 Pfund weniger 8 Pfd. 30 Loth = 3 Pfd. 2 Loth;
denn 12 Pfd. weniger 8 Pfd. = 4 Pfd., davon 30 Loth
ab, bleiben 3 Pfd. 2 Loth.

7) Ziehe von einer ungleichbenannten
Zahl eine niedere benannte Zahl ab, was
bei geborgt werden muß!

Beispiele.

Von 2 Egr. 6 Pf. werden ausgegeben 10 Pf.; es
bleiben noch übrig?

Antw.: 1 Egr. 8 Pf.; denn um 10 Pf. von 6 Pf. ab-
zuziehen, muß ich von 2 Egr. einen nehmen und
davon 10 Pf. abziehen; es bleiben noch 2 Pf. übrig,
welche zu den 6 Pf. addirt werden. Also bleiben
noch 1 Egr. 8 Pf.

Vermindere 8 Thlr. 16 Egr. um 20 Egr.; wie viel
bleibt übrig?

Antw.: 7 Thlr. 26 Egr.; denn um 20 Egr. von 8
Thlr. 16 Egr. abzugeben, nehme ich einen Thaler
von 8 Thlr., und ziehe von diesem 20 Egr. ab; es
bleiben noch 10 Egr., die ich zu den 16 Egr. zäh-
le; also bleiben 7 Thlr. 26 Egr.

8) Ziehe ungleichbenannte Zahlen von
ungleichbenannten Zahlen ab!

Beispiele.

a) Jemand hatte eingekauft 20 Pfund 10 Loth, und
hatte davon verbraucht 8 Pfund 15 Loth; wie viel ist
noch übrig geblieben?

Antw.: 11 Pfd. 27 Loth; denn um 15 Loth von 10
Loth abzugeben, nimmt man von 20 Pfd. 1 Pfd.,
zieht von diesem 15 Loth ab; es bleiben noch 17

Loth, zu welchen jene 10 Loth gezählt werden, = 27 Loth. Nun werden 8 Pfd. von 19 Pfd. abgezogen; es bleiben also noch 11 Pfd. 27 Loth.

b) Jemand hat 12 Thlr. 12 Sgr., ein Anderer aber 8 Thlr. 20 Sgr. 6 Pf.; wie viel hat jener mehr als dieser?

Antw.: 3 Thlr. 21 Sgr. 6 Pf.; denn 12 Thlr. 12 Sgr. — 8 Thlr. = 4 Thlr. 12 Sgr. Um hiervon 20 Sgr. abzugiehen, muß von 4 Thlr. 1 Thlr. in Sgr. aufgelöst werden: 1 Thlr. = 30 Sgr., dazu 12 Sgr. = 42 Sgr., 20 Sgr. von 42 Sgr. = 22 Sgr., (oder man zieht bald 20 Sgr. von 30 Sgr. ab und zählt zum Rest die 12 Sgr.; nämlich $30 - 20 = 10$; $10 + 12 = 22$ Sgr.); es bleiben mithin noch 3 Thlr. 22 Sgr. Um hiervon 6 Pf. abzugiehen, muß wieder 1 Sgr. von 22 Sgr. genommen und in 12 Pf. aufgelöst, und dann 6 von 12 abgezogen werden; es bleiben 6 Pf.; folglich überhaupt 3 Thlr. 21 Sgr. 6 Pf.

c) Ein Landwirth bringt 8 Malter 10 Schfl. 12 Mß. Getreide auf den Markt, und verkauft davon 5 Malter 11 Schfl. 10 Mß. 3 Mäfel; wie viel sind uns verkauft geblieben?

Antw.: 2 Malter 11 Schfl. 1 Mß. 1 Mäfel; denn 8 Mltr. 10 Schfl. 12 Mß. — 5 Mltr. = 3 Mltr. 10 Schfl. 12 Mß.; hiervon 11 Schfl., bleiben 2 Mltr. 11 Schfl. 12 Mß. (man mußte 1 Mltr. in Schfl. auflösen); 2 Mltr. 11 Schfl. 12 Mß. — 10 Mß. = 2 Mltr. 11 Schfl. 2 Mß.; hiervon wieder 3 Mäfel, bleiben 1 Mß. 1 Mäfel; folglich bleiben überhaupt u. s. w.

d) 10 Ruthen 11 Zoll weniger 9 Fuß 7 Zoll 10 Linien (12theilig) = 9 Ruthen 3 Fuß 3 Zoll 2 Lin.;

denn 10 Ruthen — 9 Fuß = 9 Ruth. 3 Fuß; 9 Ruth. 3 Fuß 11 Zoll — 7 Zoll = 9 Ruth. 3 Fuß 4 Zoll; hiervon noch 10 Linien = 3 Zoll 2 Linien; folglich u. s. w.

9) Ziehe gleichartige und ungleich benannte Zahlen von andern gleichartigen nicht

rein in einander aufgehenden Zahlen ab! Man macht auch hier, wie beim Zusammenzählen, die ungleichnamigen Zahlen zu gleichnamigen. Z. B.:

Von 6 Thlrn. 3 Gulden ausgegeben, bleiben noch 4 Thlr. oder 6 Gulden;

denn 3 Guld. = 2 Thlr., 2 Thlr. von 6 Thlr. bleiben 4 Thlr., u. s. w. — Oder: 6 Thlr. = 9 Guld., 3 Guld. v. 9 Guld. bleiben 6 Guld., u. s. w. — Oder: 6 Thlr. = 180 Egr., 3 Guld. = 60 Egr., 60 Egr. von 180 Egr. = 120 Egr., oder 4 Thlr., oder 6 Gulden.

10) * Ziehe ungleichbenannte Zahlen mit Brüchen von einander ab!

Beispiele.

a) Von 10 Egr. werden $\frac{1}{4}$ Egr. ausgegeben; wie viel bleiben übrig?

Antw.: $9\frac{3}{4}$ Egr.; denn um $\frac{1}{4}$ Egr. von 10 Egr. abziehen, muß man von 10 Egr. einen Egr. nehmen und von diesem $\frac{1}{4}$ Egr. abziehen; den Rest $\frac{3}{4}$ nimmt man zu den übriggebliebenen 9 Egr.; zusammen also: $9\frac{3}{4}$ Egr.

b) Von 10 Egr. sind $2\frac{1}{4}$ Egr. ausgegeben worden; wie viel bleibt übrig?

Antw.: $7\frac{3}{4}$ Egr.; denn 2 Egr. von 10 Egr. bleiben 8 Egr.; $\frac{1}{4}$ von 8 Egr. bleiben $7\frac{3}{4}$ Egr.

c) Von einem Thaler werden $\frac{2}{3}$ Egr. ausgegeben; wie viel bleibt übrig?

Antw.: $29\frac{1}{3}$ Egr.; denn um $\frac{2}{3}$ Egr. von einem Thaler abziehen, muß man 1 Egr. von 1 Thlr. nehmen (bleiben 29 Egr.); von diesem Egr. zieht man $\frac{2}{3}$ Egr. ab; es bleibt noch $\frac{1}{3}$ Egr.; zusammen also $29\frac{1}{3}$ Egr.

d) Wie viel bleibt, wenn von 6 Thlrn. abgezogen werden 2 Thlr. $5\frac{2}{3}$ Egr.?

Antw.: 3 Thlr. $24\frac{2}{3}$ Egr.; denn 2 Thlr. von 6 Thlr. bleiben 4 Thlr., 5 Egr. von 4 Thlr. bleiben 3 Thlr. 25 Egr.; um $\frac{2}{3}$ Egr. von 25 Egr. abziehen, muß 1 Egr. von 25 Egr. weggenommen und in Drittel

verwandelt werden; $\frac{3}{4}$ Egr. von $\frac{3}{4}$ Egr. bleibt $\frac{1}{4}$ Egr.; überhaupt also 3 Thlr. $24\frac{3}{4}$ Egr.

e) Von 18 Wispel $15\frac{3}{4}$ Scheffel werden verkauft 9 Wispel $9\frac{1}{2}$ Schfl.; was bleibt?

Antw.: 9 Wispel $5\frac{1}{2}$ Schfl.; denn 18 Wispel $15\frac{3}{4}$ Schfl.
 — 9 Wispel = 9 Wispel $15\frac{3}{4}$ Scheffel; hiervon 9
 Scheffel, bleiben 9 Wispel $6\frac{3}{4}$ Schfl.; $6\frac{3}{4}$ Schfl. =
 $5\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ Scheffel, $5\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$; folglich
 u. f. w.

11) Auch Reihenfolgen kann der Lehrer durchnehmen.
 Werden z. B. 100 Thlr. 29 Egr. gegeben, und sollen
 davon nach und nach 12 Egr. abgezogen werden, so
 kann folgende Reihe gebildet werden:

100 Thlr. 29 Egr.	weniger 12 Egr.	=	100 Thlr. 17 Egr.
100 — 17 —	weniger 12 —	=	100 — 5 —
100 — 5 —	weniger 12 —	=	99 — 23 —
99 — 23 —	weniger 12 —	=	99 — 11 —
99 — 11 —	weniger 12 —	=	98 — 29 —

u. f. w.

Oder:

200 Thlr.	w. 6 Thlr. 8 Egr.	=	193 Thlr. 16 Egr.
193 — 16 Egr.	w. 6 — 8 —	=	187 — 8 —
187 — 8 —	w. 6 — 8 —	=	181 — 2 —
181 — 2 —	w. 6 — 8 —	=	174 — 16 —

u. f. w.

Auch kann der Lehrer abwechselnd eine bestimmte Zahl
 zählen und eine andere wieder abziehen lassen. z. B.:

300 Thlr. 24 Egr.	+ 4 Thlr. 8 Egr.	=	305 Thlr. 2 Egr.
305 — 2 —	— 6 — 10 —	=	298 — 22 —
298 — 22 —	+ 4 — 8 —	=	303 — 2 —
303 — 2 —	— 6 — 10 —	=	296 — 20 —
296 — 20 —	+ 4 — 8 —	=	300 — 28 —
300 — 28 —	— 6 — 10 —	=	294 — 18 —

u. f. w.

Auch mit Brüchen kann der Lehrer solche Reihen bilden
 lassen.

12) Mit dem Ausdrucke des „Unterschiedes“.

Beiz

Beispiele.

a) Um wie viel sind 65 Thlr. 18 Sgr. mehr als 50 Thlr. 20 Sgr.?

Antw.: Um 14 Thlr. 28 Sgr.

b) Um wie viel sind 28 Pfd. 14 Loth weniger als 30 Pfd. 12 Loth?

Antw.: Um 1 Pfd. 30 Loth.

c) Welcher Unterschied ist zwischen 4 Ztr. 18 Pfd. und 20 Ztr. 12 Pfd.?

Antw.: 15 Ztr. 104 Pfd.

Bemerkung. Ueberhaupt bediene sich der Lehrer beim Abziehen aller jener Ausdrucksweisen, die im 1. Theil angegeben sind.

13) Einige andere einfache und zusammengesetzte Aufgaben.

a) Wie viel Sgr. bleiben, wenn man von $\frac{2}{3}$ Thlr. 4 Sgr. weggibt, und wie viel Pfennige sind das?

Antw.: 12 Sgr. = 144 Pf.; denn $\frac{2}{3}$ Thlr. = 16 Sgr.,
16 Sgr. — 4 Sgr. = 12 Sgr. = 144 Pf.

b) Am Sonntage hat Jemand 1 Thlr. 18 Sgr., und verbraucht alle Tage 4 Sgr.; wie viel wird er am folgenden Sonnabende noch übrig haben?

Antw.: 18 Sgr.; denn braucht er täglich 4 Sgr., so macht dieß in 6 Tagen 1 Thlr., folglich bleiben ihm noch 18 Sgr.

c) Jemand nimmt ein: a) $6 \times \frac{1}{7}$ von 21 Sgr., b) $5 \times \frac{1}{7}$ von 18 Sgr., und gibt aus 6×11 Pf.; wie viel hat er noch?

Antw.: $22\frac{1}{2}$ Sgr.; denn $6 \times \frac{1}{7}$ von 21 Sgr. = 18 Sgr.,
 $5 \times \frac{1}{7}$ von 18 Sgr. = 10 Sgr., 18 Sgr. + 10 Sgr.
= 1 Thlr. 4 Sgr.; 6×11 Pf. = 66 Pf. = 5 Sgr.
6 Pf., diese abgezogen von 1 Thlr. 4 Sgr. bleiben
22 Sgr. 6 Pf.

Das 2. Heft der Aufgaben zum Kopfrechnen ist hier besonders reichhaltig, denn es bietet von S. 31 — 46. nicht weniger als 152 Aufgaben dar, wovon viele mehrere einzelne Aufgaben enthalten.

Scholz Anweis. Th. II.

II. Schriftlich.

§. 146.

Ansatz und Verfahrungsweise beim schriftlichen Abziehen.

1. Die verschiedenen Sorten, die aber auch hier immer gleichartige Größen sein müssen, werden auch hier gleichnamig unter einander gesetzt, so daß diejenige oben zu stehen kommt, welche in der höchsten Sorte die meisten Stücke zählt. Auf die kleinern Sorten darf man gar nicht Rücksicht nehmen; diese können in der untern immerhin größer sein. Die Aufgabe:

25 Stein 3 Pfd. 6 Loth, davon 18 Stein 20 Pfd. 30 Loth abgezogen, wird so angesetzt:

25 Stein 3 Pfd. 6 Loth
18 — 20 — 30 —

Die erste Reihe oder die Vollzahl enthält in der höchsten Sorte (25 Stein) mehr als die andere oder der Abzug (18 Stein), obgleich in dieser mehr Pfunde und Lothe sind, als in jener.

2. Ist der Ansatz fertig, so wird der Anfang mit dem Abziehen wie beim Zusammenzählen bei der niedrigsten Größe gemacht, wobei zu beobachten ist: ob in beiden Zahlen (Vollzahl und Abzug) gleichviel Größen, oder ob in beiden nicht gleichviel Größen vorhanden sind.

a. Sind in beiden Zahlen gleichviel Größen, und ist die Menge in der Vollzahl größer oder gleich groß, wie in der untern oder im Abzuge, so zieht man geradezu ab. Z. B.: Jemand hat vorräthig; 48 Stein 20 Pfd. 18 Loth, verkauft davon 30 Stein 12 Pfd. 18 Loth; wie viel behält er noch?

Ansatz und Berechnung.

48 Stein 20 Pfd. 18 Loth
30 — 12 — 18 —
18 Stein 8 Pfd. 1 Loth.

Erklärung. Hier sind in der Vollzahl und im Abzuge gleichviel Sorten, und im Abzuge ist die Menge jeder Sorte kleiner; daher: 18 Loth von 18 Loth bleibt nichts, 12 Pfd. von 20 Pfd. = 8 Pfd., 30 Stein von 48 Stein = 18 Stein. Der ganze Rest beträgt also 18 Stein 8 Pfd.

Hat man aber in dem Abzuge eine größere Menge von einer kleinern in der Vollzahl abzuziehen, so nimmt oder borgt man von der nächsthöheren Sorte in der Vollzahl eine Einheit, und verwandelt diese (nicht etwa nach dem Zehnergesetz in zehn, §. 77.) in so viel Einheiten, als die Währungs- oder Reduktionszahl zwischen diesen beiden Sorten enthält, zählt diese geborgten Einheiten der niedern Sorte zu den schon vorhandenen, und zieht dann die untere Zahl von der Summe ab. 3. B.:

$$\begin{array}{r} \text{20. Thlr. } \overset{(30)}{2} \text{ Sgr.} \\ 9 \quad - \quad 20 \quad - \end{array}$$

$$10 \text{ Thlr. } 12 \text{ Sgr.}$$

Oder man zieht die untere Zahl bald von der geborgten Einheit ab, nachdem man sie vorher in die gleichnamige niedere Sorte, von der abgezogen werden sollte, aufgelöst, und zählt zu diesem Reste die vorhandenen Einheiten der obern Zahl; in obigem Beispiel also: 20 Sgr. von 30 Sgr. = 10 Sgr., 10 Sgr. + 2 Sgr. = 12 Sgr., d. h., von dem geborgten Thlr. oder 30 Sgr. werden 20 Sgr. (der Abzug) weggenommen, = 10 Sgr., welche zu den 2 Sgr. in der Vollzahl gezählt werden.

b. Sind in beiden Zahlen nicht gleichviel Sorten, fehlen 3. B. Sorten im Abzuge, so werden die in der Vollzahl vorhandenen heruntergeschrieben. 3. B.:

$$\begin{array}{r} \text{Jemand besitzt 1.004 Thlr. 18 Sgr. 6 Pf.} \\ \text{verthut davon } 909 \quad - \quad 2 \quad - \quad 2 \quad - \end{array}$$

$$\text{Bestand } 95 \text{ Thlr. 18 Sgr. 6 Pf.}$$

Da hier weder Sgr. noch Pf. ausgegeben waren, so bleiben die vorräthigen Sgr. und Pf. im Bestand, und nur von Thlrn. geschieht der Abzug.

Fehlen aber in der Vollzahl Sorten, so muß man

bei der nächsthöheren Sorte eine Einheit borgen, diese auflösen und zur nächstniederen Sorte bringen, und wenn noch mehrere Sorten fehlen, dieses Borgen und Verwandeln bis zur kleinsten Sorte fortführen. Z. B.:

Von 204 Stein : Pfund : Loth : Quentch.
werden verkauft 48 — 6 — 9 — 2 —

bleiben 155 St. 17 Pfd. 22 Loth 2 Quentch.

Erklärung. Hier fehlen in der Vollzahl 3 Sorten: Pfd., Lothe, Quentch. Bevor man das Abziehen bei den Quentch. vornehmen kann, muß man zuvor 1 Stein borgen, diesen als 24 Pfd. denken, von diesen wieder 1 Pfd. als 32 Loth, von diesen 1 Loth als 4 Qtch. denken; man hat alsdann: 203 Stein 23 Pfd. 31 Loth 4 Qtch.; die Quentchen bleiben unverkürzt, weil keine kleinere Sorte weiter unterwärts folgt. Es sieht demnach:

203 St. 23 Pfd. 31 Loth 4 Qtch.

48 — 6 — 9 — 2 —

155 St. 17 Pfd. 22 Loth 2 Qtch.

Das ist leicht zu fassen, wenn man früher das Abziehen ungebundener Zahlen mit vielen Nullen in der Vollzahl gründlich erlernt hat: das Verfahren in beiden Fällen beruht auf denselben Gesetzen, nur hat man bei ungleich benannten Zahlen zwischen 2 und 2 Sorten eine andere Reduktionszahl; bei ungebundenen immer 10 als vermittelnde.

3. Kommen in einer Subtraktionsaufgabe solche Münzen vor, deren Reduktionszahl eine ungleich benannte Zahl ist, z. B. bei Friedrichsd'or, Louisd'or, Karolin u. s. w., und muß man bei der Rechnung eine Einheit borgen; so verfährt man auf folgende Weise:

Von 53 Dukaten (à 3 Thlr. 5 Sgr.) 2 Thlr. 15 Sgr. bezahlt Jemand 40 Dukaten 3 Thlr. 3 Sgr.; wie viel bleiben?

Ansatz und Berechnung.

53. Duf. 2 Thlr. 15 Sgr.

40 — 3 — 3 —

12 Duf. 2 Thlr. 17 Sgr.

Hier wird gerechnet: 3 Egr. von 15 Egr. = 12 Egr.; 3 Thlr. von 2 Thlr. können nicht abgezogen werden, man borgt also bei 53 Duk. 1 Dukaten, löset ihn, da er 3 Thlr. 5 Egr. gilt, in 95 Egr. auf, und so auch die 2 Thlr. in der Vollzahl, von denen abgezogen werden soll, diese betragen 60 Egr., zählt beide $95 + 60$ Egr. zusammen, = 155 Egr.; jene 3 Thlr. im Abzuge werden ebenfalls in Egr. verwandelt, = 90 Egr. Es steht also:

52 Duk. = Thlr. 155 Egr.

40 — : — 90 —

Nun abgezogen 90 Egr. von 155 Egr. = 65 Egr., oder 2 Thlr. 5 Egr.; die 5 Egr. werden zu den ersten 12 Egr. gezählt, = 17 Egr.; 2 Thlr. werden unter die Thlr. gesetzt; also:

52 Duk. = Thlr. 155 Egr.

40 — : — 90 —

2 Thlr. 17 Egr.

Zuletzt werden 40 von 52 Duk. abgezogen; es bleiben 12 Duk.; mithin überhaupt: 12 Dukaten 2 Thlr. 17 Egr. (s. oben).

Kürzere Auflösung.

Man kann vor dem Abziehen die Aufgabe auf folgende Weise einrichten: Man borgt 1 Duk. von 53 Duk. weg, oder 3 Thlr. 5 Egr.; hiervon zählt man die 5 Egr. zu 15 Egr. = 20 Egr.; die 3 Thlr. zu 2 Thlr., und erhält 5 Thlr.; im Ganzen also 52 Duk. 5 Thlr. 20 Egr.; nun zieht man wie gewöhnlich ab; also:

52 Duk. 5 Thlr. 20 Egr.

40 — 3 — 3 —

12 Duk. 2 Thlr. 17 Egr.

4. Ein Beispiel, wie man schriftlich Aufgaben berechnet, wo gleichartige, aber ungleichnamige, nicht rein in einander aufgehende Sorten von einander abgezogen werden sollen; z. B. Guld. von Thlrn., Spezies thlr. von Laubthlrn., u. s. w.

Jemand hatte 10 Thlr. 8 Egr. 7 Pf., ein anderer aber 18 Fl. 12 Egr.; wer hat mehr?

Man macht hier entweder die Thlr. zu Fl., oder die Fl. zu Thlr.; wir wollen das Letztere thun. 18 Fl. = 12 Thlr.

(12)
12 Thlr. 12. Egr. : Pf.

10 — 8 — 7 —

2 Thlr. 3 Egr. 5 Pf.

d. h., der zweite hat 2 Thlr. 3 Egr. 5 Pf. mehr als der erste.

(S. Aufg. 3. Ziffern., Heft 2. Ueb. 2. II. Zahl 1.)

5. Zwei Subtraktionsbeispiele mit Brüchen.

a) Wie viel beträgt dessen Ausgabe, der bei einer jährlichen Einnahme von 850 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Egr. am Schlusse des Jahres 150 Thlr. 20 Egr. $8\frac{1}{2}$ Pf. erübrigt hat?

Ansatz und Berechnung.

8.5.0. Thlr. 16. Egr. 6. Pf. | 2

150 — 20 — $8\frac{1}{2}$ — | 1

699 Thlr. 25 Egr. $9\frac{1}{2}$ Pf. | $\frac{1}{2}$

Der $\frac{1}{2}$ Egr. in der Vollzahl wurde beim Ansatz in 6 Pf. aufgelöst, weil im Abzuge Ganze und Bruchpfennige abzuziehen waren. Um $\frac{1}{2}$ Pf. von 6 Pf. abzuziehen, musste 1 Pf. von 6 Pf. weggenommen und in $\frac{2}{2}$ Pf. verwandelt werden. Die weitere Rechnung ist aus obiger Darstellung zu entnehmen.

(110) 8
b) 5.4.0 Str. 8. $\frac{1}{2}$ Pfd. | 6 = 14
277 — 10 $\frac{7}{8}$ — | 7
262 Str. 107 $\frac{7}{8}$ Pfd. | $\frac{7}{8}$

d. h. 4tel und 8tel werden gleichnamig gemacht. Da $\frac{7}{8}$ nicht von $\frac{1}{2}$ abgezogen werden können, so vorgt man bei 8 Pfd. ein Pfd., = $\frac{8}{8}$, zählt diese zu $\frac{7}{8}$, = $\frac{15}{8}$, und zieht nun ab, wie oben geschehen ist.

(S. Aufg. 3. Ziffern., Heft 2. Ueb. 2. II. Zahl 2.)

6. Der Abzug oder die Vollzahl, oder beide bestehen aus mehreren Posten. Verbindung des Abziehens mit dem Zusammenzählen.

Jemand erbt 8800 Thlr. Davon soll er 1) 420 Thlr. 12 Egr. an die Armen, 2) 640 Thlr. 18 Egr. an Kirche und Schule, und 3) 250 Thlr. 20 Egr. 9 Pf. geben; wie viel bleibt ihm übrig?

Ansaß und Berechnung.

Abgabe: 420 Thlr. 12 Ggr. 1 Pf.

640 — 18 — 1 —

250 — 20 — 9 —

1312 Thlr. 2 Ggr. 9 Pf.

(23) (12)

Erbtheil 8800 Thlr. 1 Ggr. 1 Pf.

Abgabe 1312 — 2 — 9 —

Ihm blieb 7487 Thlr. 21 Ggr. 3 Pf.

Oder:

Erbtheil 8800 Thlr. 1 Ggr. 1 Pf.

420 — 12 — 1 —

Abgabe } 640 — 18 — 1 —

250 — 20 — 9 —

Summe 1312 — 2 — 9 —

Bestand 7887 Thlr. 21 Ggr. 3 Pf.

Vierte Hauptübung.

Zeitberechnung.

Vorerinnerung. Bei den mündlichen Uebungen richte der Lehrer sich im Gange ganz nach den „Aufgaben zum Kopfrechnen“, 28 Heft, 3te Uebung, S. 46 — 57.

§. 147.

Einige nothwendige Vorkenntnisse zur Zeitberechnung.

1. Die Zeitberechnung beschäftigt sich mit der Berechnung der Zeiträume, oder der Folge und Dauer bestimmter Veränderungen. Jeder Zeitraum ist ein größerer Theil der Zeit, hat einen Anfang und ein Ende, und liegt also zwischen zwei Zeitpunkten, dem Anfange und dem Ende, welche durch irgend einen Umstand von andern ausgezeichnet sind. Diese Zeitpunkte, als die äußersten Punkte oder Grenzen eines Zeitraumes, so wie den von ihnen eingeschlossenen Zeitraum selbst, bezeichnet man durch besondere Namen. Es sind folgende: Jahr, Monat,

Woche, Tag, Stunde, Minute, Sekunde, Augenblick. *)

Ueber das Verhältniß dieser Zeittheile zu einander verweisen wir auf S. 15. dieses Th. Ein Jahr von 365 Tagen (eigentlich 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten und 37 Sekunden) heißt ein gemeines Jahr, ein Jahr von 366 Tagen aber ein Schaltjahr. Letzteres entsteht dadurch, daß man bei dem gemeinen Jahre die 5 Stunden 48 Minuten 37 Sekunden nicht mitrechnet, sondern von 4 zu 4 Jahren zu einem neuen Tage macht, und diesen alle 4 Jahre nach dem 23sten Februar einschaltet. Das 4te Jahr ist also immer ein Schaltjahr, d. h., ein Jahr von 366 Tagen. **) Die Monate (Monden) haben nicht gleiche Namen und nicht alle gleichviel Tage. Die Monate folgen so auf einander: Januar (Frostmonat) = 31 Tage, Februar (Hornung) = 28 Tage, im Schaltjahre 29 Tage, März (Lenzmond) = 31 Tage, April (Windmond) = 30 Tage, Mai (Wonnemonat) = 31 Tage, Junius (Brachmond) = 30 Tage, Julius (Heumonat) = 31 Tage, August (Erntemonat) = 31 Tage, September (Herbstmond) = 30 Tage, Oktober (Weinmond) = 31 Tage, November (Wintermond) = 30 Tage, Dezember (Christmond) = 31 Tage. Diese ungleiche Eintheilung hat man beim Rechnen besonders zu berücksichtigen, was es nicht selten erschwert. Die Namen der Tage sind: Sonntag,

*) Zu diesen Begriffen der Zeit führen uns gewisse regelmäßig wiederkehrende Bewegungen und Erscheinungen in der Natur hin. So folgt der Begriff der Zeit eines Tages aus der durch die nach einer Zeit von 24 Stunden erfolgte Umdrehung der Erde um ihre Ase; der Begriff der Zeit eines Monats fließt aus der Bewegung des Mondes um die Erde in 28 Tagen; die Bewegung der Erde um die Sonne in 365 Tagen gibt uns den Begriff der Zeit eines Jahres.

**) Will man wissen, ob ein Jahr ein Schaltjahr ist, so darf man nur die beiden letzten Ziffern der gegebenen Jahreszahl durch 4 dividiren: bleibt kein Rest, so ist es ein Schaltjahr; bleibt 1, 2, 3 übrig, so ist das in Rede stehende Jahr das 1ste, 2te, oder 3te nach einem Schaltjahr. So ist das Jahr 1823 das 3te nach einem Schaltjahr, 1824 aber ein Schaltjahr.

Montag, Dienstag, Mittwoch, Donnerstag, Freitag und Sonnabend.

(S. Aufg. 3. Kopfr., 2tes Heft, 3telieb., S. 46. Aufg. 1—5.)

2. Um die Zeitdauer, z. B. das Leben eines Menschen, die Länge einer Begebenheit u. s. w., zu berechnen, muß ein gewisser Zeitpunkt festgestellt seyn, von welchem aus man den Anfang und das Ende des zu berechnenden Zeitraumes bestimmt. Wir Christen zählen unsere Jahre von der Geburt Jesu Christi an; sie ist der Endpunkt der Vorzeit, der Anfangspunkt der Nachzeit, also der Mittelpunkt des Vor und des Nach. Von Allem, was geschehen ist, sagt man, es habe sich entweder vor oder nach Christi Geburt ereignet. Jedes laufende, mit einer Jahreszahl bezeichnete Jahr ist aber noch nicht vollzählig; wir legen ihm die Benennung, welche es 365 oder 366 Tage hindurch führt, schon in der ersten Minute des ersten Tages bei. Während wir also jetzt 1832 schreiben, sind nur volle 1831 Jahre nach Christi Geburt verfloßen. Ebenso fangen wir den bürgerlichen Tag zu Mitternacht um 12 Uhr an, der wiederum bis um Mitternacht währt. Während desselben kann, wenn von verfloßener Zeit die Rede ist, nur der vorhergegangene Tag ganz in Rechnung gebracht werden. Dasselbe gilt von den Monaten; z. B. am 6. August 1822 wären unserer Rechnung nach völlig verfloßen nur: 1821 Jahre 7 Monate 5 Tage, weil weder das 1822ste Jahr noch der 8te Monat und der 6te Tag schon ganz verfloßen sind. Hieraus erhellet Folgendes:

Der 2te Mai = 4 Monate 1 Tag; der 18te Junius = 5 Monate 17 Tage; der 4te Oktober = 9 Monate 3 Tage; 1820 den 2. Januar = 1819 Jahre 1 Monat 1 Tag; 1821 den 31. Dezember = 1820 Jahre 11 Monate 30 Tage; u. s. w.

Wir zählen unsere Stunden bis 12; ist aber beim Rechnen von Stunden die Rede, so sehe man, ob es Vormittags oder Nachmittags sei; im erstern Falle werden die Stunden genommen, wie sie

gegeben sind; im letztern Falle muß die gegebene Stundenzahl zu 12 addirt werden.

3. B.:

6 Uhr Morgens bleibt unverändert.

6 — Abends = $6 + 12 = 18$ Stunden d. Tages.

3 — Nachmitt. = $3 + 12 = 15$ — — —

11 — Nachts = $11 + 12 = 23$ — — —

Ferner: den 5ten März Morg. 4 Uhr = 2 Monat 4 Tage 4 Stunden.

Daß man die gegebenen Zeitabtheilungen nicht ebenso, wie sie gegeben, niederschreiben kann, geht hieraus hervor. Wir führen deshalb hier keine Beispiele an. Nur noch folgende:

Wie bezeichnet man:

1822 Jahr 9 Monat 10 Tage 6 Stunden? (1823 den 11ten Oktober früh um 6 Uhr.)

1800 Jahr 1 Monat 30 Tage 15½ Stunde? (1801 den 2ten März Nachmittags 3 Uhr 30 Min.)

1414 Jahr 5 Monat 18 Tage 23 Stund. 20 Min.? (= 1415 d. 19ten Jun. Nachts 11 Uhr 20 M.)

(S. Aufg. 3. Ziffer., Heft 2. Uebung 3. 1—5.)

Das Meiste in vorstehenden beiden Paragraphen wird den Schülern schon bekannt sein. Der Lehrer hat daher nur die Begriffe, die vielleicht in den Köpfen mancher Schüler noch sehr schwankend und verworren liegen, zu berichtigen, zu ergänzen und zu erweitern; denn es ist sehr nothwendig, daß die Schüler eine genaue Kenntniß von der Zeit haben.

§. 148.

Stufengang der Uebung.

a. Berechnung der Dauer eines Zeitraumes. *) Man kann bei der Zeitberechnung entweder die Länge oder Dauer eines Zeitraumes, oder den Anfangs-, oder endlich den Endpunkt desselben berechnen. Will man die Dauer oder Länge eines Zeitraumes wissen, so muß sein Anfangs- und Endpunkt bekannt sein; man darf dann nur erstern von

*) S. Aufg. 4. Kopfr., 2. Heft, 3. Ueb., Aufg. 6 — 50.

letzterm abziehen. (Subtrahiren bei Zeiträumen.) Z. B.:

Jemand war geboren im Jahre 1753 den 16ten Oktober des Morgens um 7 Uhr, und starb 1815 den 13ten Junius Nachmittags um 2 Uhr; wie alt war er?

18.14. Jahr ⁽¹²⁾ 5. M. ⁽³¹⁾ 12 T. 14 St. (Ende.)
 1752 — 9 — 15 — 7 — (Anfang.)

61 Jahr 7 M. 28 T. 7 St. (Dauer.)

Erklärung. Als er geboren, waren 1752 Jahr 9 Monat 15 Tage 7 Stunden verflossen, und da er starb: 1814 J. 5 M. 12 T. 14 St. (oder er starb im 10ten Monat des 1815ten Jahres). Die größere Zahl in der ersten Sorte (der Endpunkt) bestimmt die Minuende, bei der kleinsten wird der Anfang gemacht: 7 Stund. von 14 St. = 7 St.; 15 Tage von 12 Tagen kann nicht abgezogen werden, man borgt daher bei den 5 Monaten in der Vollzahl einen Monat, d. h., den 5ten; dieß ist der Mai, welcher 31 Tage hat; zählt diese zu 12 hinzu, = 43 Tage, und zieht ab: 15 T. von 43 T. = 28 T. Das Uebrige wie gewöhnlich.

Hans starb im Jahre 1816 den 18. März des Morgens um 8 Uhr; er war geboren im Jahre 1754 den 20. Mai des Morgens um 7 Uhr; wie alt war er?

18.15. J. 2. M. 17 T. 8 St. (Ende.)
 1753 — 4 — 19 — 7 — (Anfang.)

61 J. 9 M. 27 T. 1 St. (Dauer.)

Erklärung. Hier mußte ein Monat zu Tagen gemacht werden; dieß war nun der Februar des 1816ten Jahres (eines Schaltjahres), der also 29 Tage hatte: daher $29 + 17 - 19 = 27$ Tage; 4 Monate von 1 Monat muß ein Jahr geborgt werden: $12 + 1 - 4$ M. = 9 Monat.

Diese Aufgabe kann man auch so ansehen, daß das gegebene Jahr und die gegebenen Tage angeschrieben werden; nur die Monate muß man um 1 weniger ansehen. Diese Aufgabe würde daher so stehen:

1816. J. 2. M. 18 L. 8 St.

1754 — 4 — 20 — 7 —

61 J. 9 M. 27 L. 1 St.

Ich halte es sogar für besser, in diesem Falle die Jahreszahlen und Tage anzuschreiben, wie sie gegeben werden, weil die Schüler bei vorkommendem Februar das Schaltjahr nicht so leicht übersehen; doch verfahre ein Jeder nach seiner Einsicht, da man dasselbe Facit erhält.

Wer 1780 den 31. Dezember Morgens um 9 Uhr geboren wurde, ist den 1. März 1821 Mittags um 12 Uhr wie alt gewesen?

1820. J. 2 M. : L. 12 St.

1779 — 11 — 30 — 9 —

40 J. 1 M. 29 L. 3 St.

Erklärung. Hier tritt der Fall ein, daß man beim Abziehen der 30 Tage zwei Monate vorgehen muß; denn borgt man einen Monat, so erhält man nur 28 Tage, weil der geborgte Monat der Februar ist, der nur 28 Tage hat; man nimmt daher noch den Januar hinzu, und erhält $28 + 31 \text{ Tage} = 59 \text{ Tage}$. Die übrige Rechnung ist nun wie gewöhnlich.

Der L. gebe den R. einige leichte Aufg. zur mündlichen Berechnung. Er lasse sie z. B. ihr eignes Alter, das Alter ihrer Geschwister, Aeltern und Mitschüler u. s. w. berechnen.

(S. Aufg. z. Ziffern., Heft 2. Ueb. 3. 6—41.)

b. Berechnung des Anfangspunktes eines Zeitraumes. *) Der Anfangspunkt eines Zeitraumes wird berechnet aus seiner Dauer und dem Endpunkte. Man zieht nämlich die Dauer von dem Endpunkte ab; der Rest gibt den Anfangspunkt. J. V.:

Friedrich der Große starb 1786 den 17ten August in einem Alter von 74 Jahren 6 Monaten 24 Tagen; wann wurde er geboren?

⁽³¹⁾
1785 J. 7 M. 16 L.

74 — 6 — 24 —

1711 J. : M. 23 L.

d. h., man schrieb: 1712 den 24sten Januar.

*) S. Aufg. z. Kopfr., 2. Heft, 3. Ueb., S. 51. Aufg. 51—80.

Erklärung. Man schreibt auch hier nur die bei seinem Tode verflossene Zeit an, nämlich 1785 J. 7 M. 16 T.; hievon die Dauer seines Lebens, 74 Jahr 6 Mon. 24 Tage, abgezogen, gibt die Zeit, die bis zum Anfange seines Lebens verflossen war, nämlich 1711 Jahre 23 Tage; er wurde also geboren im 1712ten Jahre den 24sten Januar.

Die Kinder können hier mündlich ausrechnen, wann derjenige geboren ist, der heute 12, 18, 17, 20, 30, 6 Jahr 7 Monat, 19 Jahr 6 Wochen alt ist. Ferner: wann derjenige geboren ist, der bei ihrer Geburt z. B. 3 Jahr 8 Monat alt war.

(S. Aufg. 3. Ziffern., Heft 2, Ueb. 3. 2—62.)

c. Berechnung des Endpunktes eines Zeitraumes. *) Man findet das Ende eines Zeitraumes aus dem Anfange und der Dauer desselben, indem man letztere zum erstern addirt. (Addiren bei Zeiträumen.) Z. B.:

Jemand war geboren im Jahre 1784 den 12ten März Nachmittags um 5 Uhr, und war alt geworden 31 Jahre 9 Mon. 12 Tage 6 Stunden; wann starb er?

1783 Jahre 4 Mon. 11 Tage 17 Stund. (Anfang.)
 31 — 9 — 12 — 6 — (Dauer.)

1815 Jahre 1 Mon. 23 Tage 23 Stund. (Ende.)

Erklärung: d. h., er starb im 1816ten Jahre, nachdem in diesem auch schon wieder ein voller Monat verflossen war, also im Februar, und zwar am 24sten; denn darauf deuten die schon verflossenen 23 Tage 23 St., heist: $23 - 12 = 11$, oder 11 Uhr des Nachts. — Man hätte also zu lesen: er starb im Jahre 1816 den 24. Februar Nachts um 11 Uhr.

Da zwischen Jahren und Monaten, Tagen und Stunden immer dieselbe Eintheilungszahl bleibt, und diese nur bei den Monaten verschieden ist, so kann man Jahre und Tage auch so anschreiben, wie sie gegeben werden, und man

*) S. Aufg. 3. Kopfrechnen, 2. Heft, 3. Ueb., S. 53. Aufgabe 81—112.

erhält dann Jahre und Tage, welche gefordert werden (ohne die nächstfolgende aufzufassen); bei den Monaten darf dieß aber nicht geschehen, weil sie nicht gleiche Länge haben.

Eine Aufgabe nach beiden Arten berechnet:

Jemand war geboren 1762 den 9ten April früh um 7 Uhr, und wurde 54 Jahre 9 Monate 4 Tage 9 Stunden alt; wann gestorben?

Erste Art: 1761 Jahr 3 M. 8 L. 7 St.

54 — 9 — 4 — 9 —

1816 Jahr: M. 12 L. 16 St.

d. h., es waren 1816 Jahre verflossen, und vom 1817ten schon wieder 12 Tage u. s. w.; er starb also im Jahre 1817 den 13ten Januar Nachmittags um 4 Uhr.

Zweite Art: 1762 J. 3 M. 9 L. 7 St.

54 — 9 — 4 — 9 —

1817 J.: M. 13 L. 16 St.

Hier werden die Jahre und Tage genommen, wie sie die Zahl gibt; er starb im Jahre 1817 den 13ten Januar Nachmittags um 4 Uhr.

Erinnerung. Ich habe darum beide Arten hingesetzt, weil es noch viele Rechenmeister gibt, welche die letztere Art hartnäckig behaupten. Ein Jeder wähle nun nach Belieben; nur muß man von einer gewissen Summe von Tagen, die einen neuen Monat geben, die Eintheilungszahl immer von dem Monat nehmen, der vor dem Monate der Summe vorhergeht.

Ein Haus, das 1740 den 31. Julius erbaut wurde, brannte 82 Jahr 6 Monat 30 Tage darnach ab; wann geschah dieß?

1739 J. 6 M. 30 L.

82 — 6 — 30 —

1822 J. 2 M. 1 L.

d. h.: 1823 den 1sten März.

Erklärung. Bei der Berechnung vorstehender Aufgabe muß man vorsichtig sein. 30 Tage und 30 Tage = 60 Tage; diese bleiben vor der Hand als solche stehen; 6 Monate und 6 Monate = 12 Monate = 1 Jahr; dieses Jahr addire zu den beiden Summanden 1739 u. 82, = 1822.

Jene 60 Tage gehören also dem 1823ten Jahre an, in welchem der 60ste Tag auf den ersten März fällt.

Der Lehrer gebe den Kindern auf, zu berechnen, wann jedes von ihnen z. B. 15, 16, 20, 18 Jahr u. s. w. alt sein wird; oder wann jedes um 10, 12, 16 u. s. w. Jahre älter sein wird.

(S. Aufg. 3. Ziffern., Heft 2. Üb. 3. 63 — 74.)

(S. Aufg. 3. Kopfr., 2. Heft, 3. Üb., Aufg. 113 — 123.)

Fünfte Hauptübung.

Vielfältigen ungleichbenannter Zahlen nebst ihrer Anwendung auf Preis-, Lohn-, Mietz- u. dergl. Berechnungen.

I. Mündlich.

§. 149.

Stufengang der Übung.

Unsere Schüler sind im Multiplizieren ungleichbenannter Zahlen schon auf der 2ten und 3ten Stufe etwas geübt worden. Doch wollen wir darauf keine Rücksicht nehmen, um einen zusammenhängenden Stufengang zu liefern. Wir thun dieß auf folgende Weise:

a. Berechnungen, die sich auf alle Multiplikationsaufgaben anwenden lassen. (Normalaufgaben.)

1) Multiplizire eine benannte höhere Zahl, bei deren Produkt keine Uebertragung vorkommt!

Beisp. 4 Mal 8 Thlr. = 32 Thaler.

15 Mal 6 Ztr. = 90 Ztr.

12 Mal 8 Wspl. = 96 Wspl.

(Die einfachsten Aufgaben.)

2) Multiplizire eine benannte niedere Zahl, und verwandle das Produkt in eine höhere Zahlbenennung, wenn's nothwendig ist!

Beisp. a) 8 Mal 3 Sgr. = 24 Sgr.

b) 5 Mal 12 Sgr. = 60 Sgr. oder 2 Thlr.

c) 5 Mal 8 Sgr. = 40 Sgr. od. 1 Thlr. 10 Sgr.

Dies sind nun dreierlei Aufgaben: bei der 1sten erreicht das Produkt noch nicht den Werth eines Thalers; bei der 2ten Aufgabe beträgt es gerade zwei Thaler; und bei der 3ten enthält das Produkt eine gemischte Zahl. Hiernach richtet sich der Lehrer beim Aufgabengeben. Erst können auf diese Weise Münzen, dann Maße und endlich Gewichte multipliziert werden.

3) Multiplizire ungleichbenannte Zahlen!

Beisp. a) 4 Mal 3 Sgr. 2 Pf. = 12 Sgr. 8 Pf.;

denn 4 Mal 3 Sgr. = 12 Sgr. und 4 Mal 2 Pf. = 8 Pf. (Die leichteste Art Aufgaben, bei denen wieder keine Uebertragung vorkommt.)

b) 4 Mal 4 Sgr. 6 Pf. = 18 Sgr.;

denn 4 Mal 4 Sgr. = 16 Sgr., 4 Mal 6 Pf. = 24 Pf. oder 2 Sgr., 16 Sgr. + 2 Sgr. = 18 Sgr. (Das Produkt der Sgr. gibt noch keinen Thaler, das Produkt der Pfennige ist gleich 2 Sgr., die zum Produkt genommen werden.)

c) 4 Mal 3 Sgr. 8 Pf. = 14 Sgr. 8 Pf.;

denn 4 Mal 3 Sgr. = 12 Sgr., 4 Mal 8 Pf. = 32 Pf. oder 2 Sgr. 8 Pf.; 12 Sgr. + 2 Sgr. 8 Pf. = 14 Sgr. 8 Pf. (Auch hier erreicht das Produkt der Sgr. noch keinen Thaler, das Produkt der Pfennige enthält eine ungleichbenannte Zahl, nämlich Sgr. und Pf.)

d) 4 Mal 9 Sgr. 2 Pf. = 1 Thlr. 6 Sgr. 8 Pf.;

denn 4 Mal 9 Sgr. = 36 Sgr. oder 1 Thlr. 6 Sgr., 4 Mal 2 Pf. = 8 Pf., zusammen also 1 Thlr. 6 Sgr. 8 Pf. (Hier enthält das Produkt der Sgr. mehr als einen Thaler, das Produkt der Pf. aber beträgt noch nicht einen Sgr. Das Gesamtprodukt ist also eine 3fach benannte Zahl.)

e) 4 Mal 12 Sgr. 8 Pf. = 1 Thlr. 20 Sgr. 8 Pf.;

denn 4 Mal 12 Sgr. = 48 Sgr. oder 1 Thlr. 18 Sgr., 4 Mal 8 Pf. = 32 Pf. oder 2 Sgr. 8 Pf., 18 Sgr.

+

+ 2 Sgr. = 20 Sgr.; zusammen also 1 Thlr. 20 Sgr. 8 Pf.

Hier enthalten beide Produkte gemischte Zahlen, das Produkt der Sgr. enthält 1 Thlr. und 18 Sgr., das Produkt der Pf. 2 Sgr. und 8 Pf., daraus entsteht die Additionsaufgabe:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ Thlr. } 18 \text{ Sgr.} \\ + \quad \quad 2 \quad \quad 8 \text{ Pf.} \\ \hline \text{find } 1 \text{ Thlr. } 20 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.} \end{array}$$

f) 4 Mal 20 Thlr. 15 Sgr. 9 Pf. = 82 Thlr. 3 Sgr.;
denn 4 Mal 20 Thlr. = 80 Thlr., 4 Mal 15 Sgr. = 60 Sgr. oder 2 Thlr., 4 Mal 9 Pf. = 36 Pf. oder 3 Sgr.

Der dreifach benannte Multiplikand gibt uns ein zweifach benanntes Produkt, weil das Produkt der Sgr. = 2 Thlr. und das Produkt der Pf. gleich ist 3 Sgr.

g) 4 Mal 15 Thlr. 26 Sgr. 5 Pf. = 63 Thlr. 15 Sgr. 8 Pf.;

denn 4 Mal 15 Thlr. = 60 Thlr., 4 Mal 26 Sgr. = 104 Sgr. oder 3 Thlr. 14 Sgr., 4 Mal 5 Pf. = 20 Pf. oder 1 Sgr. 8 Pf.; also:

$$\begin{array}{r} 60 \text{ Thlr.} \\ 3 \quad \quad 14 \text{ Sgr.} \\ + \quad \quad 1 \quad \quad 8 \text{ Pf.} \\ \hline \text{find } 63 \text{ Thlr. } 15 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.} \end{array}$$

Hier enthält sowohl das Produkt der Sgr. als der Pf. ungleichbenannte Zahlen, jenes nämlich Thaler und Sgr., dieses Silbergr. und Pf., woraus die oben dargestellte Addition entsteht.

Wir haben hier überall das Multiplizieren mit der höchsten Zahlbenennung begonnen; die Schüler können anfänglich auch so verfahren; zuletzt aber kann ihnen gezeigt werden, daß man eben so gut bei der niedrigsten Zahlbenennung anfangen könne, welches Verfahren beim schriftlichen Multiplizieren stattfindet. Wie schon bei N. 2. erinnert worden ist, so bringt man auch hier immer erst die Berechnung mit Münzen, dann mit Maassen, hierauf mit Gewichten zur Fertigkeit, bis man endlich allerlei Aufgaben berechnen läßt. So ist wenigstens der Lehrer sicher, daß er

nicht einseitig bloß die eine oder andere Zahlbenennung einübe und befestige.

b. Mit Abkürzungen in der Berechnung.

Wir vermeiden auch hier, wie früher, alles Regelwesen und stellen die Fälle in einzelnen Aufgaben mit Beispielen und Berechnungen dar.

1) Multiplizire eine niedere Zahlbenennung mit einer Zahl, die der Reduktionszahl dieser Benennung gleich ist!

Beispiele.

a) Da 12 Mal 1 Pfennig = 1 Silbergroschen, so sind: 12×2 Pf., 3 Pf., 4 Pf. u. s. w. = 2 Egr., 3 Egr., 4 Egr. u. s. f.

Ebenso sind:

12×7 Tücher = 7 Ballen, weil 12×1 Tuch = 1 Ball.

12×8 Schfl. = 8 Malter, — 12×1 Schfl. = 1 Mtr.

12×4 Stück = 4 Duzend, — 12×1 Stück = 1 Duz.

12×4 Zoll = 4 Fuß, — 12×1 Zoll = 1 Fuß.

12×9 Mon. = 9 Jahre, — 12×1 Mon. = 1 Jahr.

b) Da 20 Mal 1 Silbergroschen = 1 Gulden, so sind $20 \times 2, 3, 4, 5, 6$ Egr. = 2, 3, 4, 5, 6 Gulden.

Aus demselben Grunde sind z. B.:

20×9 Gebinde = 9 Fäspeln

20×15 Ellen = 15 Stiegen

20×5 Stück = 5 Zimmer

20×24 Buch = 24 Rieß.

c) Da 16 Mal 1 Metze = 1 Scheffel, so sind 16 Mal 2, 3, 4, 5 Metzen = 2, 3, 4, 5 Scheffel.

Deshalb sind auch:

16×8 Groschen = 8 Gulden

16×12 Loth Silber = 12 Mark Silber.

d) Da 24 Mal 1 Groschen = 1 Thaler, so sind $24 \times 2, 3, 4$ Egr. = 2, 3, 4 Thaler.

Auch sind z. B.:

24 Mal 16 Scheffel = 16 Wispel

24 $\times$ 19 Vogen = 19 Buch

24 $\times$ 13 Stunden = 13 Tage

24 $\times$ 15 Ellen = 15 Laßen

24 $\times$ 8 Pfd. (schles.) = 8 Stein (schles.)

e) Da 30 Mal 1 Silbergrösch = 1 Thaler, so sind $30 \times 2, 3, 4, 5$ Egr. = 2, 3, 4, 5 Thaler.

Ebenso sind:

30 Mal 12 Tage = 12 Monate

30×9 Morgen = 9 Auen

30×2 Gewende = 5 Morgen (schles.).

f) Da 10 Mal 1 Stück Tuch = 1 Pack, so sind $10 \times 2, 3, 4$ St. T. = 2, 3, 4 Pack.

Ferner sind:

10 Mal 8 Stück Felle = 8 Decher

10×7 Zoll = 7 Fuß (rh.)

10×12 Rieß = 12 Ballen.

Dieses übe der Lehrer den Schülern recht gut ein, entweder in Reihenfolgen oder in einzelnen Aufgaben, oder beides mit einander abwechselnd. Auf das Vorstehende gründet sich Folgendes:

2) Multiplizire ungleichbenannte Zahlen mit jenen Zahlen!

Beispiele:

4 Mal 3 Loth 2 Quentchen = 14 Loth;

denn 4×3 Loth = 12 Loth, 4×2 Quentch. = 2 Loth;
zusammen 14 Loth.

12 Mal 5 Egr. 8 Pf. = 2 Thlr. 8 Egr.;

denn 12×5 Egr. = 2 Thlr., 12×8 Pf. = 8 Egr.;
zusammen also u. s. w.

16 Mal 3 Schfl. 12 Mezen = 60 Schfl.;

denn 16×3 Schfl. = 48 Schfl., 16×12 Mz. = 12 Schfl.;
zusammen also u. s. w.

Der Lehrer sieht hieraus, von welcher Art die hier zu gebenden Aufgaben sein müssen.

3) Multiplizire eine niedere Zahlbenennung oder eine ungleichbenannte Zahl mit dem Mehrfachen jener Reduktionszahlen!

Beispiele.

a) 24 Mal 9 Pfennige = 18 Egr.;

denn 24 Mal 1 Pf. = 2 Egr., diese 9 Mal genommen = 18 Egr. — Oder: $24 = 2 \times 12$, 12×9 Pf. = 9 Egr., 2×9 Egr. = 18 Egr.

Ebenso lasse der Lehrer eine bestimmte Anzahl Monate, oder Scheffel, oder Stück, oder Zoll mit dem Mehrfachen von 12 (also z. B. mit 36, 48, 60, 72, 84, 96, 120 u. s. w.) multiplizieren. Z. B. 72×10 Pf. = 6×10 Egr. = 2 Thlr.

Hiermit ist zugleich das Verfahren mit den andern der obigen Zahlen (bei 2.) angedeutet, dessen weitere Ausführung keinem Lehrer schwer fallen kann. Dasselbe ist im Folgenden der Fall.

b) 36 Mal 2 Thlr. 8 Pf. = 72 Thlr. 24 Egr.;
denn 36×2 Thlr. = 72 Thlr., 36×8 Pf. = 3×8 Egr. = 24 Egr.

c) 48 Mal 3 Buch 18 Bogen = 280 Buch;
denn 48×3 Buch = 144 Buch, 48×18 Bogen = 2×18 Buch = 36 Buch, $144 + 36 = 280$ Buch.

4) Multiplizire eine niedere Zahlbenennung oder eine ungleichbenannte Zahl durch eine andere, die sich in die Reduktionszahl der niedern Zahlbenennung zerfallen lässt!

Beispiele.

a) 15 Mal 8 Pf. = 10 Egr.;
denn $15 = (12 + 3)$, 12×8 Pf. = 8 Egr., 3×8 Pf. = 2 Egr.; zusammen 10 Egr.

b) 27 Mal 6 Egr. = 6 Thlr. 18 Egr.;
denn $27 = (24 + 3)$, 24×6 Egr. = 6 Thlr., 3×6 Egr. = 18 Egr.; zusammen 6 Thlr. 18 Egr.

c) 50 Mal 9 Monate = 37 Jahr 6 Monate;
denn $50 = (4 \times 12 + 2)$, 12×9 M. = 9 Jahr, 4×9 Jahr = 36 Jahr, 2×9 M. = 1 Jahr 6 M.; zusammen 37 Jahr 6 Monate.

d) 18 Mal 4 Egr. 3 Pf. = 2 Thlr. 16 Egr. 6 Pf.;
denn $18 = (12 + 6)$, 18×4 Egr. = 72 Egr. = 2 Thlr. 12 Egr., 12×3 Pf. = 3 Egr., 6×3 Pf. = 1 Egr. 6 Pf.; zusammen u. s. w.

e) 29 Mal 3 Thlr. 12 Egr. = 98 Thlr. 18 Egr.;
denn 29×3 Thlr. = 87 Thlr., $29 = (30 \text{ w. } 1)$, 30×12 Egr. = 12 Thlr., davon ab 1×12 Egr. blei-

ben 11 Thlr. 18 Sgr.; zusammen also 98 Thlr. 18 Sgr.

Die Aufgaben können hier noch gar sehr vermehrt, und der Multiplikator kann durch Zerfällung, oder durch Vermehrung oder Verminderung bequemer und die Rechnung selbst dadurch erleichtert werden.

5) Multiplizire eine niedere Zahlbenennung oder eine ungleichbenannte Zahl und verwandle dabei den Multiplikand in eine bequemere Zahl!

Beispiele.

a) 8 Mal 11 Pfennige = 7 Sgr. 4 Pf.;

denn 11 Pf. = 1 Sgr. weniger 1 Pf., 8 Mal 1 Sgr. = 8 Sgr., davon gehen ab 8 Mal 1 Pf., bleiben noch 7 Sgr. 4 Pf.

b) 20 Mal 29 Sgr. = 19 Thlr. 10 Sgr.;

denn 29 Sgr. = 1 Thlr. wen. 1 Sgr., 20 Mal 1 Thlr. = 20 Thlr., davon gehen 20 × 1 Sgr. ab, bleiben noch 19 Thlr. 10 Sgr.

c) 12 Mal 28 Schfl. = 14 Wspl.;

denn 28 Schfl. = 1 Wspl. + 4 Schfl., 12 × 1 Wspl. = 12 Wspl., 12 × 4 Schfl. = 48 Schfl. = 2 Wspl.; zusammen also 14 Wspl.

d) 30 Mal 3 Sgr. 6 Pf. = 4 Thlr. 9 Sgr.;

denn 3 Sgr. 6 Pf. = 4 Sgr. wen. 6 Pf., 24 × 4 Sgr. = 4 Thlr., 6 × 4 Sgr. = 1 Thlr., zusammen 5 Thlr., davon gehen aber 30 × 6 Pf. = $\frac{30}{2}$ Sgr. = 15 Sgr. ab, mithin bleiben nur noch 4 Thlr. 9 Sgr.

Oft kann die niedere Zahlbenennung in einen Bruch der übergeordneten höhern Benennung verwandelt werden. Z. B.:

e) 16 Mal 12 Sgr. = 8 Thlr.;

denn 12 Sgr. = $\frac{1}{2}$ Thlr., 16 × $\frac{1}{2}$ Thlr. = 8 Thlr.

f) 20 Mal 15 Sgr. 6 Pf. = 10 Thlr. 10 Sgr.;

denn 12 Sgr. = $\frac{1}{2}$ Thlr., 6 Pf. = $\frac{1}{4}$ Sgr., 20 × $\frac{1}{2}$ Thlr. = 10 Thlr., 20 × $\frac{1}{4}$ Sgr. = 5 Sgr.; zusammen also u. s. w.

g) 9 Mal 8 Pfennige = 6 Egr.;

denn 8 Pf. = $\frac{2}{3}$ Egr., $9 \times \frac{2}{3}$ Egr. = $\frac{18}{3}$ Egr. = 6 Egr.

h) 24 Mal 5 Jahr 9 Monate = 138 Jahr;

denn 24×5 J. = 120 J., 9 M. = $\frac{3}{4}$ J., $24 \times \frac{3}{4}$ J. = 6×3 J. = 18 J.; zusammen 138 J.

i) 36 Mal 7 Schfl. 9 Mß. = 22 Mltr. 8 Schfl. 4 Mß.;

denn 7 Schfl. = 6 Schfl. + 1 Schfl., 6 Schfl. = $\frac{1}{2}$ Mltr., $36 \times \frac{1}{2}$ Mltr. = 18 Mltr., 36×1 Schfl. = 3 Mltr., $18 + 3 = 21$ Mltr., 9 Mß. = 8 Mß. = $\frac{1}{2}$ Schfl. + 1 Mß., $36 \times \frac{1}{2}$ Schfl. = 18 Schfl. = 1 Mltr. 6 Schfl., 36×1 Mß. = 2 Schfl. 4 Mß.; zusammen also: 21 Mltr. + 1 Mltr. 6 Schfl. + 2 Schfl. 4 Mß., = 22 Mltr. 8 Schfl. 4 Mß.

k) 12 Mal 18 Egr. 4 Pf. = 6 Thlr. 11 Egr.;

denn 18 Egr. = $\frac{1}{2}$ Thlr. + 3 Egr., $12 \times \frac{1}{2}$ Thlr. = 6 Thlr., 12×3 Pf. = 3 Egr., (6 Thlr. 3 Egr.), 8 Pf. = $\frac{2}{3}$ Egr., $12 \times \frac{2}{3}$ Egr. = $\frac{24}{3}$ Egr. = 8 Egr.; zusammen 6 Thlr. 11 Egr.

Diese Beispiele zeigen hinreichend, wie durch gewisse Veränderungen, die mit dem Multiplikator oder dem Multiplikandus durch Zerfällen, oder durch Hinwegnehmen, oder durch Hinzuthun vorgenommen werden können, die Multiplikation geistbildender gemacht werden kann.

Vor wir aber weiter gehen, erinnern wir noch an die ungleichbenannten Zahlen, die sich auf Stel- und 9tel-Thaler zurückführen lassen (s. §. 133.), und wollen nur an einigen Beispielen zeigen, wie in den meisten Fällen diese Zurückführung anwendbar ist.

Man vergleiche §. 133.

Beispiele.

1) 16 Mal 3 Egr. 9 Pf. = 2 Thlr.;

denn 3 Egr. 9 Pf. = $\frac{1}{4}$ Thlr., 16 Mal $\frac{1}{4}$ Thlr. = $\frac{16}{4}$ Thlr. = 2 Thlr.

2) 16 Mal 7 Egr. 6 Pf. = 4 Thlr.;

denn 7 Egr. 6 Pf. = $\frac{1}{4}$ Thlr., $16 \times \frac{1}{4}$ Thlr. = 2×2 Thlr. = 4 Thlr.

3) 24 Mal 11 Egr. 3 Pf. = 9 Thlr.;

denn 11 Egr. 3 Pf. = $\frac{1}{3}$ Thlr., $24 \times \frac{1}{3}$ Thlr. = 9 Thlr.

- 4) 80 Mal 18 Sgr. 9 Pf. = 50 Thlr.;
 denn 18 Sgr. 9 Pf. = $\frac{5}{8}$ Thlr., $8 \times \frac{5}{8}$ Thlr. = 5 Thlr.,
 $80 \times \frac{5}{8}$ Thlr. = 10×5 Thlr. = 50 Thlr.
- 5) 72 Mal 22 Sgr. 6 Pf. = 54 Thlr.;
 denn 22 Sgr. 6 Pf. = $\frac{9}{8}$ Thlr., $72 \times \frac{9}{8}$ Thlr. = 9 Thlr.,
 6×9 Thlr. = 54 Thlr.
- 6) 96 Mal 26 Sgr. 3 Pf. = 84 Thlr.;
 denn 26 Sgr. 3 Pf. = $\frac{7}{8}$ Thlr., $96 \times \frac{7}{8}$ Thlr. = 12
 Thlr., 7×12 Thlr. = 84 Thlr.

So auch mit den Stel: Thaler:

- 7) 18 Mal 3 Sgr. 4 Pf. = 2 Thlr.;
 denn 3 Sgr. 4 Pf. = $\frac{2}{9}$ Thlr., $18 \times \frac{2}{9}$ Thlr. = 2 Thlr.
- 8) 45 Mal 6 Sgr. 8 Pf. = 10 Thlr.;
 denn 6 Sgr. 8 Pf. = $\frac{2}{9}$ Thlr., $45 \times \frac{2}{9}$ Thlr. = 5 Thlr.,
 2×5 Thlr. = 10 Thlr.
- 9) 180 Mal 13 Sgr. 4 Pf. = 80 Thlr.;
 denn 13 Sgr. 4 Pf. = $\frac{2}{9}$ Thlr., $180 \times \frac{2}{9}$ Thlr. = 20
 Thlr., 4×20 Thlr. = 80 Thlr.
- 10) 81 Mal 16 Sgr. 8 Pf. = 45 Thlr.;
 denn 16 Sgr. 8 Pf. = $\frac{2}{9}$ Thlr., $81 \times \frac{2}{9}$ Thlr. = 9 Thlr.,
 5×9 Thlr. = 45 Thlr.
- 11) 81 Mal 23 Sgr. 4 Pf. = 63 Thlr.;
 denn 23 Sgr. 4 Pf. = $\frac{2}{9}$ Thlr., $81 \times \frac{2}{9}$ Thlr. = 9 Thlr.,
 7×9 Thlr. = 63 Thlr.
- 12) 81 Mal 26 Sgr. 8 Pf. = 72 Thlr.;
 denn 26 Sgr. 8 Pf. = $\frac{2}{9}$ Thlr., $81 \times \frac{2}{9}$ Thlr. = 9 Thlr.,
 8×9 Thlr. = 72 Thlr.

Ist der Multiplikator keine solche bequeme Zahl, wie in vorstehenden Beispielen, so zerfällt man ihn, zählt zu, oder zählt ab. So sind die bequemsten Zahlen, womit z. B. Stel: Thaler multipliziert werden können: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80 u. s. f. Zwischen diesen Zahlen liegen andere, z. B. zwischen 32 und 40 sind 31, 32, 33 u. s. f. Hat man nun mit einer dieser letztern Zahlen zu multiplizieren, so zerfällt man sie in 4×8 und multipliziert mit dem Plus noch besonders. Z. B.:

$$36 \times 22 \text{ Sgr. } 6 \text{ Pf.} = 27 \text{ Thlr.};$$

denn $36 = 4 \times 8 + 4$, $22 \text{ Sgr. } 6 \text{ Pf.} = \frac{2}{3} \text{ Thlr.}$, $8 \times \frac{2}{3} \text{ Thlr.} = 6 \text{ Thlr.}$, $4 \times 6 \text{ Thlr.} = 24 \text{ Thlr.}$,
dazu noch $4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 3 \text{ Thlr.}$; zusammen also
27 Thlr.

$$100 \times 26 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.} = 88 \text{ Thlr. } 26 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.};$$

denn $26 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.} = \frac{13}{5} \text{ Thlr.}$, $100 = 11 \times 9 + 1$,
 $9 \times \frac{13}{5} \text{ Thlr.} = 8 \text{ Thlr.}$, $11 \times 8 \text{ Thlr.} = 88 \text{ Thlr.}$,
dazu $1 \times \frac{13}{5} \text{ Thlr.} = 88\frac{3}{5} \text{ Thlr.}$ oder $88 \text{ Thlr. } 26 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.}$.

Wenn ferner der Multiplikand sich nicht ohne Weiteres in Stelz oder 9telz Thlr. zurückführen läßt, so wendet man ebenfalls die Zerfällung an. Z. B.:

$$80 \times 21 \text{ Sgr. } 10 \text{ Pf.} = 58 \text{ Thlr. } 6 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.};$$

denn $21 \text{ Sgr. } 10 \text{ Pf.} = \frac{1}{5} \text{ Thlr.} + 3 \text{ Sgr. } 1 \text{ Pf.}$, $80 =$
 10×8 , $8 \times \frac{1}{5} \text{ Thlr.} = 5 \text{ Thlr.}$, $10 \times 3 \text{ Sgr.}$
 $= 50 \text{ Thlr.}$, $3 \text{ Sgr.} = \frac{3}{10} \text{ Thlr.}$, $80 \times \frac{3}{10} \text{ Thlr.}$
 $= 8 \text{ Thlr.}$, $80 \times 1 \text{ Pf.} = 6 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.}$; zusammen
58 Thlr. 6 Sgr. 8 Pf.

$$90 \times 17 \text{ Sgr. } 10 \text{ Pf.} = 53 \text{ Thlr. } 15 \text{ Sgr.};$$

denn $17 \text{ Sgr. } 10 \text{ Pf.} = \frac{1}{3} \text{ Thlr.} + 1 \text{ Sgr. } 2 \text{ Pf.}$, $90 =$
 10×9 , $9 \times \frac{1}{3} \text{ Thlr.} = 5 \text{ Thlr.}$, $10 \times 1 \text{ Sgr.}$
 $= 50 \text{ Thlr.}$, $90 \times 1 \text{ Sgr.} = 3 \text{ Thlr.}$, $90 \times 2 \text{ Pf.}$
 $= 90 \times \frac{1}{3} \text{ Sgr.} = 15 \text{ Sgr.}$; zusammen 53 Thlr.
15 Sgr.

Für preussische Schüler ist dieses Rechnen von größter Wichtigkeit. Dergleichen Aufgaben sind dann nur scheinbar schwierig und können so auf die leichteste und schnellste Weise berechnet werden. Der Schüler muß aber mit den Stelz und 9telz Thalern so fertig umgehen können, wie mit dem kleinen Ein Mal Eins.

c. Vielseitige Auflösung einer Multiplikationsaufgabe.

Statt vieler Aufgaben wollen wir hier nur eine möglichst allseitig berechnete liefern.

$$24 \text{ Mal } 22 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.} = 18 \text{ Thlr. } 4 \text{ Sgr.}$$

Berechnung.

$$1) 24 \times \frac{2}{3} \text{ Sgr.} = 16 \text{ Sgr.}, 24 \times \frac{2}{3} \text{ Thlr.} = 16 \text{ Thlr.}, 24 \times 2 \text{ Sgr.} = 1 \text{ Thlr. } 18 \text{ Sgr.}; \text{ zusammen } 18 \text{ Thlr. } 4 \text{ Sgr.}$$

2) $3 \times 22 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = 24 \text{ Pf.} + 66 \text{ Egr.} = 2 \text{ Thlr. } 8 \text{ Egr.}, 8 \times 2 \text{ Thlr. } 8 \text{ Egr.} = 18 \text{ Thlr. } 4 \text{ Egr.}$

3) $6 \times 22 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = 4 \text{ Egr.} + 2\frac{2}{3} \text{ Thlr.} = 4 \text{ Thlr.} + 16 \text{ Egr.}, 4 \times 4 \text{ Thlr.} + 16 \text{ Egr.} = 18 \text{ Thlr. } 4 \text{ Egr.}$

4) $8 \times 24 \text{ Pf.} = 16 \text{ Egr.}, 22 \times \frac{2}{3} \text{ Thlr.} = 17 \text{ Thlr. } 18 \text{ Egr. u. f. w.}$

5) $20 \times 22 \text{ Egr.} = 22 \text{ Guld.} = 14 \text{ Thlr. } 20 \text{ Egr.}, 4 \times 22 \text{ Egr.} = \frac{7}{2} \times 14 \text{ Thlr. } 20 \text{ Egr.} = 2 \text{ Thlr. } 28 \text{ Egr.}, \text{ zusammen } 17 \text{ Thlr. } 18 \text{ Egr.}, \text{ dazu } 24 \times \frac{2}{3} \text{ Egr.} \text{ gibt } 18 \text{ Thlr. } 4 \text{ Egr.}$

6) $24 \times 20 \text{ Egr.} = 24 \text{ Gulden} = 16 \text{ Thlr.}, \text{ dazu } 48 + 16 \text{ Egr.} = 18 \text{ Thlr. } 4 \text{ Egr.}$

7) $24 \times 22 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = 48 \times 11 \text{ Egr. } 4 \text{ Pf.}, 48 \times 4 \text{ Pf.} = 16 \text{ Egr.}, 48 \times 11 \text{ Egr.} = 48 \text{ Drittelthaler und } 48 \text{ Egr.} = 18 \text{ Thlr. } 4 \text{ Egr.}$

8) $24 \times 22 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = 8 \times 68 \text{ Egr.} = 18 \text{ Thlr. } 4 \text{ Egr.}$

9) $24 \text{ Mal } 22 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = 96 \times 5 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = 2\frac{2}{3} \text{ Thlr.} + 8 \text{ Mal } 8 \text{ Egr.} = 16 \text{ Thlr.} + 64 \text{ Egr.} = 18 \text{ Thlr. } 4 \text{ Egr.}$

10) $15 \times 22 \text{ Egr.} = 11 \text{ Thlr.}, 9 \times 22 \text{ Egr.} \text{ also } \frac{2}{3} \times 11 \text{ Thlr.} = 6 \text{ Thlr. } 18 \text{ Egr.}, \text{ zusammen } 17 \text{ Thlr. } 18 \text{ Egr.}, \text{ dazu } 16 \text{ Egr. u. f. w.}$

11) $24 \text{ Mal } 22 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = 24 \times 22 \text{ Egr. } 6 \text{ Pf.} + 24 \times 2 \text{ Pf.} = 48 \text{ Pf.} = 4 \text{ Egr.}, 24 \times 22 \text{ Egr. } 6 \text{ Pf.} = 24 \times \frac{2}{3} \text{ Thlr.} = 18 \text{ Thlr.}, \text{ dazu } 4 \text{ Egr.}, = 18 \text{ Thlr. } 4 \text{ Egr.}$

12) $22 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = \frac{2}{3} \text{ Thlr.} \text{ wen. } 8 \text{ Pf.}, 24 \times \frac{2}{3} \text{ Thlr.} = 8 \times \frac{2}{3} \text{ Thlr.} = 18 \text{ Thlr. } 20 \text{ Egr.}, \text{ davon } 24 \times 8 \text{ Pf.}, = 18 \text{ Thlr. } 4 \text{ Egr.}$

13) $24 \times 22 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = \frac{2}{3} \times 24 \times \frac{2}{3} \times 22 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = 16 \times 33 \text{ Egr. } 12 \text{ Pf.} = 16 \times 34 \text{ Egr.} = 16 \text{ Thlr.} + 64 \text{ Egr. u. f. w.}$

14) $24 \times 22 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = \frac{4}{3} \times 24 \times \frac{2}{3} \times 22 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = 32 \times 17 \text{ Egr.} = 32 \text{ halbe Thaler und } 64 \text{ Egr. oder } 17 \text{ Thlr. und } 34 \text{ Egr.} = 18 \text{ Thlr. } 4 \text{ Egr.}$

15) $24 \times 22 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = 24 \times \frac{2}{3} \text{ Thlr.} \text{ wen. } 24 \times 2\frac{2}{3} \text{ Egr.}, 24 \times \frac{2}{3} \text{ Thlr.} = 20 \text{ Thlr.}, 24 \times 2\frac{2}{3} \text{ Egr.} = 1 \text{ Thlr. } 26 \text{ Egr.}, 20 \text{ Thlr.} \text{ wen. } 1 \text{ Thlr. } 26 \text{ Egr.} = 18 \text{ Thlr. } 4 \text{ Egr.}$

16) $24 \times 22 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.} = 24 \times 23 \text{ Egr.} \text{ wen. } 24 \times \frac{2}{3}$

Sgr., 24×23 Sgr. = $23 \times \frac{1}{2}$ Thlr. = 18 Thlr. 12 Sgr., davon ab 8 Sgr., gibt 18 Thlr. 4 Sgr.

17) 24×22 Sgr. 8 Pf. = 24×22 Sgr. und 8 Pf. wen. dem 5ten Theil, 24×22 Sgr. 8 Pf. = $24 \times \frac{2}{3}$ Thlr. und 1 Sgr. 4 Pf., $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$, $24 \times \frac{4}{9} = 32 \times \frac{2}{3} = 32 \times \frac{2}{3} = 8 \times \frac{4}{3} = 8 \times 2\frac{2}{3} = 17$ Thlr. 2 Sgr., 24×1 Sgr. 4 Pf. = 1 Thlr. 8 Sgr. oder 1 Thlr. 10 Sgr., davon den 5ten Theil abgezogen läßt 32 Sgr., 17 Thlr. 2 Sgr. + 32 Sgr. = 18 Thlr. 4 Sgr.

18) 24×22 Sgr. 8 Pf. = 24×22 Sgr. und 8 Pf. sächf. weniger den 5ten Theil, = 22 Thlr. und 20 Sgr. weniger 4 Thlr. 16 Sgr. = 18 Thlr. 4 Sgr.

19) 24×22 Sgr. 8 Pf. = 24×68 Dreier = 8×68 Sgr. = 18 Thlr. 4 Sgr.

20) $24 \times 22\frac{2}{3} = 22\frac{2}{3} \times 24$ Sgr. = $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \times \frac{2}{3} = 4 \times \frac{2}{9} = 18$ Thlr. 4 Sgr.

Wir wollen nicht behaupten, daß hiermit die Auflösungsarten dieser Aufgabe ganz erschöpft sind; auch verlangen wir nicht, daß man sich bei jeder Aufgabe auf eine so vielseitige Auflösung in Elementarschulen einlasse; sind aber überzeugt, daß aus solchen Uebungen fertige Rechner hervorgehen müssen, und daß namentlich Seminarlehrer ihre Zöglinge recht fleißig im Auffinden recht verschiedener Auflösungen einer Aufgabe zu üben haben.

§. 150.

Anwendung des Vorigen.

Die Multiplikation berechnet aus dem Werthe einer Einheit eines Gegenstandes eine bestimmt angegebene Anzahl gleichartiger (nicht alle Mal gleichnamiger) Gegenstände. Wir stellen für diese wichtige, im bürgerlichen Leben am häufigsten vorkommende Rechnungsart folgenden Stufengang auf:

II. Waaren- und Preisberechnung.

Waare heißt jeder Gegenstand des Handels, oder Etwas, das verkauft oder gekauft wird, besonders alle bewegliche leblose Dinge aus Holz, Eisen, Wolle, Seide u. dergl. — Preis heißt der Werth einer Sa-

che, besonders im Handel und Wandel; jede Waare hat einen Preis, den jeder Verkäufer bestimmen, festsetzen, erhöhen und fallen lassen kann. Die Art und Weise, wie aus dem angegebenen Preise die Größe der Waare, und umgekehrt der Preis aus der angegebenen Waare gefunden werden kann, heißt die Waaren- und Preisberechnung.

1) Berechne aus dem angegebenen Preise der Einheit einer Größe (Waare) den Preis der Mehrheit derselben gleichnamigen Größe!

Beispiele.

a) Für ein Pfund Kaffee bezahlt man 9 Sgr.; wie viel macht's für 3 Pfund?

Antw.: 27 Sgr.; denn wenn 1 Pfd. 9 Sgr. kostet, so kosten 3 Pfd. 3 Mal 9 Sgr. oder 27 Sgr.

Der L. wird leicht noch mehrere Aufgaben bilden können, wo das Produkt noch keine Uebertragung nöthig macht.

b) Ein Pfund Tabak kostet 12 Sgr.; wie theuer sind 8 Pfd.?

Antw.: 3 Thlr. 6 Sgr.; denn kostet 1 Pfd. 12 Sgr., so müssen 8 Pfund 8 Mal 12 Sgr. = 96 Sgr. kosten, = 2 Thlr. 6 Sgr.

Hier ist der L. weniger beschränkt in den Aufgaben.

c) Wenn 1 Loth Seide 5 Sgr. 6 Pf. kostet, wie viel muß man da für 20 Loth bezahlen?

Antw.: 3 Thlr. 20 Sgr.; denn wenn 1 Loth 5 Sgr. 6 Pf. kostet, so beträgt's für 20 Loth 20 Mal 5 Sgr. 6 Pf. = 100 Sgr. + 120 Pf. oder 3 Thlr. 10 Sgr. + 10 Sgr. = 3 Thlr. 20 Sgr.

Die meisten hieher gehörenden Aufgaben können durch Abkürzung berechnet werden. Der Lehrer halte bei seinen Schülern darauf. Eine mit Berücksichtigung der Abkürzungen geordnete Anzahl von Aufgaben enthält das 2. Heft der Aufgaben z. Kopfrechnen, S. 57—64. Aufg. 1—74.

d) Eine Köchin besorgte für die Haushaltung: 1) 4 Quart Butter à 10 Sgr. 6 Pf., 2) 6 Pfd. Kaffee à 9 Sgr. 11 Pf., 3) 12 Pfd. Hammelfleisch à 1 Sgr. 10 Pf.; wie viel beträgt die Ausgabe?

Antw.: 4 Thlr. 3 Egr. 6 Pf.; denn 4 Qrt. Butter kosten 4×10 Egr. 6 Pf. = 1 Thlr. 12 Egr.; 6 Pfd. Kaffee kosten 6×9 Egr. 11 Pf. = 1 Thlr. 29 Egr. 6 Pf.; 12 Pfd. Hammelfleisch kosten 12×1 Egr. 10 Pf. = 22 Egr.; zus. also 2 Thlr. 21 Egr. 6 Pf.

An solchen und ähnlichen zusammengesetzten Aufgaben darf es der Lehrer nicht fehlen lassen. Auch hiezu liefert jenes 2. Heft vielen Stoff in den Aufg. 75 — 128.

2) Berechne aus der Preisangabe der Einheit einer untergeordneten Größe den Werth einer höhern jener übergeordneten Größe!

Beispiele.

a) Wenn das Quentchen einer Waare 6 Pf. kostet; wie theuer ist ein Loth dieser Waare?

Antw.: 2 Egr.; da ein Loth = 4 Quentchen, so muß es 4 Mal 6 Pf., d. i. 4. Mal so viel als 1 Quentchen kosten, folglich 24 Pf. oder 2 Egr.

Will man den Werth von mehr als einem Loth aus der Preisangabe eines Quentchens wissen, so multipliziert man den Werth eines Lothes mit der gegebenen Anzahl Lothe; 6 Loth z. B. würden 6×2 Egr. = 12 Egr., 20 Loth 20×2 Egr. = 1 Thlr. 10 Egr., 30 Loth 30×2 Egr. = 2 Thlr. u. s. w. kosten. Man kann noch weiter gehen und den Preis von Pfunden aus der Preisangabe von Lothen berechnen; 1 Pfd. z. B. würde 32×2 Egr. oder 2 Thlr. 4 Egr., 3 Pfd. 3 Mal 2 Thlr. 4 Egr. = 6 Thlr. 12 Egr., 10 Pfd. 10×2 Thlr. 4 Egr. = 21 Thlr. 10 Egr. kosten u. s. w.

b) Eine Meße Mehl kostet 5 Egr.; wie theuer ist a) 1 Scheffel, b) 3 Schfl., c) 10 Schfl.?

Antw.: a) 2 Thlr. 20 Egr.; denn da der Scheffel 16 Mß. hat, so muß er 16×5 Egr. = 80 Egr. = 2 Thlr. 20 Egr. kosten; b) 8 Thlr.; denn da der Scheffel 2 Thlr. 20 Egr. kostet, so müssen 3 Schfl. 3×2 Thlr. 20 Egr. oder 8 Thlr. kosten; c) 26 Thlr. 20 Egr.; denn 10 Schfl. müssen 10×2 Thlr. 20 Egr. kosten, das sind 10.

e) Für 1 Paar Messer und Gabeln bezahlt man 1

Thlr. 20 Sgr. 4 Pf.; wie theuer sind 3 Duzend Paar solcher Messer und Gabeln?

Antw.: $3 \times 12 \times 1 \text{ Thlr. 20 Sgr. 4 Pf.} = 60 \text{ Thlr. 12 Sgr.}$

Die Vermehrung dieser Aufgabenarten ist aus dem 2. Heft S. 69. von der 129. Aufgabe an bis zur 148. zu entnehmen.

Bei Aufgaben dieser Art lassen sich einige zu berücksichtigende Vortheile in Anwendung bringen, die von den bekanntesten Eintheilungszahlen unserer Münzen, Maaße und Gewichte hergenommen sind.

Beispiele.

1) Wenn ein Stück 9 Pf. kostet, so kostet das Duzend (12 Stück) 9 Sgr., d. h. das Duzend kostet so viel Silbergroschen als das Stück Pfennige. Hieraus ist nun auch leicht zu berechnen, was 2, 3, 4 u. s. f. Duzend kosten, nämlich 2 Mal, 3 Mal, 4 Mal 9 Sgr. Der Grund ist leicht einzusehen. Ist der Preis von einem Stück in Silbergroschen oder in Sgr. und Pf. angegeben, so löset man die Sgr. in Pfennige auf. Kostet also 1 Stück z. B. 4 Sgr. 8 Pf. = 56 Pf., so muß 1 Duzend 56 Sgr. = 1 Thlr. 26 Sgr. kosten, zwei Duz. aber 2 Mal so viel = 3 Thlr. 22 Sgr. u. s. w.

Ist der Preis von einem Stück auf Groschen gestellt, so kostet ein Duzend so viel halbe Thaler, als das Stück Groschen. Wenn also 1 Stück z. B. 8 Groschen kostet, so muß man für 1 Duzend 8 Mal $\frac{1}{2}$ Thlr. = 4 Thlr. zahlen, denn $12 \times 1 \text{ Sgr.} = \frac{1}{2} \text{ Thlr.}$, $12 \times 8 \text{ Sgr.} = 8 \times \frac{1}{2} \text{ Thlr.}$. Drei, vier, zehn Duzend würden hiernach 3, 4, 10 Mal 4 Thlr. kosten, oder 12, 16, 40 Thlr.

Zahlt Jemand monatlich 12 Sgr. Abgaben oder Schulschuld, so beträgt's für das Jahr $12 \times \frac{1}{2} \text{ Thlr.} = 6 \text{ Thlr.}$, für 2, 3, 4 Jahre also $2 \times$, $3 \times$, $4 \times 6 \text{ Thlr.}$, oder 12, 18, 24 Thaler.

Kostet der Scheffel Kartoffeln 16 Sgr., so beträgt's für den Malter $16 \times \frac{1}{2} \text{ Thlr.} = 8 \text{ Thlr.}$, für 3, 4, 5 Malter also $3 \times$, $4 \times$, $5 \times 8 \text{ Thlr.} = 24, 32, 40 \text{ Thlr.}$ u. s. w. u. s. w.

2) Bekanntlich sind 16 Mezen = ein Scheffel und 16 Groschen sind ein Gulden. Hierauf gründet sich folgender Vortheil. Kostet nämlich 1 Meze Mehl 16 Ggr., so muß der Scheffel so viel Gulden, d. h. 16 Gulden, kosten; denn 16 Mal 1 Ggr. = 16 Ggr. oder 1 Gulden, $16 \times 16 \text{ Ggr.} = 16 \times 1 \text{ Gulden} = 16 \text{ Gulden}$. Hieraus kann nun leicht berechnet werden, wie viel 3, 5, 10 Scheffel kosten, nämlich $3 \times$, $5 \times$, $10 \times 1 \text{ Gulden}$.

Wenn 1 Meze 8 Groschen kostet, so muß der Scheffel 8 Gulden kosten, 2 Scheffel also $2 \times 8 \text{ Gulden} = 16 \text{ Gulden}$, 3 Scheffel $3 \times 8 \text{ Gulden} = 24 \text{ Gulden}$ u. s. w. Kostet die Meze 20 Ggr., so kostet der Scheffel 20 Gulden u. s. w.

Da 16 Ggr. = $\frac{2}{3}$ Thaler, so kostet der Scheffel so viel Mal $\frac{2}{3}$ Thlr., als die Meze Groschen. Hat man also z. B. für 1 Mez. 6 Ggr. zu zahlen, so beträgt's für den Scheffel $6 \times \frac{2}{3} \text{ Thlr.} = \frac{12}{3} \text{ Thlr.} = 4 \text{ Thlr.}$. Drei, vier, fünf Scheffel kosten dann 3×4 , 4×4 , $5 \times 4 \text{ Thlr.}$.

Da 16 Ggr. = $\frac{1}{2}$ Thlr. + 1 Ggr., so kostet der Scheffel so viel Mal $\frac{1}{2}$ Thlr. und 1 Ggr., als die Meze Ggr. kostet, also 1 Mez. 12 Ggr., so kostet 1 Scheffel 12 Mal $\frac{1}{2}$ Thlr. = 6 Thlr. und 12 Ggr.; 30 Scheffel würden $30 \times 6 \text{ Thlr.} = 180 \text{ Thlr.}$ und $30 \times 12 \text{ Ggr.} = 12 \text{ Thlr.}$, zusammen 192 Thlr. kosten.

Ferner: Der Scheffel kostet eben so oft $\frac{1}{3}$ Thlr., als die Meze 3 Pfennige. So sind z. B. 9 Pfennige $3 \times 3 \text{ Pfennige}$. Kostet die Meze 9 Pfennige, so beträgt's für den Scheffel $3 \times \frac{1}{3} \text{ Thlr.} = \frac{3}{3} \text{ Thlr.} = 1 \text{ Thlr.}$, für 3 Schfl. also $3 \times 1 \text{ Thlr.} = 3 \text{ Thlr.}$ oder 36 Ggr. = 1 Thlr. 12 Ggr.

3) Da ein Wispel = 24 Scheffel und ein Thaler = 24 Ggr., so muß 1 Wispel eben so viel Thaler kosten, als der Scheffel Groschen. Wenn also 1 Scheffel mit 16 Ggr. bezahlt wird, so muß man für 1 Wispel 16 Thlr. geben, für 2 Wispel $2 \times 16 \text{ Thlr.} = 32 \text{ Thlr.}$ u. s. w. Sind Groschen und Pfennige angegeben, so merke man, daß ein Wispel so viel Mal 2 Groschen gilt, als der Scheffel Pfennige. Wenn 1 Scheffel 20 Ggr. 9 Pf. gilt, so

muß 1 Bspl. 20 Thlr. und 9×2 Egr. = 18 Egr., zusammen also 20 Thlr. 18 Egr. kosten u. s. w.

4) Da 1 Zentner = 110 Pfd., 110 Egr. = 3 Thlr. und 1 Gulden, so kostet der Zentner einer Waare so viel Mal 3 Thlr. und 1 Gulden, als das Pfund Silbergrroschen. Kostet also 1 Pfd. z. B. 13 Egr., so kostet 1 Ztr. 13 Mal 3 Thlr. und 13 Mal 1 Gulden = 39 Thlr. + 13 Gulden = 47 Thlr. 20 Egr. Hiernach kosten drei Ztr. 3×47 Thlr. 20 Egr. = 143 Thlr.

5) Ein Jahr hat 365 Tage; 365 Pfennige = 1 Thlr. und 5 Pfennige. Gibt nun Jemand täglich 8 Pf. für Bier aus, so beträgt's jährlich so viel Mal 1 Thlr. und 5 Pf., als man an einem Tage Pfennige gebraucht hat, nämlich 8 Mal 1 Thlr. + 8×5 Pf. = 8 Thlr. 3 Egr. 4 Pf. In 10 Jahren würde es also 10×8 Thlr. 3 Egr. 4 Pf. betragen, oder 81 Thlr. 3 Egr. 4 Pf.

6) Bei der Berechnung des Pfundpreises aus dem Lothpreise merke man sich, daß 1 Pfund eben so oft $\frac{1}{2}$ Thaler kostet, als das Loth Pfennige. Kostet nämlich 1 Loth 8 Pf., oder 9 Pf., oder 7 Pf., u. s. w., so wird 1 Pfd. 8 Mal $\frac{1}{2}$ Thlr. = 4 Thlr. = 21 Egr. 4 Pf. kosten, oder $\frac{1}{2}$ Thlr. = 1 Thlr., oder $\frac{2}{3}$ Thlr. = 18 Egr. 8 Pf., u. s. w. Wird der Preis mehrerer Pfunde aus dem Lothpreise gesucht, und geht 9 in der angegebenen Pfundzahl auf, so wird zum Produkt eine ganze Zahl kommen. Z. B.: Wenn 1 Loth 6 Pf. kostet, so kosten 36 Pfund 24 Thlr., denn 1 Pfund kostet dann $\frac{2}{3}$ oder $\frac{4}{6}$ Thlr., 36 Pfd. also $36 \times \frac{2}{3}$ Thlr. oder $\frac{72}{3}$ Thlr. = 24 Thlr. Geht in der Pfundzahl 9 nicht auf, so zerfällt man die Zahl der Pfunde.

7) Da ein Schock 60 Stück oder Ellen enthält, so muß es (das Schock) 2 Mal so viel Thaler kosten, als das Stück oder die Elle Silbergrroschen. Soll man z. B. 1 Stück mit 13 Egr. bezahlen, so muß man für 1 Schock 2×13 Thlr. = 26 Thlr. geben, für 2 Schock 2×26 Thlr., u. s. w.

Ferner: Das Schock muß 5 Mal so viel Silbergrroschen kosten, als das Stück Pfennige; oder eben so oft $\frac{1}{5}$ Thaler, als das Stück

Pfennige; oder 3 Mal so viel Silbergröschchen, als 1 Stück Kreuzer; oder 3 Mal so viel Gulden, als 1 Stück Silbergröschchen; oder 15 Mal so viel Silbergröschchen, als das Stück Gröschel; oder 12 Mal so viel Gröschchen, als das Stück Gröschel; u. s. w. Beispiele sind leicht zu bilden.

3) Berechne aus zwei Preisen und der angegebenen Waare des einen Preises die andere Waare!

In den hier vorkommenden Aufgaben wird immer nach Waare gefragt, und es können auch hier die Fälle eintreten, daß die gleichartigen Größen, das Geld, gleich- oder ungleichnamig sind. Man berechnet also hier aus 2 Preisen und einer andern Größe eine andere gleichartige Größe.

Beispiele.

a) Für 1 Silbergröschchen erhält ein Schulkind 3 Bogen Papier; wie viel für a) 6 Egr., b) 9 Egr., c) 20 Egr. u. s. w.?

Antw.: a) 18 Bogen, b) 1 Buch 3 Bogen, c) 2 Buch 12 Bogen; denn bekommt man für 1 Egr. 3 Bogen, so bekommt man für a) 6 Egr. 6×3 Bogen = 18 Bogen, b) für 9 Egr. 9×3 Bogen = 27 Bogen = 1 Buch 3 Bogen, c) für 20 Egr. 20×3 Bogen = 60 Bogen = 2 Buch 12 Bogen.

b) Wenn das Loth Kaffee 1 Egr. kostet, wie viel Loth und Pfund kann man da für a) 1 Thlr., b) 1 Thlr. 12 Egr. kaufen?

Antw.: a) 24 Loth, b) 36 Loth = 1 Pfd. 4 Loth.

(Der Beweis ist leicht.)

(Siehe Aufg. 3. Kopfr., 2. Heft, S. 71. Aufg. 149 — 157.)

B. Berechnung anderer Gegenstände, die nicht zur Waaren- und Preisberechnung gehören.

Es gibt noch eine Menge anderer Gegenstände, die ebenfalls in solcher Beziehung gegen einander stehen, wie die Waare zum Preise und dieser zur Waare, und die deshalb nach denselben Gesetzen berechnet werden.

Wir

Wir ordnen die hieher gehörenden Aufgaben folgendermaßen:

1) Berechne das Arbeitslohn für eine gemessene, gezählte oder gewogene Arbeit und für eine gewisse Anzahl Arbeiter!

Beispiel.

Ein Meister hat 4 Gesellen, wovon jeder 3 Thlr. 5 Sgr. Arbeitslohn zu erhalten hat; wie viel beträgt's für alle 4 Gesellen?

Antw.: 12 Thlr. 20 Sgr. (Der Beweis ist leicht.)

2) Berechne das Fuhrlohn für eine gewisse Last!

a) Jemand zahlt für den Zentner auf eine gewisse Weite 16 Sgr. 8 Pf. Fuhrlohn; wie viel macht's für 12 Zentn.?

Antw.: $12 \times 16 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.} = 6 \text{ Thlr. } 20 \text{ Sgr.}$

b) Ein Fuhrmann fährt eine Last 18 Meilen weit und soll für die Meile 2 Thlr. 15 Sgr. Fuhrlohn erhalten; wie viel beträgt das ganze Fuhrlohn?

Antw.: 45 Thlr., nämlich $18 \times 2 \text{ Thlr. } 15 \text{ Sgr.} = 18 \times 2 \text{ Thlr.} = 36 \text{ Thlr.}$, und $18 \times \frac{1}{2} \text{ Thlr.} = 9 \text{ Thlr.}$; zusammen u. s. w.

3) Berechne das Reisegeld oder Botenlohn nach der Weite des Weges oder der Länge der Zeit!

Beispiele.

a) Ein reisender Kaufmann war 50 Tage auf Reisen in Geschäften seines Prinzipals, von dem er für den Tag 2 Thlr. 16 Sgr. Reisegeld erhielt; wie viel betrug's in dieser Zeit?

Antw.: $50 \times 2 \text{ Thlr. } 16 \text{ Sgr.} = 133 \text{ Thlr. } 10 \text{ Sgr.}$

b) Ein Bote erhielt für die Meile 3 Sgr. 9 Pf.; er war 20 Meil. gegangen; wie viel hat er zu bekommen?

Antw.: 20 Mal 3 Sgr. 9 Pf. = 2 Thlr. 15 Sgr.

4) Berechne die Miethen, die Abgaben, die Unkosten des Ertrages für gewisse Länder, reien und andere mess- und zählbare Größen!

Beispiele.

a) Jemand muß für seine Wohnung monatlich 8 Thlr. 20 Sgr. Miete zahlen; wie viel beträgt's in einem Jahre?

Antw.: $12 \times 8 \text{ Thlr. } 20 \text{ Sgr.} = 104 \text{ Thlr.}$

b) Für einen Morgen Land muß Jemand jährlich 11 Thlr. 2 Sgr. Pacht zahlen, wie viel macht's für 20 Morgen?

Antw.: $20 \times 11 \text{ Thlr. } 2 \text{ Sgr.} = 221 \text{ Thlr. } 16 \text{ Sgr.}$

c) Jemand muß monatlich 21 Sgr. bestimmte Abgaben entrichten; wie viel Thaler betragen diese in 10 Jahren?

Antw.: $12 \times 21 \text{ Sgr.} \times 10 = 84 \text{ Thlr.}$

5) Berechne die Unterhaltungskosten für bestimmte Zeiten!

Beispiele.

a) Wie viel beträgt der Unterhalt einer Anstalt von 30 Menschen, wovon jeder jährlich 40 Thlr. 25 Sgr. kostet?

Antw.: $30 \times 40 \text{ Thlr. } 25 \text{ Sgr.} = 1225 \text{ Thlr.}$

b) Wer täglich in seiner Haushaltung 2 Thlr. 8 Sgr. braucht, muß wie viel in 1 Monat (à 30 Tagen) einnehmen?

Antw.: $30 \times 2 \text{ Thlr. } 8 \text{ Sgr.} = 68 \text{ Thlr.}$

c) Wer monatlich 35 Thlr. 20 Sgr. einnimmt, erhält wie viel in 6 Jahren?

Antw.: $6 \times 12 \times 35 \text{ Thlr. } 20 \text{ Sgr.} = 2568 \text{ Thlr.}$

d) Wie viel Scheffel Hafer brauchen 24 Pferde, wenn 1 Pferd täglich 3 Mß. bekommt?

Antw.: 72 Mß. oder 4 Schfl. 8 Mß.

6) Berechne die Schwere von Körpern!

Beispiele.

a) Wie viel Zentner wiegen 300 Schfl. Weizen, wenn 1 Schfl. Weizen etwa 90 Pfd. schwer ist?

Antw.: $300 \times 90 \text{ Pfd.} = 27000 \text{ Pf.} = 245 \frac{1}{2} \text{ Ztr.}$

b) Ein silberner Löffel wiegt 4 Loth 2 Qtch.; wie schwer ist ein Duzend solcher Löffel?

Antw.: $12 \times 4 \text{ Loth } 2 \text{ Qtch.} = 1 \text{ Pfd. } 22 \text{ Loth.}$

Wir glauben, die Anwendung der Multiplikazion in Vorstehendem in genügender Ausführlichkeit für's Kopfrechnen dargestellt zu haben und wollen nun das Zifferrechnen dieser Uebung eintreten lassen.

II. Schriftlich.

§. 151.

Stufengang der Uebung.

Dieser stimmt mit dem mündlichen wesentlich überein.

A. In Form reiner Multiplikationsaufgaben.

1) Vervielfältige 26 Egr. durch 512!

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r}
 512 \\
 26 \\
 \hline
 30 \quad | \quad 13312 \text{ Egr.} = 443 \text{ Egr.} \\
 22 \text{ Egr.}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{Erkl. 26 Egr. sol-} \\
 \text{len 512 Mal genommen} \\
 \text{werden; da hier der} \\
 \text{Multiplikator größer} \\
 \text{ist, als der Multipli-}
 \end{array}$$

kandus, so setzt man ihn zuerst; das Uebrige ist so bekannt, daß kein Wort weiter nöthig ist.

(S. Aufg. 3. Ziffern., 2. Heft, 4. Ueb., I. Aufg. 1—9.)

2) Wie viel ist 48 Mal 7 Wspl. 16 Eshl. 12 Mh.?

Erste Berechnung.

$$\begin{array}{r}
 7 \text{ Wspl. 16 Eshl. 12 Mh.} \\
 \hline
 369 \text{ Wspl. 12 Eshl. 2 Mh.} \quad (48 \\
 \hline
 \begin{array}{ccc}
 \text{c) } 48 & \text{b) } 16 & \text{a) } 12 \\
 7 & 48 & 48 \\
 \hline
 369 & 24 \quad | \quad 8.04 = 33 \text{ Wspl.} & 16 \quad | \quad 576 \text{ Mh.} = 36 \\
 & 792 & 576 \text{ Eshl.} \\
 & \hline
 & 12 \text{ Eshl.}
 \end{array}
 \end{array}$$

Erklärung. Zuerst (bei a) wurden 12 Mh. 48 Mal genommen, gab 576 Mh., diese durch Division mit 16 in Eshel verwanbelt, = 36 Eshl. — Hierauf multiplizierten wir (bei b) 16 Eshl. mit 48, und versäumten nicht, die 36 Eshl. der vorigen Division hinzunehmen, = 804 Eshl., welche zu Wispeln gemacht = 33 Wspl. 12 Eshl. — Zuletzt nahmen wir 7 Wspl. 48 ×, welche mit den hinzu-

8*

gezählten 33 Wspl. 12 Schfl. der vorigen Division das Produkt 369 Wspl. gaben.

Hieraus ergibt sich folgende allgemeine Regel für die Multiplikation ungleichbenannter Zahlen:

„Schreibe den Multiplikator neben den Multiplikandus; fange die Vervielfältigung bei der niedrigsten Benennung an; häuft sich das Produkt bis zur Größe der Redukzionszahl oder darüber an, so verwandle sie durch die Division in die höhere Benennung; u. s. w.“

Zweite Berechnung.

$$\begin{array}{r} 7 \text{ Wspl. } 16 \text{ Schfl. } 12 \text{ Mz.} \times 48 \\ \hline 46 \text{ Wspl. } 4 \text{ Schfl. } 8 \text{ Mz.} \quad 6 \times 8 \\ \hline 369 \text{ Wspl. } 12 \text{ Schfl. } 2 \text{ Mz.} \end{array}$$

Erkl. Der Multiplikator ist 48. Da $48 = 6 \times 8$, so kann man den Multiplikandus auch zuerst mit 6, und dann das Herausgekommene noch mit 8 multiplizieren. Die erste Vervielfältigung gibt 46 Wspl. 4 Schfl. 8 Mz. Dieses Produkt wieder mit 8 vervielfältigt gibt u. s. w.

Dritte Berechnung.

$$\begin{array}{r} 7 \text{ Wspl. } 16 \text{ Schfl. } 12 \text{ Mz.} \\ 24 \text{ —————} \\ 184 \text{ Schfl.} \\ 16 \text{ —————} \\ 2956 \text{ Mz.} \\ 48 \text{ Mal } 24 \\ \hline 16 \mid 141888 \text{ Mz.} = 8868 \text{ Schfl.} = 369 \text{ Wspl.} \\ \quad 141888 \quad \quad 8856 \\ \hline \quad \quad \quad 12 \text{ Schfl.} \end{array}$$

Erkl. Hier sind die Sorten auf die gegebene niedere gebracht, nämlich auf Mezen, = 2956 Mz., welche durch 48 multipliziert = 141888 Mz., diese durch 16 dividirt = 8868 Schfl. = 369 Wspl. 12 Schfl. — Man sieht, wie zifferreich diese Berechnung ist und wie wenig Empfehlung und Nachahmung sie deshalb verdient.

Vierte Berechnung.

7 Wspl.

48

$$336 = 336 \text{ Wspl.}$$

$$2 \mid 48 = 24 \text{ —}$$

$$3 \mid 24 = 8 \text{ —}$$

$$8 \mid 8 = 1 \text{ —}$$

$$2 \mid 1 = \frac{1}{2} \text{ —}$$

$$369\frac{1}{2} \text{ Wspl.}$$

16 Schfl. 12 Mß. $\times$ 48

$$12 \text{ Schfl.} \mid 2 \text{ d. h. } 12 \text{ Schfl.} = \frac{1}{2} \text{ Wspl.}$$

$$4 \text{ —} \mid 3 \text{ d. h. } 4 \text{ —} = \frac{1}{3} \text{ v. } 12 \text{ Schfl.}$$

$$8 \text{ Mß.} \mid 8 \text{ d. h. } 8 \text{ Mß.} = \frac{1}{8} \text{ v. } 4 \text{ Schfl.}$$

$$4 \text{ —} \mid 2 \text{ d. h. } 4 \text{ —} = \frac{1}{2} \text{ v. } 8 \text{ Mß.}$$

Erklärung. Zuerst wurden 7 Wspl. mit 48 multipliziert, = 336 Wspl., 16 Schfl. wurden zerfällt in 12 Schfl. und 4 Schfl., 12 Mß. ebenfalls in 8 Mß. und 4 Mß., und diese Zahlen sämmtlich senkrecht unter einander gesetzt. Dann wurden 1) 12 Schfl. als der 2te Theil vom Wispel, 2) 4 Schfl. als 3ter Theil von den vorigen 12 Scheffeln, 3) 8 Mß. als der 8te Theil von den vorigen 4 Scheffeln, und endlich 4) 4 Mß. als der 2te Theil von den vorigen 8 Mß. betrachtet, wie dieß die nebengeschriebenen Zahlen deutlich anzeigen. Hierauf dividirt man mit den Zahlen 2, 3, 8, 2; zuerst also mit 2 in $48 = 24$ Wspl., dann mit 3 in den vorigen Quotus 24, = 8 Wspl., dann mit 8 in den vorigen Quotus 8, = 1 Wspl., und endlich mit 2 in den Quotus 1, = $\frac{1}{2}$ Wspl.; zusammengezählt gibt $169\frac{1}{2}$ Wspl.

(S. Aufg. 3. Zifferr., Heft 2. Ueb. 4. Aufg. 10 — 18.)

Die letztere Berechnung ist die schwierigste und erfordert die größte Aufmerksamkeit. Allgemein anwendbar sind die erste und dritte Berechnung, wovon aber wieder die erste vorzuziehen ist. Der Lehrer halte sich anfänglich nur an jene, und mache die Schüler erst dann mit den andern bekannt, wenn in diesen Fertigkeit erreicht ist.

B. In Form der Anwendung.

Ansatz und Berechnung hieher gehöriger Aufgaben

sind übereinstimmend mit denen der vorigen Aufgaben.
3. B.:

1) Was kosten 73 Ellen Feinwand, à Elle 25 Sgr. Münze?

Erklärung. Da hier nach Geld gefragt wird, so kann die Waare nur Multiplikator seyn, nämlich 73 Ellen. Der Preis einer Elle, 25 Sgr., muß folglich so viel Mal genommen werden, als Einheiten von Ellen vorhanden sind; also 73×25 Sgr. Der Ansatz steht folglich:

$$1 \text{ Elle} = 25 \text{ Sgr.}; 73 \text{ Ellen} = ?$$

und ist zu lesen: 1 Elle kostet 25 Sgr.; was kosten 73 Ellen? oder: 1 Elle ist gleich dem Preise von 25 Sgr.; 73 Ellen gleichen welchem Preise? — Die Berechnung ist mit dem schriftlichen Verfahren der vorigen Uebung vollkommen übereinstimmend; also:

$$a) \quad 1 \text{ Elle} = 25 \text{ Sgr.}; 73 \text{ Ellen} = ?$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ 30 \overline{) 1825} \text{ Sgr.} = 60 \text{ Thlr. } 25 \text{ Sgr.} \\ 1800 \\ \hline 25 \text{ Sgr.} \end{array}$$

b) Man kann 25 Sgr. in $\frac{5}{3}$ Thlr. verwandeln, und setzen: 1 Elle = $\frac{5}{3}$ Thlr.; 73 Ellen = ?

$$\frac{5 \times 73}{6} = 36\frac{1}{2} \text{ Thlr.} = 60\frac{1}{2} \text{ Thlr.}$$

c) Oder man zerfällt 25 Sgr. in 15 Sgr., 5 Sgr., und 5 Sgr., und setzt:

$$1 \text{ Elle} = 25 \text{ Sgr.}; 73 \text{ Ellen} = ?$$

$$\begin{array}{r} 15 \mid 2 \text{ d. h. } 15 \text{ Sgr.} = \frac{1}{2} \text{ Thlr.} \\ 5 \mid 3 \text{ d. h. } 5 \text{ Sgr.} = \frac{1}{3} \text{ d. } 15 \text{ Sgr.} \\ 5 \mid 1 \text{ d. h. } 5 \text{ Sgr.} = 1 \times 5 \text{ Sgr.} \\ 2 \mid 73 = 36\frac{1}{2} \text{ Thlr.} \\ 3 \mid 36\frac{1}{2} = 12\frac{1}{6} - \\ 1 \mid 12\frac{1}{6} = 12\frac{1}{6} - \\ \hline \text{Summe: } 60\frac{1}{2} \text{ Thlr.} \end{array}$$

Erklärung. Durch die Zerfällung sind aus dieser Aufgabe 4 Aufgaben geworden, nämlich 3 Multiplikationsaufgaben und 1 Additionsaufgabe:

- 1) Kostet 1 Elle 15 Sgr. oder $\frac{3}{4}$ Thlr., so kosten 73 Ellen $33\frac{3}{4}$ Thlr.
 2) Kostet 1 Elle 5 Sgr. oder $\frac{1}{4}$ Thlr., so müssen 73 Ellen $73 \times \frac{1}{4}$ Thlr. oder $\frac{1}{4} \times 36\frac{1}{2}$ Thlr. kosten $12\frac{3}{4}$ —
 3) $12\frac{3}{4}$ —
 4) Zusammen also $60\frac{1}{2}$ Thlr.

d) Nach dem Kettenatz erhält die Berechnung folgende Gestalt:

$$\begin{array}{rcl}
 ? \text{ Thlr.} = 73 \text{ Ellen} & \left. \begin{array}{l} 5 \\ 1 \text{ Elle} = 2\frac{1}{2} \text{ Sgr.} \\ 6\frac{1}{2} \text{ Sgr.} = 1 \text{ Thlr.} \end{array} \right\} & \begin{array}{l} \text{Wie viel Thlr. kosten 73 Ellen?} \\ \text{d. h., wenn 1 Elle 2\frac{1}{2} Sgr.} \\ \text{kostet, und } 30 \text{ Sgr.} = 1 \text{ Thlr.} \end{array} \\
 \hline
 6 \overline{) 365} = 60\frac{1}{2} \text{ Thlr.} & &
 \end{array}$$

Erklärung. Nachdem der Kettenatz angeordnet, wodurch die multiplizirenden Zahlen in die Säule rechts, und die dividirenden Zahlen in die Säule links zu stehen kommen, wurde 30 (links) gegen 25 (rechts) durch 5 gekürzt, die nicht durchstrichenen Zahlen rechts wurden multipliziert, $5 \times 73 = 365$, und dieses Produkt wurde durch die 6 links dividirt, $= 60\frac{1}{2}$ Thlr.

Nimmt man 25 Sgr. als $\frac{1}{2}$ Thlr., so lautet die Kette folgendermaßen:

$$\begin{array}{rcl}
 ? \text{ Thlr.} = 73 \text{ Ellen} & & \\
 1 \text{ Elle} = \frac{5}{8} \text{ Thlr.} & & \\
 6 & & \\
 \hline
 6 \overline{) 365} = 60\frac{1}{2} \text{ Thlr.} & &
 \end{array}$$

Erklär. Man sieht, daß diese Rechnung kürzer und leichter ist; ein neuer Beweis, daß Brüche die Rechnung nicht erschweren, sondern sie in den meisten Fällen erleichtern. Der Nenner 6 wurde gestrichen und in die dividirende Säule gesetzt, u. s. w.

(S. Aufg. 3. Ziffern., Heft 2. Uebung 5. I. 1—4.)

2) Für 1 Elle Tuch zahlt man 5 Thlr. 21 Sgr. 8 Pf.; wie theuer sind 36 Ellen?

Erste Berechnung.

$$a) \quad \frac{5 \text{ Thlr. } 21 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.}}{206 \text{ Thlr. } \text{ } \text{Sgr. } \text{Pf.}} \quad (36)$$

Erklärung. Man multipliziert einzeln 5 Thlr. 21 Sgr. 8 Pf. durch 36, zuerst nämlich 8 Pf. $\times 36 = 288$ Pf., verwandelt diese in Sgr., $= 24$ Sgr., geht dann zu 21 Sgr. über, multipliziert sie mit 36, zählt zum Produkt jene 24 Sgr. hinzu, $= 780$ Sgr., und verwandelt sie in Thaler, $= 26$ Thlr. Zuletzt werden 5 Thlr. durch 36 vervielfältigt und zum Produkt jene 26 Thlr. addirt, $= 206$ Thlr.

b) Durch Zerfällung des Multiplikators:

$$\frac{5 \text{ Thlr. } 21 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.}}{22 \text{ Thlr. } 26 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.}} \times \frac{36}{4 \times 9} = \frac{206 \text{ Thlr. } \text{ } \text{Sgr. } \text{Pf.}}{(9)}$$

Erklärung. Zuerst 5 Thlr. 21 Sgr. 8 Pf. $\times 4 = 22$ Thlr. 26 Sgr. 8 Pf., dieses Produkt wieder mit 9 multipliziert, $= 206$ Thlr. $\text{ } \text{Sgr. } \text{Pf.}$.

c) Durch Zerfällung des Multiplikandus:
1 Elle = 5 Thlr. 21 Sgr. 8 Pf.; 36 Ellen = ?

$$\begin{array}{r|l} 36 & 180 = 180 \text{ Thlr. } 15 \text{ Sgr. } 2 \text{ d. h. } 15 \text{ Sgr.} = \frac{1}{2} \text{ Thlr.} \\ 2 & | 36 = 18 \text{ — } 5 \text{ Sgr. } 3 \text{ d. h. } 5 \text{ Sgr.} = \frac{1}{3} \text{ v. } 15 \text{ Sgr.} \\ 3 & | 18 = 6 \text{ — } 1 \text{ Sgr. } 5 \text{ d. h. } 1 \text{ Sgr.} = \frac{1}{5} \text{ v. } 5 \text{ Sgr.} \\ 5 & | 6 = 1 \frac{1}{5} \text{ — } 6 \text{ Pf. } 2 \text{ d. h. } 6 \text{ Pf.} = \frac{1}{2} \text{ v. } 1 \text{ Sgr.} \\ 2 & | 1 \frac{1}{5} = \frac{7}{5} \text{ — } 2 \text{ Pf. } 3 \text{ d. h. } 2 \text{ Pf.} = \frac{1}{3} \text{ v. } 6 \text{ Pf.} \\ 3 & | \frac{7}{5} = \frac{7}{5} \text{ — } \end{array} \quad \text{Also } 36 \text{ Ellen} = 206 \text{ Thlr.}$$

206 Thlr.
Erklärung. Durch die Zerfällung sind aus dieser Aufgabe 7 Aufgaben geworden, nämlich 6 Multiplikationsaufgaben und 1 Additionsaufgabe:

1) Kostet 1 Elle 5 Thlr., so kosten 36 Ellen 180 Thlr.

2) Kostet 1 Elle 15 Sgr. oder $\frac{1}{2}$ Thlr., so kosten 36 Ellen 18 —

3) Kostet 1 Elle 5 Sgr. oder $\frac{1}{4}$ Thlr., so müssen 36 Ellen $36 \times \frac{1}{4}$ Thlr. oder $\frac{3}{4} \times 18$ Thlr.

kosten = 6 —

Latus 204 Thlr.

Transport 204 Thlr.

4) Kostet 1 Elle 1 Egr. = $\frac{1}{36}$ Thlr., so müssen36 Ellen $36 \times \frac{1}{36}$ Thlr. oder $\frac{1}{2}$ von 5 Egr.kosten = $1\frac{1}{2}$ —5) Kostet 1 Elle 6 Pf. = $\frac{1}{2}$ Egr., so kosten36 Ellen $36 \times \frac{1}{2}$ Egr. = $\frac{3}{2}$ —6) Kostet 1 Elle 2 Pf. = $\frac{2}{3}$ Egr., so kosten36 Ellen $36 \times \frac{2}{3}$ Egr., oder $36 \times \frac{2}{3}$ von 6Pf. = $\frac{7}{2}$ —

7) Zusammen also 206 Thlr.

d) Durch Anwendung des Kettensatzes:

? Thaler = 36 Ellen

1 Elle = (5 Thlr. 21 Egr. 8 Pf.)

2060 Pf.

12 Pf. = 1 Egr.

36 Egr. = 1 Thlr.

12206 Thlr.

Erklärung. Der Ansatz wird gelesen: 1) Wie viel Thlr. kosten 36 Ellen? 2) wenn 1 Elle 5 Thlr. 21 Egr. 8 Pf. oder 2060 Pf. kostet, 3) 12 Pf. gleich sind 1 Egr., und 4) 30 Egr. gleich sind 1 Thlr. Es lassen sich gegenseitig kürzen: 30 in der linken Säule gegen 2060 in der rechten Säule, durch Wegstreichung der Endnullen; ferner jene 3 links gegen 36 rechts; dieser letztere Quotus 12 rechts gegen 12 links. Durch diese Kürzung ist in der rechten Säule nur noch 206 geblieben, welche Zahl die gesuchte Thalersumme ist.

e) Durch Auflösung der höhern Sorten in die niedere: 5 Thlr. 21 Egr. 8 Pf. $\times 36$ 30

171 Egr.

12

2060 Pf.

 $\times 36$

12 | 74160 Pf. = 6180 Egr. = 206 Thlr.

741606180

Erklär. Hier sind 5 Thlr. 21 Sgr. 8 Pf. in 2060 Pf. aufgelöst, diese mit 36 multipliziert, und das Produkt 74160 Pf. ist durch die Division mit 12 und 30 auf 206 Thlr. reduziert worden.

Eine sechste Berechnung, nach welcher die niedern Sorten des Multiplikandus in einen Thalerbruch verwandelt werden können, übergehen wir, da man höchst selten von dieser etwas unbequemen Rechnung Gebrauch macht. Dafür wollen wir lieber noch folgende ausgerechnete Aufgaben theils ohne, theils mit Erklärungen hersetzen.

3) Ein Gutsbesitzer hielt sich 25 Tage in der Stadt auf, und bezahlte dem Gastwirth auf jeden Tag 6 Thlr. 20 Sgr. 2 Pf.; wie viel beträgt dies?

Berechnungen.

$$\text{a) } \begin{array}{r} 6 \text{ Thlr. } 20 \text{ Sgr. } 2 \text{ Pf.} \\ \hline 166 \text{ Thlr. } 24 \text{ Sgr. } 2 \text{ Pf.} \end{array} \quad (25)$$

$$\text{b) Oder: } \begin{array}{r} 6 \text{ Thlr. } 20 \text{ Sgr. } 2 \text{ Pf.} \times \frac{25}{5 \times 5} \\ \hline 33 \text{ Thlr. } 10 \text{ Sgr. } 10 \text{ Pf.} \\ \hline 166 \text{ Thlr. } 24 \text{ Sgr. } 2 \text{ Pf.} \end{array} \quad (5)$$

$$\begin{array}{l} \text{c) Oder:} \\ 1 \text{ Tag} = 6 \text{ Thlr. } 20 \text{ Sgr. } 2 \text{ Pf.}; 25 \text{ Tage} = ? \\ \begin{array}{r|l} 25 & 36 \\ \hline 150 = 150 \text{ Thlr.} & 15 \text{ Sgr.} \\ & 5 \text{ Sgr.} \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \text{ b. h. } 15 \text{ Sgr.} = \frac{1}{2} \text{ Thlr.} \\ 3 \text{ b. h. } 5 \text{ Sgr.} = \frac{1}{3} \text{ b. } 15 \text{ Sgr.} \\ 30 \text{ b. h. } 2 \text{ Pf.} = \frac{1}{30} \text{ b. } 5 \text{ Sgr.} \end{array} \\ \begin{array}{l} 2 \mid 25 = 12\frac{1}{2} - \\ 3 \mid 12\frac{1}{2} = 4\frac{1}{6} - \\ 30 \mid 4\frac{1}{6} = \frac{5}{6} - \end{array} \quad \begin{array}{l} 18 \mid 2 \text{ Pf.} \\ 6 \\ 5 \end{array} \\ \hline 166\frac{2}{3} \text{ Thlr. } \frac{2}{3} \end{array}$$

$$\text{d) Oder: } \begin{array}{r} 6 \text{ Thlr. } 20 \text{ Sgr. } 2 \text{ Pf.} \times 25 \\ \hline 30 \\ \hline 200 \text{ Sgr.} \\ \hline 12 \\ \hline 2402 \text{ Pf.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \hline 12 \mid 60050 \text{ Pf.} = 5004 \text{ Sgr.} = 166 \text{ Thlr.} \\ \hline 60048 \quad 4980 \\ \hline \text{//// } 2 \text{ Pf.} \quad \text{//// } 24 \text{ Sgr.} \end{array}$$

Erklär. Hier sind 6 Thlr. 20 Sgr. 2 Pf. in 2402 Pf.

aufgelöst, diese mit 25 multipliziert, und das Produkt 60050 Pf. ist durch die Division mit 12 und 30 auf 166 Thlr. 24 Sgr. 2 Pf. reduziert worden.

e) Oder:

? Thaler	25 Tagen
1 Tag	(6 Thlr. 20 Sgr. 2 Pf.)
	2402 Pf.
12 Pf.	1 Sgr.
30 Sgr.	1 Thlr.
6	1201
6	5

$$36 \quad \text{in} \quad 6005 = 166 \text{ Thlr. } 24 \text{ Sgr. } 2 \text{ Pf.}$$

Erklärung. Dies wird gelesen: 1) Wie viel Thaler braucht man in 25 Tagen? 2) wenn man auf 1 Tag 6 Thlr. 20 Sgr. 2 Pf. = 2402 Pf. bezahlt, 3) 12 Pf. = 1 Sgr., 4) 30 Sgr. = 1 Thlr. Rechts stehen die multiplizirenden, und links die dividirenden Zahlen; hievon lassen sich gegenseitig kürzen und aufheben: a) 12 (l.) gegen 2402 (r.), nämlich durch 2, wodurch links eine 6, rechts 1201 zu stehen kommt; b) 30 (l.) gegen 25 (r.), dort entstand 6, hier 5. Es bleiben also ungestrichen, rechts: 1201 und 5, die, mit einander vervielfältigt, = 6005; links: zwei Sechsen, die das Produkt 36 geben, womit man jene 6005 dividirt; der Quotus = 166 Thlr. 24 Sgr. 2 Pfenn. (Das Resultat.)

4) Ein Handwerker verdiente monatlich durchschnittsmäßig gerechnet 25 Thlr. 10 Sgr.; hievon erübrigte er monatlich 4 Thlr. 16 Sgr., und bezahlte davon die Miethe, welche à Monat 2 Thlr. 16 Sgr. beträgt; wie viel hat er in 9 Monaten: a) eingenommen, b) ausgegeben, und c) erübrigt?

Diese Aufgabe ist eine der zusammengesetzten; sie zerfällt in folgende fünf:

a) 1 Monat = 25 Thlr. 10 Sgr.; 9 Monaten = ?

$$\frac{25 \text{ Thlr. } 10 \text{ Sgr.}}{9} \quad \text{(Einn. in 9 Mon.)}$$

b) 1 Monat = 4 Thlr. 16 Sgr.; 9 Monaten = ?

$$\frac{4 \text{ Thlr. } 16 \text{ Sgr.}}{9} \quad \text{(Erübriges in 9 Mon.)}$$

c) 1 Monat = 2 Thlr. 16 Sgr.; 9 Monaten = ?

24 Thlr. 8 Sgr. (Miethe in 9 Mon.)

d) 4.2 Thlr. 8 Sgr. (was er in 9 Mon. ersparte)

24 — 8 — (was er davon ausgab)

18 Thlr. 8 Sgr. (was er behielt)

e) 228 Thlr. 18 Sgr. (was er einnahm)

18 — 8 — (was er übrig behielt)

210 Thlr. 18 Sgr. (was er überhaupt verausgabte)

Diese Berechnung ist so deutlich, daß wir die Auseinander-
setzung unterlassen können.

5) Ein Quart Wein kostet 28 Sgr. 9 Pf. Kur.; wie theuer sind 12 Eimer dieses Weines?

Ansatz und Berechnung.

1 Quart = 28 Sgr. 9 Pf.; 12 Eimer = ?

920 Thlr. 8 Sgr. 8 Pf. ⁽⁹⁶⁰⁾ 80

960 Quart.

Erklär. Da hier der Preis von 1 Quart angegeben, die Frage aber auf 12 Eimer gestellt ist, so muß ich erst 12 Eimer durch 80 in Quart auflösen, = 960 Quart; dann damit a) 9 Pf. multipliziert = 8640 Pf. = 720 Sgr., dann b) 28 Sgr. ebenfalls multipliziert = 26880 Sgr., c) 26880 Sgr. + 720 Sgr. = 27600 Sgr. = 920 Thlr.

Oder:

? Thlr. = 12 Eimer

1 Eim. = 80 Quart

1 Ort. = $(28 \frac{3}{4} \text{ Sgr.})$

115

80 Sgr. = 1 Thlr.

4 115 3

920 Thlr.

Erklär. d. h., wie viel Thlr. kosten 12 Eimer? wenn 1 Eimer 80 Quart enthält, und 1 Quart 28 $\frac{3}{4}$ Sgr. = 28 $\frac{3}{4}$ Sgr. kostet, 30 Sgr. = 1 Thlr. Hier-
auf gegenseitig gekürzt, gibt links nichts, rechts $115 \times 8 =$
920 Thlr.

Man konnte aber auch 28 Sgr. 9 Pf. in lauter Pfennige auflösen, und rechnen, wie oben bei der 2. Aufg. 3. Berechnung.

6) Ein Scheffel kostet 3 Thlr. 15 Sgr.; wie theuer sind 2 Mtr. 9 Schfl.?

Ansatz und Berechnung.

$$1 \text{ Schfl.} = 3 \text{ Thlr. } 5 \text{ Sgr.}; \quad 2 \text{ Mltr. } 9 \text{ Schfl.} ?$$

$$\frac{104 \text{ Thlr. } 15 \text{ Sgr.}}{33 \text{ Schfl.}}$$

Oder:

$$? \text{ Thlr.} = (2 \text{ Mltr. } 9 \text{ Schfl.})$$

$$11 \text{ } \frac{2}{3} \text{ Schfl.}$$

$$1 \text{ Schfl.} = (3 \text{ Thlr. } 5 \text{ Sgr.})$$

$$2 \text{ } \frac{2}{3} \text{ Schfl.} = 8 \text{ Sgr. } 19$$

$$33 \text{ Schfl.} = 1 \text{ Thlr.}$$

$$2 \mid 209 = 104 \frac{1}{2} \text{ Thlr.}$$

(G. Aufg. d. Ziffern., 2. Heft, 4. Ueb. I. 64—81.)

Auf eben diese Weise werden Aufgaben, die die Lohn-, Mieth- u. dergl. Berechnungen zum Gegenstande haben, behandelt. Wir setzen deshalb keine ausgerechneten Beispiele her, und verweisen statt deren auf die Aufgaben zum Zifferrechnen, 2. Heft, 4. Ueb., 119. 120. 128. 131. 138. 139. 147. 149. 154. 155. 157. 161. 164. 165. 166. 171. 173. 187. 188. 189. 191. 201.

Wir bemerken hier wiederholentlich, daß der Lehrer beim Tafelrechnen darauf zu sehen hat, daß die Schüler sich so wenig Ziffern als möglich bedienen und dafür lieber viel im Kopfe rechnen, besonders was die Uebertragung der niedern Sorte in die höhere betrifft. So läßt sich obige 5te Aufgabe leicht, ohne mehr Ziffern zu gebrauchen, als dort stehen, berechnen. Denksaule Rechner schreiben erst $33 \times 5 \text{ Sgr.} = 165 \text{ Sgr.}$ hin und dividiren diese mit 30, anstatt zu rechnen: $30 \times 5 \text{ Sgr.} = 5 \text{ Thlr.}$, $3 \times 5 \text{ Sgr.} = 15 \text{ Sgr.}$ u. s. w. — Nur verwöhnte Schüler sind schwer zu einem solchen Verfahren zu bringen; besser ist's immer, der Lehrer hält von Anfang an darauf, die Ziffer nur als Nothbehelf zu betrachten, und daß man da sich keiner bedienen dürfe, wo der Kopf die Summen zu fassen im Stande ist.

Sechste Hauptübung.

Theilen und Enthaltensein nebst der Anwendung
auf Preis-, Lohn-, Mieth- und dergleichen
Berechnungen.

I. Mündlich.

II. Eigentliches Theilen.

§. 152.

Stufengang der Übung.

Der hier für das Theilen auf dieser Stufe bestimmte Stufengang nimmt nicht weiter darauf Rücksicht, was hievon schon auf den vorangegangenen Stufen vorbereitend geübt worden ist. Wir behandeln zuerst das Theilen und dann das Enthaltensein gleichartiger benannter Zahlen.

a. Berechnungen, die sich auf alle Divisionsaufgaben anwenden lassen.

1) Dividire einfach benannte Zahlen, die keinen Rest lassen!

Beispiele.

a) Der 5te Theil von 560 Thlrn. = 112 Thlr.;

denn der 5te Theil von 500 Thlrn. = 100 Thlr., der 5te Theil von 60 Thlrn. = 12 Thlr.; zusammen also 112.

b) Der 20ste Theil von 560 Thlrn. = 28 Thlr.;

denn der 20ste Theil von 100 Thlr. = 5 Thlr., von 500 Thlr. = 5×5 Thlr. = 25 Thlr., von 60 Thlr. = 3 Thlr.; zusammen 28 Thlr.

2) Dividire ungleichbenannte Zahlen, bei denen kein Rest bleibt!

Beispiele.

a) Der 5te Theil von 65 Thlr. 20 Sgr. = 13 Thlr. 4 Sgr.;

denn der 5te Theil von 60 Thlr. = 12 Thlr., der 5te Theil von 5 Thlr. = 1 Thlr., zusammen 13 Thlr.,

der 5te Theil von 20 Sgr. = 4 Sgr.; im Ganzen also 13 Thlr. 4 Sgr.

b) Der 15te Theil von 120 Ztr. 45 Pfd. = 8 Ztr. 3 Pfd.;

denn der 15te Theil von 120 Ztr. = 8 Ztr., der 15te Theil von 45 Pfd. = 3 Pfd.; zusammen 8 Ztr. 45 Pfd.

3) Dividire einfache benannte Zahlen, deren Quotus eine mehrfach benannte Zahl ist!

Beispiele.

a) Der 5te Theil von 64 Thlr. = 12 Thlr. 24 Sgr.;

denn der 5te Theil von 64 Thlr. = 12 Thlr., der Rest (4 Thlr.) läßt sich als solcher nicht theilen, man löst ihn also in Silbergroschen auf, = 120 Sgr., und theilt diese in 5 Theile, = 24 Sgr.

b) Der 12te Theil von 18 Schfl. = 1 Schfl. 8 Mz.;

denn der 12te Theil von 18 Schfl. = 1 Schfl., 6 Schfl. bleiben noch zu theilen übrig, die man vorher zu Mezen macht, = 96 Mz., der 12te Theil von 96 Mz. = 8 Mz. u. s. w.

c) Der 9te Theil von 76 Pfd. 8 Loth = 8 Pfd. 15 Loth und $\frac{2}{3}$ Nth.;

denn der 9te Theil von 76 Pfd. = 8 Pfd., der Rest 4 Pfd. = 128 Loth, dazu die Lothe in der Aufgabe, = 136 Loth, der 9te Theil von 136 Loth = 15 Loth, der Rest 1 Loth gibt 4 Nth., das 9tel von 4 Nth. = $\frac{2}{3}$ Nth.; folglich 8 Pfd. 15 Loth $\frac{2}{3}$ Nth.

d) Der 18te Theil von 6 Thlr. = 10 Sgr.

Da 6 Thlr. als solche sich nicht in 18 gleiche Theile theilen lassen, so setzt man sie in Sgr. um, 6 Thlr. = 6×30 Sgr. = 180 Sgr., das 18tel von 180 Sgr. = 10 Sgr.

e) Der 24ste Theil von 9 Thlr. = 11 Sgr. 3 Pf.

Da 9 Thlr. als solche sich nicht in 24 Theile theilen lassen, so macht man daraus Sgr. oder Sgr., 9 Thlr. = 9×30 Sgr. = 270 Sgr., das 24stel von 270 Sgr. = 11 Sgr., die übrig bleibenden 6 Sgr.

= 72 Pf., welche man ebenfalls durch 24 theilt,
= 3 Pf.; zusammen 11 Egr. 3 Pf.

f) Der 8te Theil von 3 Thlr. 9 Egr. = 10 Egr.
1½ Pf.;

denn da 3 Thlr. als solche sich nicht in 8 Theile theilen
lassen, so löst man sie in Egr. auf, 3 Thlr. =
72 Egr., dazu die 9 Egr. in der Aufgabe, = 81
Egr., das Stel von 81 Egr. = 10 Egr., der übrig
bleibende Groschen = 12 Pf., das Stel davon =
1½ Pf.; zusammen also 10 Egr. 1½ Pf.

Auf solche Weise lasse der Lehrer die Schüler eine
Zeit lang die Aufgaben berechnen, bis sie von diesem
allgemeinen Verfahren die erforderliche Kenntniß und
eine befriedigende Fertigkeit im Auflösen erlangt haben.
Es ist für das schriftliche Dividiren die beste Vorberei-
tung, das nun eintreten kann. — Die Schüler wer-
den sich aus solchen Berechnungen von selbst folgende
Regel bilden:

„Theile die höchste Benennung zuerst;
bleibt ein Rest, so löse ihn in die zu-
nächst untergeordnete Größe auf, zähle
zum Produkt die Zahl der niedern Be-
nennung, wenn in der Aufgabe eine
vorhanden ist, und fahre mit dem Thei-
len der Summe so fort, wie vorher, bis
kein Rest bleibt oder bis man bereits
die kleinste Benennung erreicht hat.“

b. Mit Abkürzungen in der Berech-
nung.

Der Vortheile durch Abkürzungen gibt es hier we-
niger als beim Multiplizieren. Wir wollen die wichtig-
sten durch Auflösungen einzelner Aufgaben andeuten.

1. Der Divisor geht in der Redukzions-
zahl der zu theilenden Zahlbenennungen
auf.

Beispiele.

a) Der 12te Theil von 10 Thlr. = 20 Egr.;

denn der 12te Theil von 1 Thlr. = 2 Egr., von 10
Thlr. also $10 \times 2 = 20$ Egr.

b)

- b) Der 6te Theil von 4 Thlr. = 20 Egr.;
denn der 6te Theil von 1 Thlr. = 5 Egr., von 4 Thlr.
also 4×5 Egr. = 20 Egr.
- c) Der 15te Theil von 9 Monaten = 18 Tage;
denn der 15te Theil von 1 Monat = 2 Tage, von 9
Monaten also 9×2 Tage = 18 Tage.
- d) Der 8te Theil von 6 Thlr. 16 Egr. = 20 Egr.;
denn $\frac{1}{8}$ v. 1 Thlr. = 3 Egr., von 6 Thlr. also 6×3
Egr. = 18 Egr.; $\frac{1}{8}$ v. 16 Egr. = 2 Egr.; 18 Egr.
+ 2 Egr. = 20 Egr.
- e) Der 24ste Theil von 22 Wspl. = 22 Schfl.;
denn $\frac{1}{24}$ v. 1 Wspl. = 1 Schfl., von 22 Wspl. = $22 \times$
1 Schfl. = 22 Schfl.
- f) Der 16te Theil von 38 Gulden = 2 Gulb. 6 Egr.;
denn $\frac{1}{16}$ von 38 Gulden = 2 Gulden, 6 Gulden blei-
ben übrig; $\frac{1}{16}$ von 1 Gulden = 1 Egr., von 6
Gulden also 6×1 Egr. = 6 Egr. (Man sollte
den Rest 6 Gulden eigentlich in Groschen verwan-
deln und diese theilen, was aber hier nicht noth-
wendig war.)
- g) Der 4te Theil von 39 Pfd. 15 Loth = 9 Pfd. 24
Loth 3 Quentchen;
denn das 4tel von 36 = 9, von 39 Pfd. also 9 Pfd.
mit dem Rest 3; das 4tel von 1 Pfd. = 8 Loth,
von 3 Pfd. also 3×8 = 24 Loth u. s. w. (Die
Abkürzung besteht in dieser Berechnung darin, daß
man den Rest 3 Pfd. nicht in Lothe auflöst, son-
dern die Einheit theilt und den Quotus $3 \times$ nimmt.)

Hieraus folgt:

„Hat man eine höhere Zahlbenennung oder einen
Rest derselben durch einen Divisor zu theilen, der in
der Reduktionszahl gerade aufgeht, so theilt man
diese, und nimmt den Quotus so viel Mal, als die zu
theilende Zahl besagt.“ Zu solchen Divisoren gehören:

- 2, 3, 4, 6, 12, wenn die Reduktionszahl 12 ist
(bei Egr., Scheffel, Fuß, Duzend u. s. w.);
2, 4, 8, 16, wenn die Reduktionszahl 16 ist (bei
Gulden, Scheffel, Mark Silber);

Scholz Anweis. Th. II.

- 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, wenn die Redukzionszahl 24 ist (bei Wispel, Buch, Tage, Laken, Stein);
 2, 11, 22, wenn die Redukzionszahl 22 ist (bei Stein);
 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30, wenn die Redukzionszahl 30 ist (bei Thlr., Monate, Hufen, Gewende);
 2, 5, 10, wenn die Redukzionszahl 10 ist (bei Pack, Decher, Fuß, Ballen);
 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60, wenn die Redukzionszahl 60 ist (bei Schock, Stück).

2. Der Divisor geht in einer Zahl auf, die um wenige Einheiten kleiner ist, als die Redukzionszahl.

Beispiele.

- a) Das 9tel von 7 Egr. = $9\frac{1}{3}$ Pf.;
 denn das 9tel von 1 Egr. = 1 Pf. und $\frac{2}{3}$ Pf. oder $\frac{2}{3}$ Pf., dieß $7 \times$ genommen gibt 7 Pf. + $7 \times \frac{2}{3}$ Pf. = $\frac{14}{3}$ = $4\frac{2}{3}$ Pf.; zusammen $9\frac{1}{3}$ Pf.
- b) Das 25stel von 12 Thlr. = 17 Egr. $4\frac{2}{3}$ Pf.;
 denn das 25stel v. 1 Thlr. = 1 Egr. + $\frac{5}{25}$ Egr. = $\frac{1}{5}$ Egr., dieß $12 \times$ genommen = 12×1 Egr. + $12 \times \frac{1}{5}$ Egr. = $2\frac{4}{5}$ Egr. = $2\frac{8}{10}$ Egr.; zusammen $17\frac{8}{10}$ Egr. = 17 Egr. $4\frac{2}{3}$ Pf.
- c) Das 18tel von 10 Wspl. = $13\frac{1}{3}$ Scheffel;
 denn $\frac{1}{18}$ von 1 Wspl. = 1 Scheffel + $\frac{2}{18}$ = $\frac{1}{9}$ Schfl., dieß 10 Mal genommen = 10×1 Scheffel + $10 \times \frac{1}{9}$ Schfl. = $10\frac{10}{9}$ = $11\frac{2}{3}$; zusammen $13\frac{1}{3}$ Schfl.
- d) Das 16tel von 36 Thlr. = 2 Thlr. 6 Egr.;
 denn $\frac{1}{16}$ v. 36 Thlr. = 2 Thlr., $\frac{1}{16}$ von 4 Thlr. (dem Rest) = $4 \times \frac{1}{16}$ von einem Thlr., $\frac{1}{16}$ v. 1 Thlr. = $1\frac{1}{2}$ Egr., von 4 Thlr. $4 \times 1\frac{1}{2}$ Egr. = 6 Egr.; zusammen also 2 Thlr. 6 Egr.
- e) Das 12tel von 140 Gulden 8 Egr. = 11 Gulden 14 Egr.;
 denn $\frac{1}{12}$ v. 140 Gulden = 11 Gulden, 8 Gulden bleiben Rest; $\frac{1}{12}$ v. 1 Gulden = 1 Egr. + $\frac{1}{12}$ = $\frac{1}{12}$ Egr., dieß $8 \times$ genommen = 8 Egr. + $8 \times \frac{1}{12}$ Egr. = $8\frac{2}{3}$ = $8\frac{4}{6}$ Egr., zusammen $13\frac{4}{6}$ Egr.; endlich noch $\frac{1}{12}$ von 8 Egr. in der Aufgabe; $\frac{1}{12}$ v. 1

Egr. = 1 Pf., von 8 Egr. = 8 Pf.; $\frac{3}{4}$ Egr. = 4 Pf.; 8 Pf. + 4 Pf. = 1 Egr.; überhaupt also 11 Gulden 14 Egr.

- f) Das 15tel von 12 Thlr. 20 Egr. = $20\frac{8}{15}$ Egr.;
denn $\frac{1}{15}$ v. 1 Thlr. = 1 Egr. + $\frac{2}{15}$ Egr. = $\frac{3}{5}$ Egr.,
 $12 \times 1\frac{3}{5}$ Egr. = $19\frac{3}{5}$ Egr., $\frac{1}{15}$ v. 20 Egr. = $1\frac{3}{5}$
Egr.; $19\frac{3}{5} + 1\frac{3}{5}$ Egr. = $20\frac{8}{15}$ Egr.

Folgerung: „Man theilt also die Redukzionszahl, stellt das Uebrigbleibende in einen Bruch, kürzt diesen, wenn es angeht, und multipliziert dann beides mit der zu theilenden höhern Zahlenbenennung.“

3. Man vergrößert die Redukzionszahl um so viel, daß darin der Divisor ohne Rest aufgeht.

Beispiele.

- a) Das 9tel von 5 Thlr. = $13\frac{1}{3}$ Egr. = 13 Egr. 4 Pf.;

denn da 9 in 27 (statt in 24) aufgeht, so sucht man zuerst das 9tel von 27 Egr. = 3 Egr. und zieht davon $\frac{3}{4}$ ab (weil man die Redukzionszahl um 3 vergrößert hat), bleiben noch $2\frac{3}{4}$ Egr., die man 5 $\times$ nimmt, gibt $13\frac{1}{3}$ Egr.

- b) Das 16tel von 8 Thalern = 15 Egr.;

denn $\frac{1}{16}$ v. 32 Egr. = 2 Egr., davon gehen ab $\frac{2}{8}$ oder $\frac{1}{4}$ Egr. = $1\frac{1}{4}$ Egr., dieß 8 $\times$ genommen = $8 + 7$ Egr. = 15 Egr.

- c) Das 7tel von 12 Wspl. = 1 Wspl. $17\frac{1}{7}$ Schfl.;

denn $\frac{1}{7}$ v. 12 Wspl. = 1 Wspl., 5 Wspl. bleiben Rest;
das 7tel von 1 Wspl. = 4 Schfl. weniger $\frac{1}{7}$ Schfl.
= $3\frac{6}{7}$ Schfl., dieß 5 $\times$ genommen = 15 Schfl. +
 $5 \times \frac{1}{7}$ Schfl. = $\frac{5}{7}$ = $2\frac{1}{7}$ Schfl.; zusammen $17\frac{1}{7}$
Scheffel.

- d) Das 12tel von 6 Pfund 18 Loth = $17\frac{1}{2}$ Loth;

denn $\frac{1}{12}$ von 1 Pfd. = 3 Loth weniger $\frac{1}{12}$ = $\frac{1}{4}$ Loth
oder $2\frac{3}{4}$ Loth, dieß 6 $\times$ genommen = 16 Loth.
(Man könnte auch 3 Loth 6 $\times$ nehmen und dann

9*

$6 \times \frac{1}{2}$ Loth abziehen.) $\frac{1}{2}$ von 18 Loth = $1\frac{1}{2}$ Loth;
zusammen also $17\frac{1}{2}$ Loth.

Folgerung: „Man vergrößert also die Redukzionszahl um so viel, daß darin der Divisor ohne Rest aufgeht, multipliziert den Quotus und auch den zu viel genommenen Theil mit der zu theilenden Zahl, zieht aber das Produkt des zuvielgenommenen von dem Ganzen ab.“

4. Man stellt Divisor und Dividendus ohne Weiteres in Bruchform.

Beispiele.

a) Das 20stel von 16 Thlr. = $\frac{16}{20}$ Thlr. = $\frac{4}{5}$ Thlr. = 24 Sgr.;

denn das 20stel von 1 Thlr. = $\frac{1}{20}$ Thlr., dieß $16 \times$ genommen = $\frac{16}{20}$ Thlr., dieß gekürzt = $\frac{4}{5}$ Thlr., dieße aufgelöst = 24 Sgr.

b) Das 8tel von 5 Schfl. = $\frac{5}{8}$ Schfl. = 10 Mk.;
denn $\frac{1}{8}$ v. 1 Schfl. = $\frac{1}{8}$ Schfl., $5 \times \frac{1}{8}$ Schfl. = $\frac{5}{8}$ Schfl. = 10 Mk.

c) Das 9tel von 6 Thlr. 12 Sgr. = $21\frac{1}{3}$ Sgr.;
denn $\frac{1}{9}$ von 6 Thlr. = $\frac{2}{3}$ Thlr. = $\frac{2}{3}$ Thlr. = 20 Sgr.,
 $\frac{1}{9}$ v. 12 Sgr. = $1\frac{1}{3}$ Sgr.; zusammen $21\frac{1}{3}$ Sgr.

d) Das 12tel von 7 Thlr. = 14 Sgr.;
denn $\frac{1}{12}$ v. 7 Thlr. = $\frac{7}{12}$ Thlr. = 14 Sgr. — Oder:
7 Thlr. = 6 Thlr. + 1 Thlr., $\frac{1}{12}$ v. 6 Thlr. = $\frac{1}{2}$ Sgr. = $\frac{1}{2}$ Thlr. = 15 Sgr., $\frac{1}{12}$ v. 1 Thlr. = $2\frac{1}{2}$ Sgr.;
zusammen $17\frac{1}{2}$ Sgr.

e) Das 15tel von 96 Pfd. 30 Loth = 6 Pfd. $14\frac{2}{3}$ Loth;
denn $\frac{1}{15}$ v. 96 Pfd. = $\frac{96}{15}$ = $6\frac{2}{5}$ Pfd. = $6\frac{2}{5}$ Pfd., $\frac{2}{5}$ Pfd. = $2 \times 6\frac{2}{5}$ Loth = $12\frac{4}{5}$ Loth, $\frac{1}{15}$ v. 30 Loth = 2 Loth; $12\frac{4}{5}$ Loth + 2 Loth = $14\frac{2}{5}$ Loth.

5. Man zerfällt den Divisor in seine Faktoren.

Beispiele.

a) Das 36stel von 48 Thlr. = 1 Thlr. 10 Sgr.;

denn $36 = 3 \times 12$, $\frac{1}{12}$ v. 48 Thlr. = 4 Thlr., $\frac{1}{3}$ von 4 Thlr. = $1\frac{1}{3}$ Thlr. = 1 Thlr. 10 Sgr.

b) Daß 24stel von 81 Pfd. = 3 Pfd. 12 Loth;

denn $24 = 3 \times 8$, $\frac{1}{8}$ von 81 Pfd. = $10\frac{1}{8}$ Pfd. = 10 Pfd. 4 Loth, $\frac{1}{3}$ von 10 Pfd. 4 Loth = $3\frac{1}{3}$ Pfd., $\frac{1}{3}$ v. 4 Loth = $1\frac{1}{3}$ Loth, $\frac{1}{3}$ Pfd. = $10\frac{1}{3}$ Loth, $1\frac{1}{3} + 10\frac{1}{3}$ Loth = 12 Loth; zusammen also 3 Pfd. 12 Loth.

c) Daß 12tel von 100 Thlr. 20 Sgr. = 8 Thlr. 11 Sgr. 8 Pf.;

denn $12 = 3 \times 4$, $\frac{1}{4}$ v. 100 Thlr. 20 Sgr. = 25 Thlr. 5 Sgr., das 3tel von 25 Thlr. 5 Sgr. = 8 Thlr. 11 Sgr. 8 Pf.

Diese Fälle lassen sich oft anwenden.

6. Man verkleinert Divisor und Dividend durch Division mit Einer Zahl.

Beispiele.

a) 1000 Thlr. sollen in 35 gleiche Theile getheilt werden, = $28\frac{2}{5}$ Thlr.;

denn 35 und 1000 lassen sich durch 5 verkleinern, = 7 und 200; $\frac{1}{7}$ von 200 = $10 \times \frac{1}{7}$ v. 20 = $2\frac{6}{7} \times 10 = 28\frac{2}{7}$ Thlr.

b) Der 56ste Theil von 40 Thlr. = $21\frac{1}{7}$ Sgr.;

denn 56 und 40 können durch 8 verkürzt werden, = 7 und 5; $\frac{1}{7}$ von 5 Thlr. = $\frac{5}{7}$ Thlr., $\frac{5}{7}$ Thlr. = 30 $\times \frac{1}{7}$ Sgr. = $21\frac{1}{7}$ Sgr. = $21\frac{1}{7}$ Sgr.

c) Der 68ste Theil von 136 Thlr. 17 Sgr. = 2 Thlr. 3 Pf.;

denn 68 und 136 lassen sich durch 17 verkleinern, = 4 und 8 Thlr. 1 Sgr.; $\frac{1}{4}$ von 8 Thlr. 1 Sgr. = 2 Thlr. 3 Pf.

d) Der 30ste Theil von 17 Thlr. = $13\frac{1}{3}$ Sgr.;

denn 17 Thlr. = 17×24 Sgr.; 30 und 24 können durch 6 verkleinert werden, kommt 5 und 4, also ist statt 17×24 zu nehmen 17×4 ; $\frac{1}{5}$ von 4 Sgr. = $\frac{4}{5}$ Sgr., $17 \times \frac{4}{5}$ Sgr. = $13\frac{1}{3}$ Sgr. — (Man achte auf diese Auflösung, woraus folgt, daß man in solchen Fällen auch die Reduktionszahl und den Divisor gegenseitig verkleinern könne.)

7. Man vergrößert den Dividendus um so viel, daß der Divisor darin ohne Rest aufgeht.

Beispiele.

a) Der 8te Theil von 23 Thlr. = 2 Thlr. 21 Ggr.;
denn $23 = (24 - 1)$; $\frac{1}{8}$ von 24 Thlr. = 3 Thlr.; da-
von zieht man aber $\frac{1}{8}$ von 1 Thlr. ab, = 3 Ggr.,
bleiben noch 2 Thlr. 21 Ggr.

b) Der 9te Theil von 33 Thlr. 18 Ggr. = 3 Thlr.
22 Ggr.;

denn der 9te Theil von 36 Thlr. = 4 Thlr.; davon
geht ab $\frac{1}{9}$ von 3 Thlr. = $\frac{1}{3}$ Thlr. = $\frac{1}{3}$ Thlr., blei-
ben $3\frac{2}{3}$ Thlr. = 3 Thlr. 20 Ggr.; $\frac{1}{9}$ von 18 Ggr.
= 2 Ggr.; zusammen 3 Thlr. 22 Ggr.

c) Daß 32stel von 94 Thlr. 18 Ggr. = 2 Thlr.
 $23\frac{1}{16}$ Ggr.;

denn $\frac{1}{32}$ von 96 Thlr. = 3 Thlr.; davon geht ab $\frac{1}{32}$
von 2 Thlr. = $\frac{1}{16}$ Thlr. = $\frac{1}{16}$ Thlr. = $1\frac{1}{2}$ Ggr., bleiben
2 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Ggr.; $\frac{1}{32}$ von 18 Ggr. = $\frac{1}{16}$ Ggr. =
 $\frac{1}{16}$ Ggr.; zusammen 2 Thlr. $23\frac{1}{16}$ Ggr.

8. Man vergrößert den Divisor um ein-
nige Einheiten.

Beispiele.

a) Der 11te Theil von 8 Thlr. = $17\frac{5}{11}$ Ggr.

Man vergrößert hier 11 um 1, gibt 12, womit sich
die Redukzionszahl 24 Ggr. leichter dividiren läßt,
= 2 Ggr.; 8×2 Ggr. = 16 Ggr. Nun theilt
man 16 Ggr. durch 11, weil man einen Theil zu
wenig bekommen hat; $\frac{1}{11}$ von 16 Ggr. = $1\frac{5}{11}$ Ggr.;
 16 Ggr. + $1\frac{5}{11}$ Ggr. = $17\frac{5}{11}$ Ggr.

b) Der 14te Theil v. 10 Thlr. 15 Ggr. = $22\frac{1}{2}$ Ggr.

Aufl. Statt 14 nimmt man 15, weil sich damit die
Redukzionszahl 30 Ggr. am besten theilen läßt;
 $\frac{1}{15}$ von 1 Thlr. = 2 Ggr., 10×2 Ggr. = 20 Ggr.;
 $\frac{1}{15}$ von 15 Ggr. = 1 Ggr., 20 Ggr. + 1 Ggr. =
21 Ggr. Hierzu kommt aber noch der 14te Theil
von 21 Ggr. = $1\frac{1}{2}$ Ggr.; zusammen also $22\frac{1}{2}$ Ggr.

c) Der 13te Theil von 15 Pfund = 1 Pf. $4\frac{1}{3}$ Lth.

Aufl. Statt 13 nehme ich 16 und suche den 16ten Theil von 15 Pfd. $= 15 \times 2 \text{ Loth} = 30 \text{ Loth}$. Da der Divisor um 3 zu groß angenommen worden ist, so sind noch $3 \times 30 \text{ Loth} = 90$ durch 13 zu theilen, $= 6\frac{6}{13} \text{ Loth}$, die zu 30 Loth gezählt werden, $= 36\frac{6}{13} \text{ Loth} = 1 \text{ Pfd. } 4\frac{6}{13} \text{ Loth}$.

9. Man verkleinert den Divisor um einige Einheiten.

Beispiele.

a) Der 17te Theil von 12 Pfd. $= 22\frac{1}{17} \text{ Loth}$.

Aufl. Statt 17 nehme ich 16, weil sich 1 Pfd. (32 Loth) durch 16 leichter theilen läßt; $\frac{1}{16}$ von 12 Pfund $= 12 \times 2 \text{ Loth} = 24 \text{ Loth}$. Da ich aber einen kleinern Divisor angenommen, so kommt zu viel; es wird der 17te Theil von 24 Loth abgezogen werden müssen, $\frac{1}{17}$ v. 24 $= 1\frac{2}{17}$; $24 \text{ Loth} - 1\frac{2}{17} \text{ Loth} = 22\frac{1}{17} \text{ Loth}$.

b) Der 25ste Theil von 18 Thlr. $= 17\frac{7}{25} \text{ Ggr.}$

Aufl. Statt 25 nimmt man 24; $\frac{1}{24}$ von 18 Thlr. $= 18 \times 1 \text{ Ggr.} = 18 \text{ Ggr.}$; davon gehen ab $\frac{1}{25} \times 18 \text{ Ggr.} = \frac{18}{25}$, bleiben $17\frac{7}{25} \text{ Ggr.}$

10. Hat man mit 8 oder 9 zu theilen, so bedient man sich der beim Multiplizieren angegebenen Abkürzung auch hier.

Beispiele.

a) $\frac{1}{9}$ von 6 Thlr. $= 20 \text{ Ggr.}$

Aufl. Da $\frac{1}{9} \times 1 \text{ Thlr.} = 3 \text{ Ggr. } 4 \text{ Pf.}$, so nimmt man diesen Theil $6 \times$, kommt 20 Ggr.

b) Der 8te Theil von 3 Thlr. $= 12 \text{ Ggr. } 3 \text{ Pf.}$

Aufl. Da $\frac{1}{8} \times 1 \text{ Thlr.} = 3 \text{ Ggr. } 9 \text{ Pf.}$, so nimmt man diesen Theil $3 \times$, $= 12 \text{ Ggr. } 3 \text{ Pf.}$

c) Der 9te Theil von 50 Thlr. 18 Ggr. $= 5 \text{ Thlr. } 16 \text{ Ggr. } 8 \text{ Pf.}$

Aufl. $\frac{1}{9}$ von 50 Thlr. $= 5 \text{ Thlr.}$, $\frac{1}{9}$ Thlr. vom Rest 5 Thlr. $= 5 \times 3 \text{ Ggr. } 4 \text{ Pf.} = 16 \text{ Ggr. } 8 \text{ Pf.}$; zusammen also 5 Thlr. 16 Ggr. 8 Pf.

d) Der 81ste Theil von 6 Thlr. $= 2 \text{ Ggr. } 2\frac{1}{2} \text{ Pf.}$

Aufl. $81 = 9 \times 9$; $\frac{1}{9}$ von 6 Thlr. $= 6 \times 3 \text{ Ggr.}$

4 Pf. = 20 Sgr.; $\frac{1}{2}$ von 20 Sgr. = 2 $\frac{1}{2}$ Sgr. oder 2 Sgr. 2 $\frac{1}{2}$ Pf.

Es ist möglich, daß es noch andere Fälle der Auflösungen gibt, die zur Rechenfertigkeit beitragen können; aber wir brechen hier damit ab. Entwirft sich der Lehrer vor der Rechenstunde, zu Hause, eine Anzahl von Aufgaben über die hier aufgestellten Fälle und läßt er sie von seinen Schülern mit Einsicht rechnen und auflösen, so hat er das Seinige gethan; er hat die Schüler angeregt, ähnliche oder andere Lösungsarten selber zu finden, — und das ist die Frucht eines guten Rechenunterrichts.

c. Mehrseitige Berechnung der Divisionsaufgaben.

Wir wollen auch hier nur ein Beispiel ausführen:
18 Thlr. 4 Sgr. getheilt durch 24 = 22 Sgr. 8 Pf.

Berechnungen:

1) $\frac{1}{24}$ von 18 Thlr.; 18 Thlr. gehen als solche nicht in 24 gleiche Theile zu theilen, man macht sie also zu Sgr. = $18 \times 30 = 540$ Sgr., dazu jene 4 Sgr. in der Aufgabe = 544 Sgr.; $\frac{1}{24}$ von 544 = 22 Sgr., der Rest 16 Sgr. = 16×12 Pf. = 192 Pf.; $\frac{1}{24}$ v. 192 = 8 Pf.; folglich 22 Sgr. 8 Pf. u. s. w.

2) 18 Thlr. = 18×1 Thlr.; $\frac{1}{24}$ v. 1 Thlr. = $1\frac{1}{4}$ Sgr., dieß $18 \times$ genommen gibt 18×1 Sgr. + $\frac{18}{4}$ Sgr. = $4\frac{1}{2}$ Sgr., $18 + 4 = 22$ Sgr.; $\frac{1}{24}$ von 1 Sgr. = $\frac{1}{2}$ Pf., von 4 Sgr. $4 \times \frac{1}{2}$ Pf. = 2 Pf.; $22\frac{1}{2}$ Sgr. + 2 Pf. = 22 Sgr. 8 Pf.

3) $\frac{1}{24}$ v. 1 Thlr. = 1 Sgr.; $\frac{1}{24}$ v. 18 Thlr. = 18×1 Sgr. = 18 Sgr. = 22 Sgr. 6 Pf., $\frac{1}{24}$ von 4 Sgr. = $\frac{1}{6}$ Sgr. = $\frac{1}{3}$ Sgr. = 2 Pf.; zusammen 22 Sgr. 8 Pf.

4) $24 = 4 \times 6$; $\frac{1}{6}$ von 18 Thlr. = 3 Thlr., $\frac{1}{6}$ v. 4 Sgr. = $\frac{2}{3}$ Sgr. = 8 Pf.; 3 Thlr. 8 Pf. : 4, $\frac{1}{4}$ v. 3 Thlr., 3 Thlr. = 90 Sgr., $\frac{1}{4}$ v. 90 Sgr. = 22 Sgr.; 2 Sgr. Rest = 24 Pf.; $\frac{1}{4}$ v. 24 Pf. = 6 Pf., $\frac{1}{4}$ v. 8 Pf. = 2 Pf.; zusammen 22 Sgr. 8 Pf. — Oder: $\frac{1}{4}$ v. 13 Thlr. = $\frac{1}{4}$ Thlr. = 18 Sgr. = 22 Sgr. 6 Pf. u. s. w.

5) $24 = 3 \times 8$; $\frac{1}{3}$ v. 18 Thlr. = 6 Thlr., $\frac{1}{3}$ v. 4 Sgr. = 1 Sgr. 4 Pf.; also: 6 Thlr. 1 Sgr. 4 Pf.,

$\frac{1}{8}$ davon = 6×3 Egr. = 18 Egr. = 22 Egr. 6 Pf.,
 $\frac{1}{8}$ v. 1 Egr. 4 Pf. (16 Pf.) = 2 Pf.; zusammen 22
 Egr. 8 Pf.

6) $24 = 2 \times 12$; $\frac{1}{2}$ v. 18 Thlr. 4 Egr. = 9 Thlr.
 2 Egr.; $\frac{1}{2}$ v. 9 Thlr. = 9×2 Egr. = 18 Egr. =
 $22\frac{1}{2}$ Egr., $\frac{1}{2}$ v. 2 Egr. = 2×1 Pf. = 2 Pf.; zu-
 sammen 22 Egr. 8 Pf.

7) 18 Thlr. 4 Egr. = $18\frac{2}{3}$ Thlr. = $27\frac{2}{3}$ Thlr.;
 $\frac{1}{4}$ von $27\frac{2}{3}$ Thlr. = $27\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$ Thlr. = $22\frac{1}{2}$
 Egr. = $22\frac{1}{2}$ Egr. = 22 Egr. 8 Pf.

8) Man füge den Divisor 24 und 18 Thlr. 4 Egr.
 durch eine Zahl, durch 6, gibt 4 (zum Divisor) und
 3 Thlr. 8 Pf.; nun theile man 3 Thlr. 8 Pf. durch 4
 = 22 Egr. 8 Pf.

9) 18 Thlr. = $\frac{7}{4}$ Thlr., 4 Egr. = $\frac{2}{3}$ Egr.; $\frac{7}{4}$
 v. $\frac{7}{4}$ Thlr. = $\frac{3}{4}$ Thlr., $\frac{1}{4}$ v. $\frac{2}{3}$ Egr. = $\frac{1}{3}$ Egr.; al-
 so $\frac{3}{4}$ Egr. + $\frac{1}{3}$ Egr. = 22 Egr. 8 Pf.

10) $\frac{1}{4}$ v. 18 Thlr. = $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ Egr., $\frac{1}{4}$ v. 4 Egr.
 = $\frac{1}{4}$ Egr. = $\frac{1}{2}$ Egr.; zusammen u. f. w.

11) 18 Thlr. = 3×6 Thlr.; $\frac{1}{4}$ v. 6 Thlr. = $\frac{6}{4}$
 = $\frac{3}{2}$ Thlr. = 6 Egr.; dieß $3 \times$ genommen = 18 Egr.
 = $22\frac{1}{2}$ Egr.; $\frac{1}{4}$ von 4 Egr. = 2 Pf.; zusammen
 u. f. w.

12) 18 Thlr. = 27 Gulden; $\frac{1}{4}$ v. 27 Gulden =
 $1\frac{3}{4}$ = $1\frac{3}{8}$ Gulden = 1 Guld. 2 Egr. = $22\frac{1}{2}$ Egr.,
 $\frac{1}{4}$ v. 4 Egr. = 2 Pf.; zusammen also u. f. w.

13) 18 Thlr. = 24 Thlr. — 6 Thlr.; $\frac{1}{4}$ von 24
 Thlr. = 1 Thlr.; hiervon abgezogen $\frac{1}{4}$ v. 6 Thlr. =
 $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$, bleiben $\frac{3}{4}$ Thlr. = $22\frac{1}{2}$ Egr.; $\frac{1}{4}$ v. 4 Egr.
 = 2 Pf.; zusammen 22 Egr. 8 Pf.

14) $24 = (30 - 6)$; $\frac{1}{10}$ v. 18 Thlr. = 18 Egr.;
 dazu kommt $\frac{1}{4}$ von 6×18 Egr.; 6×18 Egr. = 108
 Egr., $\frac{1}{4}$ v. 108 Egr. $4\frac{1}{2}$ Egr., $18 + 4\frac{1}{2}$ Egr. =
 $22\frac{1}{2}$ Egr.; $\frac{1}{4}$ v. 4 Egr. = 2 Pf.; zusammen u. f. w.

15) 18 Thlr. = $3\frac{6}{4}$ Thlr.; $\frac{1}{4}$ v. $\frac{1}{2}$ Thlr. = $\frac{1}{2}$ Egr.;
 $36 \times \frac{1}{2}$ Egr. = 18 Egr. = $22\frac{1}{2}$ Egr. u. f. w.

16) 18 Thlr. = 30×18 Egr.; $\frac{1}{4}$ v. 18 Egr. =
 $\frac{9}{4}$ Egr. = $\frac{3}{4}$ Egr. = $30 \times \frac{3}{4}$ Silbergrößen
 = $\frac{3}{4}$ Thaler oder 18 Egr. oder $22\frac{1}{2}$ Egr. u. f. w.

17) 18 Thlr. = 24×18 Egr.; $\frac{1}{4}$ v. 18 Egr. =

$\frac{1}{2}\frac{3}{4}$ Ggr. = $\frac{3}{4}$ Ggr., $24 \times \frac{3}{4}$ Groschen = $\frac{3}{4}$ Thaler
= 18 Ggr. = $22\frac{1}{2}$ Sgr. u. f. w.

18) 18 Thlr. = 12 Thlr. + 6 Thlr.; $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ v. 12 Thlr.
= $\frac{1}{2}$ Thlr. oder 12 Ggr., $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ v. 6 Thlr. = $\frac{1}{4}$ Thlr. oder
6 Ggr.; zusammen 18 Ggr. = $22\frac{1}{2}$ Sgr. u. f. w.

19) 18 Thlr. = 27 Gulden; $24 = 20 + 4$, $\frac{1}{2}\frac{1}{5}$ v.
27 Gulden = 27 Sgr.; hievon muß aber noch der
6te Theil abgezogen werden (weil man mit 20 anstatt
mit 24 getheilt hat, und 4 (das zu Wenige) ist der 6te
Theil von 24); $\frac{1}{6}$ v. 27 = $4\frac{1}{2}$ Sgr. = $22\frac{1}{2}$ Sgr.

20) 18 Thlr. = 9×24 Zweigroschenstücke; $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ v.
24 Zweigroschenstücken = 1 Zweigroschenstück; dieß
 $9 \times$ genommen = 9×1 Zweigroschenstück = 18 Ein-
groschenstücke = 18 Ggr. = $22\frac{1}{2}$ Sgr. u. f. w.

Wenn wir hier mit den Berechnungen abbrechen, so
wollen wir damit nicht sagen, daß sich deren nicht noch
mehrere auffinden lassen. Der denkende Kopf kann und
wird sie noch zu vermehren suchen und seinen Rechenschülern
fragweise entlocken, — eine mit dem erfreulichsten Erfolge
lohnende Arbeit und Mühe.

B. Enthaltensein.

§. 153.

Stufengang der Uebung.

Wir üben dieß getrennt vom Theilen, weil in der
Anwendung, d. h. im Leben, Berechnungen vorkom-
men, die nur durch das Enthaltensein (nämlich
durch den Begriff desselben) gerechnet werden können.
Der Stufengang ist folgender:

1) Wie oft ist von zwei gleichnamigen
Zahlgrößen die kleinere Zahl in der grö-
ßern und umgekehrt die größere in der
kleinern enthalten?

Beispiele.

- 3 Pfennige in 9 Pf. = $3 \times$ enthalten.
- 4 Sgr. in 16 Sgr. = $4 \times$ enthalten.
- 6 Thlr. in 21 Thlr. = $3\frac{1}{2} \times$ enthalten.
- 3 Pf. in 2 Pf. = $\frac{2}{3} \times$ enthalten.

e) 9 Egr. in 3 Egr. $= \frac{3}{9} \times = \frac{1}{3} \times$ enthalten.

f) 10 Thlr. in 4 Thlr. $= \frac{4}{10} \times = \frac{2}{5} \times$ enthalten.

2) Wie oft ist eine niedere Größe in der Einheit einer gleichartigen höhern enthalten?

Beispiele.

4 Pf. in 1 Egr. $= 3$ Mal enthalten ($= 4$ in 12).

5 Egr. in 1 Thlr. $= 6 \times$ enthalten ($= 5$ in 30).

8 Egr. in 1 Thlr. $= 3 \times$ enthalten ($= 8$ in 24).

5 Mß. in 1 Schfl. $= 3\frac{1}{2} \times$ enthalten ($= 5$ in 16).

u. s. w.

3) Wie oft ist eine niedere einfachbenannte Zahl in der Mehrheit einer gleichartigen höhern einfachbenannten enthalten?

Beispiele.

4 Pf. in 3 Egr. $= 9 \times$ enthalten;

denn 4 Pf. in 1 Egr. $= 3 \times$ enthalten; dieß $3 \times$ genommen $= 9 \times$.

5 Egr. in 8 Thlr. $= 48 \times$ enthalten;

denn 5 Egr. in 1 Thlr. $= 6 \times$ enthalten; $8 \times 6 = 48$.

8 Egr. in 4 Thlr. ist $12 \times$ enthalten;

denn 8 Egr. ist in 1 Thlr. $3 \times$ enthalten; in 4 Thlr. also $4 \times 3 = 12 \times$.

5 Mß. in 10 Schfl. ist $32 \times$ enthalten;

denn 5 in 1 Schfl. ist $3\frac{1}{2} \times$, in 10 Schfl. $10 \times 3\frac{1}{2} \times = 32 \times$ enthalten.

4) Wie oft ist eine niedere einfachbenannte Zahl in einer gleichartigen ungleichbenannten Zahl enthalten?

Beispiele.

6 Pf. in 2 Egr. 6 Pf. $= 5$ Mal enthalten;

denn 2 Egr. 6 Pf. $= 30$ Pf., 6 in 30 $= 5 \times$ u. s. w.

4 Egr. in 3 Thlr. 6 Egr. $= 24 \times$ enthalten;

denn 3 Thlr. 6 Egr. $= 96$ Egr., 4 in 96 $= 24 \times$ u. s. w.

8 Loth in 2 Pfd. 4 Loth $= 8\frac{1}{2} \times$ enthalten;

denn 2 Pfd. 4 Loth $= 68$ Loth, 8 Loth in 68 Loth $= 8\frac{1}{2} \times$ enthalten.

5) Wie oft ist eine ungleichbenannte Zahl in einer einfachbenannten höhern enthalten?

Beispiele.

1 Egr. 3 Pf. in 8 Egr. = $6\frac{2}{3}$ Mal enthalten;

denn 8 Egr. = 96 Pf., 1 Egr. 3 Pf. = 15, 15 Pf. in 96 Pf. ist $6\frac{2}{3} \times$.

2 Thlr. 5 Egr. in 10 Thlr. = $4\frac{8}{15} \times$ enthalten;

denn 2 Thlr. 5 Egr. = 65 Egr., 10 Thlr. = 300 Egr., 65 Egr. in 300 Egr. = $4\frac{8}{15} \times$.

3 Loth 2 Quentch. in 2 Pfd. = $18\frac{2}{3} \times$ enthalten;

denn 3 Loth 2 Quentch. = 14 Quentch., 2 Pfd. = 64 Loth = 256 Quentch., 14 Quentch. in 256 Quentch. = $18\frac{2}{3} \times$ enthalten.

6) Wie oft ist eine ungleichbenannte Zahl in einer ungleichbenannten Zahl enthalten?

Beispiele.

1 Egr. 3 Pf. in 5 Egr. 6 Pf. = $4\frac{2}{3}$ Mal enthalten;

denn 1 Egr. 3 Pf. = 15 Pf., 5 Egr. 6 Pf. = 66 Pf., 15 Pf. in 66 Pf. = $4\frac{2}{3} \times$ enthalten.

2 Schfl. 8 Mk. in 6 Schfl. 4 Mk. = $4\frac{1}{2}$ Mal enthalten;

denn 2 Schfl. 8 Mk. = 24 Mk., 6 Schfl. 4 Mk. = 100 Mk., 24 Mk. in 100 Mk. = $4\frac{1}{2}$ Mal enthalten.

3 Buch 6 Bogen in 5 Rieß 8 Buch = $33\frac{1}{8}$ Mal enthalten;

denn 3 Buch 6 Bogen = 78 Bogen, 5 Rieß 8 Buch = 108 Buch = 2592 Bogen, 78 Bogen in 2592 Bogen sind $33\frac{1}{8}$ Mal enthalten.

Hieraus folgt:

„Soll man sehen, wie viel Mal eine gewisse bestimmte Münz-, Maaß- und Gewichtgröße in einer andern gleichartigen, größern oder kleinern, einfach- oder mehrfachbenannten Zahl enthalten ist, so macht man beide gegebene Zahlgrößen erst gleichnamig und dividirt dann der Aufgabe gemäß. Der

Quotus zeigt das „Wie oft“ oder „Wie viel Mal“ an.

So weit! Die letztere Aufgabe gehört schon zu den schwierigeren. Der Lehrer richte sich auch hier ganz nach den Fähig- und Fertigkeiten seiner Schüler. Daß alle diese Aufgaben bloß als Leitsterne oder Musterbeispiele für andere derselben Art zu betrachten sind, wird in Erinnerung gebracht. Wie weit der Lehrer dieses Enthaltensein Rechnen ausdehnen will, hängt von ihm ab.

§. 154.

Anwendung des Vorigen.

Da das Dividiren dem Multiplizieren entgegengesetzt ist, so lehrt es, aus dem Werthe einer bestimmt angegebenen Anzahl von Gegenständen den Werth der Einheit eines gleichartigen (nicht immer gleichnamigen) Gegenstandes berechnen. Diese Rechnung kommt im bürgerlichen Leben nicht minder häufig als das Multiplizieren vor. Wir bringen den Stufengang mit dem der vorigen Rechnungsart in Uebereinstimmung oder in Entsprechung, und bemerken nicht zum Ueberflusse, daß bei den Berechnungen alle die Vortheile, die im vorigen §. entwickelt wurden, angewendet werden müssen.

II. Waaren- und Preisberechnungen.

a) Berechne aus dem angegebenen Preise der Mehrtheit eines Gegenstandes (einer Waare) den Preis der Einheit derselben gleichnamigen Größe.

Die hieher gehörenden Aufgaben müssen von der Art sein, daß die Theilung ohne Rest geschehen kann.

(S. Aufg. 3. Kopfr., 23 Hest, S. 76. Aufg. 36 — 40.)

Beispiele.

1) 4 Ellen Tuch kosten 12 Thlr.; wie theuer ist die Elle?

Antw.: 3 Thlr.; wenn 4 Ellen 12 Thlr. kosten, so muß eine Elle, welche der 4te Theil von 4 Ellen ist, den 4. Theil v. 12 Thaler kosten, oder 3 Thlr.

2) 2 Pfund Zucker kosten 16 Sgr. 8 Pf.; wie theuer ist 1 Pfd.?

Antw.: 8 Sgr. 4 Pf.; denn wenn 2 Pfd. so viel kosten, so muß 1 Pfd. $\frac{1}{2} \times 16$ Sgr. 8 Pf. kosten, = 8 Sgr. 4 Pf.

3) 3 Pfund Kaffee kosten einen Thaler; wie theuer ist 1 Pfd.?

Antw.: 10 Sgr.; denn wenn 3 Pfd. 1 Thlr. kosten, so beträgt's für das Pfund den 3. Theil von 1 Thlr. oder 30 Sgr. = 10 Sgr.

4) Sechs Loth einer Waare kosten 4 Sgr.; wie theuer ist 1 Loth?

Antw.: 8 Pf.; denn $\frac{1}{6}$ von 1 Sgr. = 2 Pf., von 4 Sgr. also 4×2 Pf. = 8 Pfennige.

(C. Aufg. 3. Kopfr., 2. Hest, S. 73. B. 1. Aufg. 1 — 16.)

5) Drei Meßen kosten 14 Sgr.; wie theuer ist 1 Meße?

Antw.: 4 Sgr. 8 Pf.; denn 1 Meße kostet den 3. Theil von 14 Sgr., $\frac{1}{3}$ von 14 Sgr. = 4 Sgr., 2 Sgr. bleiben Rest, hiervon beträgt der 3. Theil 8 Pf.

(C. Aufg. 3. Kopfr., 23. Hest, S. 74. Aufg. 17 — 35.)

6) Vier Scheffel Korn kosten 5 Thlr. 16 Sgr.; wie theuer ist 1 Scheffel?

Antw.: 1 Thlr. 10 Sgr.; denn 1 Scheffel kostet den 4. Theil von 5 Thlr. 16 Sgr., $\frac{1}{4}$ von 5 Thlr. = 1 Thlr. 6 Sgr., $\frac{1}{4}$ von 16 Sgr. = 4 Sgr., 1 Thlr. 6 Sgr. + 4 Sgr. = 1 Thlr. 10 Sgr.

(C. Aufg. 3. Kopfr., 23. Hest, S. 76. Aufg. 41 — 62.)

7) 7 Rieß Papier kosten 6 Thlr.; wie theuer ist ein Rieß?

Antw.: 20 Sgr. 6 $\frac{2}{3}$ Pf.; $\frac{1}{7}$ von 1 Thlr. = 3 $\frac{1}{2}$ Sgr., $6 \times 3\frac{1}{2}$ Sgr. = 18 Sgr. + $\frac{2}{3}$ Sgr. = 2 $\frac{2}{3}$ Sgr., zusammen 20 $\frac{2}{3}$ Sgr.; $\frac{1}{7}$ Sgr. = $\frac{1}{7}$ Pf. = 1 $\frac{1}{2}$ Pf., 4×1 Pf. = 4 Pf., $4 \times \frac{1}{7}$ Pf. = $\frac{4}{7}$ = 2 $\frac{2}{7}$ Pf., 4 + 2 $\frac{2}{7}$ Pf. = 6 $\frac{2}{7}$ Pf.

8) Wie theuer ist 1 Stein Zucker, wenn 8 Stein 33 Thlr. 24 Sgr. kosten?

Antw.: 4 Thlr. 6 Sgr. 9 Pf.; denn $\frac{1}{8}$ von 33 Thlr. =

4 Thlr., $\frac{1}{3}$ von 1 Thlr. oder 30 Egr. = $3\frac{2}{3}$ Egr.
 = $3\frac{2}{3}$ Egr., $\frac{1}{3}$ von 24 Egr. = 3 Egr., 3 Egr. +
 $3\frac{2}{3}$ Egr. = $6\frac{2}{3}$ Egr. = 6 Egr. 9 Pf.; zusammen
 4 Thlr. 6 Egr. 9 Pf.

(S. Aufg. 3. Kopfr., 28 Hest, S. 78. Aufg. 63—85.)

9) 25 Ellen Taffent werden mit 24 Thlr. 22 Egr. bezahlt; wie theuer ist 1 Elle?

Antw.: 23 Egr. $11\frac{1}{25}$ Pf.; denn wenn 24 Ellen 24 Thlr. kosteten, so käme auf 1 Elle 1 Thlr., hievon geht ab der 25ste Theil, $\frac{1}{25}$ von 1 Thlr. = $\frac{2}{5}$ Egr., bleiben $23\frac{1}{25}$ Egr.; $\frac{1}{25}$ von 22 Egr. = $\frac{2}{5}$ Egr., $\frac{1}{25}$ Egr. = $\frac{2}{5}$ Pf., $22 \times \frac{2}{5}$ Pf. = $\frac{44}{5}$, dazu kommen noch $\frac{1}{25}$ Egr. = $\frac{2}{5}$ = $\frac{4}{10}$ = $11\frac{1}{25}$ Pf.; also 23 Egr. $11\frac{1}{25}$ Pf.

Das 2te Hest der Aufg. zum Kopfrechnen enthält von Seite 79—84. eine Menge Aufgaben (86—149.), bei deren Berechnung sich ein oder der andere Vortheil anwenden läßt. Man sehe die Auflösungen dieses Hestes nach, wo es an Andeutungen nicht fehlt.

b) Berechne aus dem Preis der Einheit oder Mehrtheit einer übergeordneten Größe die Einheit einer gleichartigen untergeordneten!

Beispiele.

1) Für 1 Loth Seide gibt Jemand 3 Egr.; wie viel kostet das Quentchen?

Antw.: 9 Pfennige; 1 Loth muß in Quentchen aufgelöst werden, = 4 Quentchen; kosten 4 Quentch. 3 Egr., so kostet 1 Qtch. = $\frac{1}{4} \times 3$ Egr. = $\frac{3}{4}$ Egr. = 9 Pf.

2) Der Zentner Wolle kostet 80 Thlr. 10 Egr.; wie viel das Pfund?

Antw.: 21 Egr. $10\frac{1}{10}$ Pf.; denn 1 Ztr. = 110 Pfd., $\frac{1}{110}$ von 80 Thlr. = $\frac{8}{11}$ Thlr. = $\frac{8}{11}$ Thlr. = $8 \times \frac{8}{11}$ = $\frac{64}{11}$ = $21\frac{3}{11}$ Egr., $\frac{1}{110}$ von 10 Egr. = $\frac{1}{11}$ = $\frac{1}{11}$ Egr., zusammen $21\frac{3}{11}$ Egr., $\frac{1}{11}$ Egr. = $\frac{3}{11}$ Pf. = $10\frac{1}{10}$ Pf.

3) Fünf Duzend Brode kosten 10 Thlr.; wie theuer ist 1 Brod?

Antw.: 5 Egr.; 5 Dugend = 60 Stück; wenn 60 Stück 10 Thlr. kosten, so kostet 1 Stück $\frac{1}{6}$ von 10 Thlr. = $\frac{10}{6}$ = $\frac{5}{3}$ Thlr. = 5 Egr.

(S. Aufg. 3. Kopfr., 28 Heft, S. 84. Aufg. 150—173.)

c) Berechne aus zwei Preisen und der angegebenen Waare des einen Preises die andere Waare!

Beispiele.

1) Für 6 Egr. erhält Jemand 18 Loth; wie viel Loth bekommt man für 1 Egr.?

Antw.: 3 Loth; für 1 Egr. bekommt man den 6ten Theil von 18 Loth = 3 Loth.

2) Jemand bekommt für 2 Thlr. 6 Pfund einer gewissen Waare; wie viel für 1 Groschen?

Antw.: 4 Loth; denn 2 Thlr. = 48 Egr., also bekommt man für 1 Egr. $\frac{1}{48}$ von 6 Pfd. = $\frac{6}{48}$ Pfd. = $\frac{1}{8}$ Pfd. = 4 Loth.

3) Für 2 Thlr. 20 Egr. bekommt man 12 Buch 18 Bogen; wie viel für 1 Egr.?

Antw.: Beinahe 4 Bogen; denn 2 Thlr. 20 Egr. = 80 Egr., also $\frac{1}{80} \times 12$ Buch 18 Bogen = $3\frac{3}{10}$ Bogen, beinahe also 4 Bogen.

(S. Aufg. 3. Kopfr., 28 Heft, S. 85. Aufg. 174—181.)

d) Zusammengesetzte Aufgaben.

Ein Landwirth hatte 10 Mtr. Weizen verkauft und für den Scheffel 1 Thlr. 25 Egr. bekommen. Diese Einnahme vermehrte sich noch durch den Verkauf von 10 Wspl. Kartoffeln, wovon 1 Schfl. 16 Egr. kostete. Von der Einnahme kaufte er 3 Pferde; wie hoch kommt eins?

Antw.: 116 Thlr.; denn 10 Mtr. W. kosten $10 \times 12 \times 1$ Thlr. 25 Egr. = 220 Thlr., 10 Wspl. Kartoffeln kosten $10 \times 24 \times 16$ Egr. = 128 Thlr., zusammen 348 Thlr.; so viel kosten 3 Pferde, eins also $\frac{1}{3}$ von 348 Thlr. = 116 Thlr.

(S. Aufg. 3. Kopfrechnen, S. 86—88. Aufg. 182—201.)

5.

B. Berechnung solcher Gegenstände, die nicht zur Waaren- und Preisberechnung gehören.

1) Berechne das Arbeitslohn für eine gemessene, gezählte, oder gewogene Arbeit.

Beispiele.

a) 4 Gesellen erhalten 12 Thlr. 20 Sgr. Arbeitslohn; wie viel bekommt einer?

Antw.: 3 Thlr. 5 Sgr. (Beweis ist leicht.)

b) Wie lange muß Einer arbeiten, bis er 20 Thlr. 20 Sgr. sich erwirbt, wenn er täglich 12 Sgr. 6 Pf. verdient?

Antw.: 49 $\frac{1}{2}$ Tage; so viel Tage nämlich, als 12 Sgr.

6 Pf. in 20 Thlr. 20 Sgr. enthalten sind; 12 Sgr.

6 Pf. = 150 Pf., 20 Thlr. 20 Sgr. = 7440 Pf.,

150 in 7440 Pf. = 49 $\frac{1}{2}$ × enthalten.

2) Berechne das Fuhrlohn für eine gewisse Last!

Beispiele.

a) Für 12 Ztr. beträgt das Fuhrlohn 6 Thlr. 20 Sgr.; wie viel macht's für 1 Ztr.?

Antw.: 16 Sgr. 8 Pf.; nämlich das 12tel von 6 Thlr.

= 15 Sgr., das 12tel von 20 Sgr. = 1 $\frac{2}{3}$ = 1 $\frac{4}{6}$

Sgr.; zusammen 16 $\frac{2}{3}$ Sgr.

b) Das Fuhrlohn für eine gewisse Last beträgt für 18 Meilen 45 Thaler; wie viel für 1 Meile?

Antw.: Den 18ten Theil von 45 Thlr. = 2 Thlr., und

$\frac{1}{18}$ vom Rest 9 Thlr. = $\frac{2}{3}$ Thlr. = $\frac{4}{6}$ Thlr. = 15

Sgr.; mithin 2 Thlr. 15 Sgr.

3) Berechne das Reisegeld oder Botenlohn nach der Weite des Weges oder der Länge der Zeit!

Beispiele.

a) Ein reisender Kaufmann war 50 Tage auf einer Geschäftsreise und hatte dazu gebraucht 133 Thlr. 10 Sgr.; wie viel täglich?

Scholz Unweif. Th. II.

10

Antw.: 2 Thlr. 20 Sgr.; denn auf einen Tag beträgt's den 50sten Theil von 133 Thlr. 10 Sgr. = 2 Thlr. 20 Sgr.

b) Ein Bote erhielt für 20 Meilen 2 Thlr. 15 Sgr. Botenlohn; wie viel beträgt's für 1 Meile?

Antw.: 3 Sgr. 9 Pf.; nämlich $\frac{1}{20}$ von 2 Thlr. 15 Sgr.; $\frac{1}{20}$ von 2 Thlr. = 3 Sgr., $\frac{1}{20}$ von 15 Sgr. = $\frac{3}{4}$ = $\frac{3}{4}$ Sgr. = 9 Pf.

4) Berechne die Miethe, die Abgaben, die Unkosten des Ertrags für gewisse Ländereien und andere mess- und zählbare Größen!

Beispiele:

a) Jemand muß für eine Wohnung jährlich 114 Thlr. zahlen; wie viel beträgt's monatlich?

Antw.: 9 Thlr. 15 Sgr.; nämlich $\frac{1}{12}$ von 114 Thlr. = 8 Thlr., der Rest 18 Thlr. in 12 gl. Theile getheilt = 9 Thlr., bleiben 6 Thlr. Rest, wovon der 12. Theil 15 Sgr. beträgt.

b) Für 20 Morgen soll Jemand 221 Thlr. 16 Sgr. Pacht zahlen; wie viel macht's für 1 Morgen?

Antw.: 11 Thlr. 2 Sgr.; nämlich $\frac{1}{20}$ von 221 Thlr. 16 Sgr.; $\frac{1}{20}$ von 221 Thlr. = 11 Thlr., der Rest 1 Thlr. = 24 Sgr., dazu 16 Sgr. = 40 Sgr., $\frac{1}{20}$ von 40 Sgr. = 2 Sgr.

c) Jemand hat in 10 Jahren 84 Thlr. Abgaben entrichtet; wie viel kommt auf 1 Monat?

Antw.: 21 Sgr.; nämlich der 120ste Theil von 84 Thlr., weil 10 Jahre = 120 Monate, $\frac{1}{120}$ = 84 = $\frac{1}{120}$ Thlr. = $\frac{1}{20}$ Thlr. = 21 Sgr.

5) Berechne die Unterhaltungskosten für bestimmte Zeiten!

Beispiele.

a) 30 Menschen brauchen jährlich 1225 Thlr.; wie viel braucht 1 Mensch?

Antw.: $\frac{1}{30}$ von 1225 Thlr. = 40 Thlr. 25 Sgr.; denn $\frac{1}{30}$ von 1225 Thlr. = 40 Thlr., der 30. Theil von 25 Thlr. (dem Rest) = 25 Sgr.; zusammen also u. s. w.

b) Wer in 30 Tagen 68 Thlr. einnimmt, nimmt in einem Tage wie viel ein?

Antw.: 2 Thlr. 8 Sgr.; denn $\frac{1}{30}$ von 68 Thlr. = 2 Thlr., $\frac{1}{30}$ von 8 Thlr. (dem Rest) = 8 Sgr.

c) Wer in 6 Jahren 2568 Thlr. Einnahme gehabt hat, muß in 1 Monat eingenommen haben?

Antw.: 35 Thlr. 20 Sgr.; denn 6 Jahre = 72 Monate, $\frac{1}{72}$ von 2568 Thlr. = 35 Thlr., $\frac{1}{72}$ von 48 Thlr. (dem Rest) = $\frac{1}{3} = 20$ Sgr.

d) 24 Pferde brauchen 4 Schfl. 8 Mk. Hafer; wie viel kommt da auf 1 Pferd?

Antw.: $\frac{1}{24}$ von 4 Schfl. 8 Mk. = 3 Mk.

6) Berechne die Schwere von Körpern!
Beispiel.

300 Scheffel wiegen 27000 Pfund; wie schwer ist 1 Scheffel?

Antw.: $\frac{1}{300}$ von 27000 Pfd. = 90 Pfd.

II. Schriftlich.

§. 155.

Stufengang der Übung im schriftlichen Dividiren.

Der Stufengang im schriftlichen Dividiren muß dem der mündlichen Übung entsprechen. Also:

a. Theilen.

1) Dividire 1236 Thlr. mit 45!

Ansatz und Berechnung.

45 1236 = 27 Thlr. 21 Thlr. (Rest) 24 45 504 Sgr. = 11 Sgr. 9 Sgr. (Rest) 12 45 108 Pf. = 2$\frac{1}{2}$ Pf. $\frac{1}{4}$ = $\frac{1}{2}$	Erkl. Hier sind 1236 Thlr. durch 45 getheilt, = 27 Thlr., der Rest von 21 Thlr. = 504 Sgr.; diese wieder durch 45 getheilt, = 11 Sgr.; es bleiben 9 Sgr. übrig, die durch 12 in Pfennige verwandelt werden, = 108 Pf., welche ebenfalls durch 45 dividirt 2$\frac{1}{2}$ Pf. geben;
---	---

10*

folglich beträgt der 45ste Theil von 1236 Thlr. überhaupt 27 Thlr. 11 Ggr. 2 $\frac{1}{2}$ Pf.

Hiernach lasse der L. die Aufgaben im 2. Heft der Aufg. 3. Ziffer., 4. Heb., II. Aufg. 15 — 23., rechnen.

2) Wie viel beträgt der 12te Theil von 2318 Thlr. 20 Ggr.?

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r} \text{a)} \quad 2318 \text{ Thlr. } 20 \text{ Ggr.} \\ 12 \overline{) 193 \text{ Thlr. } 5 \text{ Ggr. } 8 \text{ Pf.}} \end{array}$$

Erkl. Hier sind zuerst 2318 Thlr. durch 12 getheilt worden, = 193 Thlr., der Rest 2 Thlr. in Groschen verwandelt, und die 20 Ggr. des Dividendus dazu genommen, = 68 Ggr., dann auch durch 12 dividirt, = 5 Ggr.; der Rest von 8 Ggr. = 96 Pf. durch 12 getheilt, = 8 Pf.; folglich u. s. w.

$$\text{b)} \quad 2318 \text{ Thlr. } 20 \text{ Ggr.}$$

$$\begin{array}{r} 24 \qquad 24 \\ 12 \mid \begin{array}{r} 55652 \text{ Ggr.} = 4637 \text{ Ggr.} = 193 \text{ Thlr. } 5\frac{1}{2} \text{ Ggr.} \\ 55644 \qquad 4632 \end{array} \\ \hline \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ Ggr. } 5\frac{1}{2} \text{ Ggr.} \end{array}$$

Erkl. Hier sind die Thaler in Groschen verwandelt worden, = 55652 Ggr., diese wurden durch 12 getheilt, = 4637 Ggr. ($\frac{2}{3}$ Ggr. blieben Rest), diese Groschen wurden durch 24 in Thaler verwandelt, = 193 Thlr. $5\frac{1}{2}$ Ggr.

$$\text{c)} \quad 12 = 4 \times 3; \quad 2318 \text{ Thlr. } 20 \text{ Ggr.}$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 579 \text{ Thlr. } 17 \text{ Ggr.}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 193 \text{ Thlr. } 5\frac{1}{2} \text{ Ggr.}} \end{array}$$

Man sieht, daß hier der Divisor zerfällt worden ist; man sucht zuerst den 4ten Theil und von hier an wieder den 3ten Theil.

$$\text{d)} \quad 12; 2318 \text{ Thlr. } 20 \text{ Ggr.}$$

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 1159 \text{ — } 10 \text{ —}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 193 \text{ Thlr. } 5\frac{1}{2} \text{ Ggr.}} \end{array}$$

Erkl. Hier sind Divisor und Dividendus durch 2 geteilt oder verkleinert worden; dann theilte man die Quotus beider, — den Quotus des Dividendus 1159 Thlr. 10 Ggr. durch den Quotus des Divisors 6.

Diese Rechnung läßt sich oft anwenden.

(C. Aufg. 3. Ziffern., 2. Heft, 4. Ueb. II. Aufg. 29 — 35.)

3) Theile 512 Ztr. 48 Pfd. durch 620!

Ansatz und Berechnung.

Da 512 Ztr. sich als solche nicht in 620 Theile theilen lassen, so muß man sie erst in Pfunde auflösen:

512 Ztr. + 48 Pfd.

110

620 | 56368 Pfd. = $90\frac{142}{155}$ Pfd.

$$\begin{array}{r|l} 5580 & 2 \\ \hline 568 & 284 \\ 620 & 310 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 142 \\ 155 \end{array}$$

Einer weitem Erläuterung bedarf es wol nicht.

b. Enthaltensein.

1) Wie oft sind 15 Thlr. in 1290 Thlr. enthalten?

Ansatz und Berechnung.

15 | 1290 Thlr. = 86 Mal

120

90

90

Das Verfahren ist also wie beim Dividiren.

2) Wie oft sind 22 Sgr. in 3486 Thlr. enthalten?

Ansatz und Berechnung.

Die Thaler müssen vorher in Silbergroschen aufgelöst werden.

3486 Thlr.

30

22 | 104580 Sgr. = $4753\frac{7}{11}$ Mal

$(\frac{14}{22} = \frac{7}{11})$

3) Wie oft sind 15 Sgr. in 4270 Thlr. 18 Sgr. enthalten?

Ansatz und Berechnung.

4270 Thlr. + 18 Sgr.

30

15 | 128118 Sgr. = $8541\frac{1}{3}$ Mal

$(\frac{2}{15} = \frac{1}{3})$

Das Verfahren ist hieraus von selbst klar.

- 4) Wie oft sind 8 Pfd. 20 Lth. in 97 Pfd. enthalten?

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r}
 8 \text{ Pfd. } 20 \text{ Lth.}; \quad 97 \text{ Pfd.} \\
 32 \qquad \qquad \qquad 32 \\
 \hline
 276 \text{ Lth} \qquad \qquad \qquad 194 \\
 \hline
 291 \\
 \hline
 3104 \text{ Lth} = 11\frac{2}{3} \text{ Mal.} \\
 \hline
 12 \\
 168 \mid 14 \\
 \hline
 276 \mid 23
 \end{array}$$

Erklär. Hier müssen 8 Pfd. 20 Lth in Lothe aufgelöst werden, ebenso auch die 97 Pfd.. Dann rechnet man wie vorher.

- 5) Wie oft sind 8 Pf. in 152 Thlr. 16 Sgr. enthalten?

Ansatz und Berechnung.

152 Thlr. 16 Sgr.

Nachdem 152 Thlr. 16

30

Sgr. in Pf. aufgelöst

4576 Sgr.

worden waren, wurde

12

wie gewöhnlich gerech-

$$8 \mid 54912 \text{ Pf.} = 6864 \text{ Mal}$$

net.

- 6) Wie oft sind 45 Schfl. 3 Mz. in 456 Schfl. 12 Mz. enthalten?

Ansatz und Berechnung.

45 Schfl. 3 Mz.; 456 Schfl. 12 Mz.

16

16

723

$$7308 \text{ Mz.} = 10\frac{7}{8} \text{ Mal}$$

$$\frac{7}{8} \frac{8}{3}$$

Diese Rechnung enthält nichts Unbekanntes.

Man lasse nun die Aufgaben 1 — 10. im Zifferrechnen, 2. Heft, 4. Ueb. II., rechnen.

c. Anwendung.

Bei der angewandten Division ist die Frage auf Eins gestellt; dieß ist aus den mündlichen Uebungen bekannt. Die Rechnung ist von der vorigen nicht verschieden; darum können wir uns hier kurz fassen.

- 1) Wie theuer ist 1 Schock Feinwand, wenn ein

Leinwandhändler für 24 Schock 290 Thlr. gegeben hat?

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{rcl}
 24 \mid 290 \text{ Thlr.} & = 12 \text{ Thlr.} & ? \text{ Thlr.} = 1 \text{ Schock} \\
 \underline{2} & & \\
 24 & & \text{Oder: } 24 \text{ Schock } 290 \text{ Thlr.} \\
 & & \underline{12} \quad \quad 145 \\
 24 \mid 48 & = 2 \text{ Egr.} & 12 \mid 145 = 12\frac{1}{2} \text{ Thlr.}
 \end{array}$$

Bei der letzten Berechnung ist der Kettenatz angewendet.

2) Ein Gutsbesitzer verkauft 425 Schfl. Korn, und bekommt dafür 890 Thlr. 4 Egr. 2 Pf.; wie theuer hat er jeden Scheffel verkauft?

Bekommt er 890 Thlr. 4 Egr. 2 Pf. für 425 Schfl., so wird 1 Schfl. den 425sten Theil von dieser Summe kosten; deshalb ist 425 Schfl. der Divisor und 890 Thlr. 4 Egr. 2 Pf. der Dividendus; es steht also:

$$\begin{array}{rcl}
 425 \mid 890 \text{ Thlr.} & = 2 \text{ Thlr.} & \\
 \underline{850} & & \\
 40 \text{ Thlr.} + 4 \text{ Egr.} & & \\
 \underline{30} & & \\
 425 \mid 1204 \text{ Egr.} & = 2 \text{ Egr.} & \\
 \underline{850} & & \\
 354 \text{ Egr.} + 2 \text{ Pf.} & & \\
 \underline{12} & & \\
 425 \mid 4250 \text{ Pf.} & = 10 \text{ Pf.} &
 \end{array}$$

Nach dem Kettenatz:

$$\begin{array}{rcl}
 ? \text{ Thlr.} & 1 \text{ Schfl.} & \\
 425 \text{ Schfl.} & 890 \text{ Thlr. } 4 \text{ Egr. } 2 \text{ Pf.} & \\
 85 & (320480 \text{ Pf.}) 6409 & \\
 12 \text{ Pf.} & 1 \text{ Egr.} & \\
 30 \text{ Egr.} & 1 \text{ Thlr.} &
 \end{array}$$

$$3060 \mid 6409 = 2 \text{ Thlr. } 2 \text{ Egr. } 10 \text{ Pf.}$$

d. h., 1 Schfl. kostet 2 Thlr. 2 Egr. 10 Pf.

3) Für 318 Schock Eier bezahlt man 257 Thlr. 16 Egr. 6 Pf.; wie theuer ist das Schock verkauft worden?

Ansatz und Berechnung.

a) 257 Thlr. 16 Sgr. 6 Pf.

30

318 | 7726 = 24 Sgr.

636

1366

1272

94 Sgr.

12

318 | 1.134 Pf. = $3\frac{2}{3}$ Pf.

954 2 3

180 | 90 | 30

318 | 159 | 53

Erkl. 257 Thlr. 16 Sgr. soll durch 318 getheilt werden; da die Thlr. als solche nicht in 318 Theile theilbar sind, so macht man sie zu Sgr., = 7726 Sgr., und dividirt diese durch 318, = 24 Sgr.; der Rest 94 Sgr. wird zu Pfennigen gemacht, = 1134 Pf., wovon der 318ste Theil = $3\frac{2}{3}$ Pf.

b) ? Sgr. = 1 Schock

328 Schock = (257 Thlr. 16 Sgr. 6 Pf.)

92718 Pf.

12 Pf. = 1 Sgr.

53

4

18483

5151

212 | 5151 Sgr. = 24 Sgr.

63 (Rest)

12

212 | 756 Pf. = $3\frac{2}{3}$ Pf.

120 | 30

212 | 53

Erkl. Nachdem die Thaler, Sgr. und Pfennige in Pfennige verwandelt worden waren, wurde der vorstehende Ansatz gemacht. Dann kürzten wir 318 gegen 92718 durch 6, wodurch wir die Zahlen 53 und 15453 erhielten. Da 12 und 15453 sich ebenfalls kürzen ließen, so geschah es durch 3, es entstand dort 4, hier 5151; die übrige Rechnung ist bekannt genug.

4) Ein Landwirth hatte altes Getreide 312 Wspl. 18 Schfl. Hievon verkaufte er den 3ten Theil, da der Scheffel 3 Thlr. 12 Sgr. galt; nach einiger Zeit verkaufte er $\frac{1}{2}$ des Uebrigen, und nahm dafür 11120.

Zhhr. ein. Um wie viel stand damals der Scheffel höher als jetzt?

Ansatz und Berechnung.

$$a) \quad \begin{array}{r} 312 \text{ Wspl. } 18 \text{ Schfl.} \\ 3) 104 \text{ Wspl. } 6 \text{ Schfl.} \\ \hline \end{array}$$

$$b) \quad \begin{array}{r} 24 \\ \hline 2502 \text{ Schfl.} \end{array}$$

$$c) \quad 1 \text{ Schfl.} = 3 \text{ Zhhr. } 12 \text{ Sgr.}; \quad 2502 \text{ Schfl.}$$

$$\begin{array}{r} 8506 \text{ Zhhr. } 24 \text{ Sgr.} \\ \hline \end{array} \quad (2502)$$

$$d) \quad \begin{array}{r} 3 \text{ 1.2 Wspl. } 18 \text{ Schfl.} \\ 104 \text{ — } 6 \text{ —} \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Rest } 208 \text{ Wspl. } 12 \text{ Schfl.}$$

$$e) \quad \begin{array}{r} 34 \text{ Wspl. } 18 \text{ Schfl.} \\ \hline 173 \text{ Wspl. } 18 \text{ Schfl.} \end{array} \quad (5)$$

$$f) \quad 173 \text{ Wspl. } 18 \text{ Schfl.} = 11120 \text{ Zhhr.}; \quad 1 \text{ Schfl.}$$

$$4170 \text{ Schfl.}$$

$$2 \text{ Zhhr. } 20 \text{ Sgr.}$$

(Preis eines Scheffels.)

$$g) \quad 3 \text{ Zhhr. } 12 \text{ Sgr.}$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ — } 20 \text{ —} \\ \hline \end{array}$$

$$2 \text{ Zhhr. } 22 \text{ Sgr.}$$

Kurze Erläut. Bei a) ist der 3te Theil von 312 Wspl. 18 Schfl. berechnet; bei b) sind die 104 Wspl. 6 Schfl. in Scheffel

aufgelöst worden; bei c) wurde die Einnahme aus den verkauften 2502 Schfln. berechnet; bei d) sind die zuerst verkauften 104 Wspl. 6 Schfl. vom Ganzen abgezogen worden, vom Rest 208 Wspl. 12 Schfl. wurde e) 5 Mal der 6te Theil gesucht, = 173 Wspl. 18 Schfl. Da diese 11120 Zhhr. kosten, so wurde bei f) der Preis eines Scheffels gesucht, = 2 Zhhr. 20 Sgr.; und endlich bei g) der Unterschied zwischen beiden Verkaufspreisen, = 22 Sgr.

Die Berechnung solcher Aufgaben nimmt die ganze geistige Thätigkeit der Schüler in Anspruch.

5) 18 Stein Kaffee kosten 158 Zhhr. 12 Sgr.; wie theuer ist 1 Pfund?

Ansatz und Berechnung.

$$18 \text{ Stein} = 158 \text{ Zhhr. } 12 \text{ Sgr.}; \quad 1 \text{ Pfd.}?$$

$$22$$

$$30$$

$$396 \text{ Pfd.}$$

$$\begin{array}{r} 4752 \text{ Sgr.} = 12 \text{ Sgr.} \\ \hline 4752 \end{array}$$

Da die Frage auf 1 Pfund gestellt, der Preis aber von 18 Stein angegeben ist, so mussten 18 Stein in Pfunde aufgelöst werden.

Nach dem Kettenansatz:

? Sgr. = 1 Pfd.		Erfl. 158 Thlr.
22 Pfd. = 1 Stein		12 Sgr. = 4752 Sgr.;
18 Stein = (158 Thlr. 12 Sgr.)		es wurde gekürzt 22
	4782 Sgr.	gegen 4752 durch 11,
	ABZ	= 2 und 432 (man
	2XB	hätte auch bald mit
9	108	22 kürzen können);
		ferner 2 gegen 432,
9 108 = 12 Sgr.		= 1 und 216; ferner

18 gegen 216 durch 2, gleich = 9 und 108; $108 : 9 = 12$.

6) 7 Wspl. 1 Mltr. 8 Schfl. Mehl kosten 302 Thlr. 4 Sgr.; wie theuer ist 1 Meße?

Ansatz und Berechnung.

7 Wspl. 1 Mltr. 8 Schfl. = 302 Thlr. 4 Sgr.; 1 Mß.	
3008 Meßen	9064 Sgr. = $3\frac{5}{8}$ Sgr.

7) Wer in 12 Jahren 9 Monaten 1740 Frd'or (à 5 Thlr. 15 Sgr.) 2 Thlr. 24 Sgr. Gehalt ausgegeben hat, hat wie viel in 1 Monat erhalten?

Ansatz und Berechnung.

12 J. 9 M. = 1740 Frd'or 2 Thlr. 24 Sgr.; 1 Monat?	
12 J. 9 M. 5 Thlr. 15 Sgr. (1 Frd'or)	
153 M.	165 Sgr. (2 Thlr. 24 Sgr. = 84 Sgr.)
(Divisor)	1740 + 84 Sgr.
153 287184 Sgr. = 1877 = 11 Frd'or	
287181	1815
$\frac{1}{153} = \frac{1}{15}$	$\frac{1}{30} \frac{62}{2\frac{1}{15}} \text{ Sgr.} = 2 \text{ Thlr.}$

Erfl. Hier ist der Divisor 12 Jahre 9 M., mit dem, als ungleichbenannter Zahl, nicht dividirt werden kann; man verwandelt sie daher in Monate, = 153 Monate, weil gefragt wird, wie viel er in 1 Monat erhalten hat. So viel Mal 153 in 1740 Frdchsd'or (à 5 Thlr. 15 Sgr.) 2 Thlr. 24 Sgr. enthalten sind, so viel Frdchsd'or erhält er monat.

lich. Ich muß 1 Grdchsd'or in Egr. verwandeln, = 165 Egr., und damit 1740 Grdchsd'or multiplizieren, und zum Produkt 2 Thlr. 24 Egr. od. 84 Egr. hinzuzählen, = 287184 Egr.; diese Summe dividire ich durch 153, = 1877 Egr. So oft nun 165 Egr., d. h., ein Grdchsd'or, in 1877 Egr. enthalten sind, so viel Friedrichsd'or erhält er jeden Monat, = 11 Grdchsd'or. Es bleibt aber ein Rest von 62 Egr. = 2 Thlr. 2 Egr.; im Ganzen also: 11 Grdchsd'or 2 Thlr. $2\frac{2}{3}$ Egr.

Die Berechnung von Aufgaben, wo nicht nach Geld, sondern Waare gefragt wird, kommen nicht so häufig vor; auch ist man hier noch sehr beschränkt. Ein Paar Beispiele:

8) Für 1 Thaler bekommt Jemand 3 Buch 9 Bogen Papier; wie viel für 1 Dukaten, à 3 Thlr.?

Nach dem Kettenfaze:

Berechnung:

3 Buch 9 Bogen
3

10 Buch 3 Bogen

? Buch = 3 Thlr.

1 Thlr. = (3 Buch 9 Bog.)
81 Bog.

24 Bog. = 1 Buch

8

8

81 = $10\frac{1}{8}$ Buch.

9) Jemand erhält für 57 Thlr. 20 Egr. 40 Pfd. 8 Loth; wie viel würde er für 1 Egr. erhalten?

Ansatz und Berechnung.

57 Thlr. 20 Egr. = 40 Pfd. 8 Loth; 1 Egr.?

1388 Egr. | 5152 Quentch, = $3\frac{2}{3}$ Qtch.

§. 156.

Folgerung aus dem Ganzen dieser Uebung.

1. Zwei und mehrere ungleichartige Dinge stehen oft in solcher Beziehung gegen einander, oder wirken so auf einander, daß die Vermehrung oder Verminderung der einen Art abhängig ist von der andern; d. h. die Zahl der einen Art kann ohne die Zahl der andern nicht verändert werden. So stehen z. B. Waare und Preis, Werth und Kraft, Werth und Zeit, Raum und Gewicht oder Schwere in

solcher Beziehung gegen einander, daß beide auf gleiche Art zu- oder abnehmen, d. h. in dem Grade, in welchem die eine Größe zu- oder abnimmt, nimmt die andere ebenfalls zu oder ab. So bekommt man für noch ein Mal so viel Geld noch ein Mal so viel Waare und für die halbe Waare auch nur das halbe Geld. Hierauf gründet sich der im gemeinen Leben vorkommende Lehrsatz:

Je mehr Waare, desto mehr Geld; oder
je mehr Geld, desto mehr Waare; oder
je weniger Geld, desto weniger Waare.

Ferner:

Je mehr Arbeiter, desto mehr Lohn; je
weniger Arbeiter, desto weniger Lohn;
je schwerer die Fracht, desto größer das
Fuhrlohn; je leichter die Fracht, desto
kleiner das Fuhrlohn; u. s. w.

2. Gewöhnlich sind in einer angewandten Multiplikations- oder Divisionsaufgabe drei Zahlen (Größen) angegeben, aus denen die vierte Größe gesucht werden soll. Zwei von diesen drei Zahlen müssen stets gleichartige Dinge bezeichnen; die dritte Zahl oder Größe ist von anderer Art; mit ihr stimmt die zu suchende 4te Zahl überein. Von den drei Zahlen, welche in einer solchen Aufgabe vorkommen, bilden alle Mal zwei die Bedingung; die dritte, die mit der zu suchenden unbekannten Zahl von gleicher Art ist, heißt die Frage.

Soll nun aus dem Werthe einer Einheit eines Gegenstandes eine bestimmt angegebene Anzahl gleichartiger (nicht alle Mal gleichnamiger) Gegenstände berechnet werden, so geschieht dieß mittelst der Multiplikation; soll man aber aus dem Werth einer bestimmt angegebenen Anzahl von Gegenständen die Einheit eines gleichartigen Gegenstandes berechnen, so ist dabei die Division anzuwenden.

3. Durch diese Rechnungsarten können berechnet werden:

a) Der Preis für eine bestimmte Waare und die für bestimmte Preise;

b) Das Arbeitslohn für eine gemessene, gezählte und gewogene Arbeit und für eine gewisse Anzahl Arbeiter, und umgekehrt der für ein angenommenes Arbeitslohn möglichen Arbeit;

c) Das Fuhrlohn für eine gewisse Last und umgekehrt die Last für ein gewisses Fuhrlohn;

d) Das Fuhrlohn für eine gewisse Weite und umgekehrt die Weite für das Fuhrlohn;

e) Das Reisegeld nach der Weite des Weges oder nach der Zeit u. s. w. und die Weite des Weges aus der Zeit oder aus dem Reisegelde;

f) Miethe, Abgaben, Unkosten des Ertrags für gewisse Ländereien und andere mess- und zählbare Größen und die Größen aus der Miethe, den Abgaben, dem Ertrage u. s. w.;

g) Die Miethe auf eine gewisse Zeit, die Abgaben für gewisse Zeiten, die Unterhaltungskosten für bestimmte Zeiten;

h) Die Schwere von Körpern und die Größe gewisser Körper aus ihrer Schwere; u. s. w.

Eine solche zusammenfassende Uebersicht scheint uns besonders für Seminaristen von großer Wichtigkeit. Wir wollten dieß hiemit andeuten, und überlassen es dem L., wie er seine Schüler noch zur Entwicklung des Verfahrens bei jeder Rechnungsart veranlassen will.

Siebente Hauptübung.

Erweiterung der Multiplikazion und Division zur Dreisatz-Rechnung oder Regeldetri.

I. Mündlich.

§. 157.

Entwicklung des Begriffs dieser Rechnung.

Gesetzt, es hätte Jemand bei einem Kaufmann zwölf Ellen Seidenzeug gekauft und dafür 16 Thlr. 12 Sgr. gezahlt; nachträglich wolle man von demselben Zeuge noch acht Ellen kaufen. Um zu berechnen, wie viel man für diese acht Ellen zu bezahlen habe, uns

tersucht man zuerst, wie viel eine Elle von jenen 12 Ellen kostet; sie kostet nämlich den 12ten Theil von 16 Thlr. 12 Sgr. oder 1 Thlr. 11 Sgr. Acht Ellen werden also 8 Mal 1 Thlr. 11 Sgr. kosten, = 10 Thlr. 28 Sgr. — Wir haben bei der Berechnung dieser Aufgabe sowohl die Division als auch die Multiplikation angewendet. — Aufgaben dieser Art, welche im gemeinen Leben nicht selten vorkommen, unterscheiden sich von jenen dadurch, daß hier aus einer Anzahl Gegenstände eine andere Anzahl Gegenstände derselben Art berechnet werden.

Betrachten wir obige Aufgabe mit dem Fazit etwas näher, so finden wir, daß darin zwei Paar gleichartige Größen vorkommen, nämlich zwölf Ellen und acht Ellen, ferner 16 Thlr. 12 Sgr. und 10 Thlr. 28 Sgr. Drei dieser Größen, die man Glieder nennt, waren gegeben, die vierte Größe oder das vierte Glied wurde aus den drei andern durch Berechnung gefunden. Von den drei gegebenen Gliedern bezeichnen zwei derselben gleichartige Gegenstände; das vierte zu suchende Glied muß mit dem dritten der Aufgabe in der Gleichartigkeit übereinstimmen. „Die Rechnung, welche lehrt, wie aus drei gegebenen Gliedern das vierte zu finden ist, heißt die einfache Dreisatz-Rechnung oder Regeldetri. Das Glied, womit gefragt wird, heißt das Frageglied, die beiden andern Glieder bilden die Bedingung (oder Angabe), unter welcher die Frage zu berechnen ist, und heißen Bedingungslieder. Bei Berechnung einer Regeldetri-Aufgabe reicht die Multiplikation oder Division allein nicht hin; sondern es müssen beide Rechnungsarten mit einander verbunden angewendet werden. Wie dabei verfahren werden könne, geht aus der Berechnung der obigen Aufgabe hervor. „Man dividirt nämlich die ungleichartige Größe der gegebenen drei Glieder mit demjenigen Gliede der Angabe oder Bedingung, welches mit dem Fragegliede von gleicher Art ist, und multipliziert den Quotus mit dem dritten oder Fragegliede; das Pro-

bucht gibt das gesuchte Glied und ist mit dem dividirten Gliede von gleicher Art.“

Dies ist den Schülern nicht etwa zu doziren; der Lehrer entwickelt es vielmehr fragweise, indem er sich ganz dabei an das gegebene Beispiel hält. Wir machen es so:

Wer von euch berechnet folgende Aufgabe: Was kostet 1 Elle, wenn 12 Ellen 16 Thlr. 12 Sgr. kosten? (Antw.: 1 Thlr. 11 Sgr.)

Wie habt ihr das gefunden? (Wir dividirten 16 Thlr. 12 Sgr. mit 12.)

Warum thatet ihr das? (Weil 1 Elle der 12te Theil von 12 Ellen ist.)

Da ihr nun den Preis von 1 Elle wißt, so könnt ihr auch berechnen, wie viel 8 Ellen kosten würden. (8 Mal 1 Thlr. 11 Sgr. = 10 Thlr. 20 Sgr.)

Welche Rechnungsart habt ihr hier angewendet? (Die Multiplikation.)

Warum? (Weil 8 Ellen 8 Mal so viel sind als 1 Elle.)

Wenn euch Jemand die Aufgabe so stellt: 12 Ellen kosten 16 Thlr. 12 Sgr.; wie theuer sind 8 Ellen? Wie würdet ihr die Berechnung machen? (Wir würden zuerst den Preis 1 Elle aussuchen und diesen dann 8 Mal nehmen.)

In wie viel Aufgaben würdet ihr euch also die Aufgabe zerlegen? (In zwei.)

Durch welche Rechnungsarten würdet ihr zum Ziele kommen? (Durch die Division und Multiplikation.)

Welche würdet ihr zuerst anwenden? (Die Division.)

Aus wie viel Theilen besteht die Aufgabe mit der Beantwortung? (Aus 4.)

Wie heißen sie? (Wenn (a) 12 Ellen (b) 16 Thlr. 12 Sgr. kosten, so kosten (c) 8 Ellen (d) 10 Thlr. 20 Sgr.)

Wir wollen diese Zahlen Glieder nennen. Also wie viel Glieder kommen darin vor? Welche Glieder sind gleichartig? (12 Ellen und 8 Ellen; dann 16 Thlr. 12 Sgr. und 10 Thlr. 20 Sgr.)

Welches von diesen Gliedern wurde gesucht und gefunden? (10 Thlr. 20 Sgr.)

Mit welchem Gliede der Aufgabe ist dieses von gleicher Art? (Antw.: Mit dem Preise 16 Thlr. 12 Sgr.)

Wovon sind 16 Thlr. 12 Sgr. der Preis? (Von 12 Ellen.)

Kann der Preis von 8 Ellen gefunden werden, ohne den Preis von 12 Ellen zu wissen? (Nein.)

Wie nennen wir desshalb die beiden Glieder 12 Ellen kosten 16 Thlr. 12 Sgr.? (Die Bedingung oder die Angabe.)

Sind diese Glieder gleichartig? (Nein.)

Wovon sollte der Preis gesucht werden? (Von 8 Ellen.)

In welcher Sprechform wurde dieß ausgedrückt? (Wie viel kosten 8 Ellen?)

Wie nennt man eine solche Sprechform? (Eine Frage.)

Wir können 8 Ellen das Frageglied nennen.

Woraus besteht demnach unsere Aufgabe? (Aus zwei Bedingungsgliedern und einem Frageglied.)

Wodurch unterscheiden sich diese Glieder von den bei der Multiplikazion und Division vorkommenden der vorigen Übung? (Bei der Multiplikazion war das mit dem Fragegliede übereinstimmende Bedingungsglied 1 und das Frageglied eine Mehrheit; bei der Division war die Frage eine Einheit und das mit ihr übereinstimmende Glied der Bedingung eine Mehrheit. Hier aber sind beide gleichartige Glieder der Aufgabe eine Mehrheit.)

Man nennt eine solche Aufgabe eine Regelbetrie-Aufgabe, weil (s. oben die Erklärung im Sen).

Streng genommen gehören die angewandten Multiplikations- oder Divisionsaufgaben auch zur Regelbetrie. (Warum?)

Wie wird bei der Berechnung einer Regelbetrie-Aufgabe verfahren? (Siehe oben im Paragraphen.)

Worauf gründet sich dieses Verfahren?

§. 158.

Stufengang der Übung.

Die Gegenstände der Berechnung sind hier von so mannigfaltiger Art, wie bei der Multiplikazion und Division. Wir verweisen auf jene Andeutungen, und liefern eine Folge stufenweise geordneter Aufgaben mit Berechnungen, die das Wesen der Rechnung veranschaulichen werden.

a)

a) Die gleichartigen Glieder sind auch gleichnamig.

Beispiele.

1) Vier Ellen Tuch kosten 12 Thlr.; wie theuer sind 20 Ellen?

Antw.: 60 Thlr.; denn wenn 4 Ellen 12 Thlr. kosten, so kostet 1 Elle den 4. Theil von 12 Thlr. = 3 Thlr.; 20 Ellen kosten alsdann 20×3 Thlr. = 60 Thlr.

2) Drei Scheffel kosten 6 Thlr. 21 Sgr.; wie theuer sind 10 Scheffel?

Antw.: 22 Thlr. 17 Sgr.; denn wenn 3 Schfl. 6 Thlr. 21 Sgr. kosten, so kostet 1 Scheffel $\frac{2}{3} \times 6$ Thlr. 21 Sgr. = 2 Thlr. 7 Sgr.; dieß $10 \times$ genommen = 22 Thlr. 10 Sgr.

3) Fünf Arbeiter verdienen 36 Thlr.; wie viel würde an 16 solcher Arbeiter zu zahlen sein?

Antw.: 115 Thlr. 6 Sgr.; denn 1 Arbeiter verdient den 5ten Theil von 36 Thlr. = $7\frac{1}{5}$ Thlr. = 7 Thlr. 6 Sgr.; folglich werden 16 Arbeiter 16×7 Thlr. 6 Sgr. bekommen = 115 Thlr. 6 Sgr.

4) Acht Pferde brauchen in einer gewissen Zeit 25 Schfl. 12 Msh. Hafer; wie viel werden 15 Pferde brauchen?

Antw.: 48 Schfl. $4\frac{1}{2}$ Msh.; 1 Pferd braucht den 8ten Theil von 25 Schfl. 12 Msh. = 3 Schfl. $3\frac{1}{2}$ Msh., folglich sind für 15 Pferde 15×3 Schfl. $3\frac{1}{2}$ Msh. erforderlich = 48 Schfl. $4\frac{1}{2}$ Msh.

5) Für 3 Thlr. erhält Jemand 2 Schfl. 10 Msh.; wie viel für 7 Thlr.?

Antw.: 6 Schfl. 2 Msh.; denn für 1 Thlr. erhält man $\frac{2}{3}$ Mal 2 Schfl. 10 Msh. = 14 Msh.; für 7 Thaler also 7×14 Msh. = 6 Schfl. 2 Msh.

Mehr Aufgaben zur Berechnung liefern: 1) Aufgaben zum Kopfr. 2tes Heft, Seite 88, vorzüglich aber 2) Aufgaben z. Kopfrechnen 3tes Heft, Seite 10, Aufgabe 1 — 17 und 34 — 40.

b) Die gleichartigen Glieder sind ungleichnamig.

Schol; Anweis. Th. II.

Beispiele.

1) Wenn 3 Loth 21 Sgr. kosten, wie theuer sind 2 Pfund dieser Waare?

Antw.: 14 Thlr. 28 Sgr.; denn 1 Loth kostet $\frac{1}{3}$ Mal 21 Sgr. = 7 Sgr.; 1 Pfd. oder 32 Loth also 32 Mal 7 Sgr. = 7 Thlr. 14 Sgr.; 2 Pfd. folglich 2×7 Thlr. 14 Sgr. = 14 Thlr. 28 Sgr.

2) Wenn 2 Pfd. 14 Thlr. 28 Sgr. kosten, wie theuer sind 2 Zentner?

Antw.: 1642 Thlr. 20 Sgr.; denn 1 Pfd. kostet $\frac{1}{2} \times 14$ Thlr. 28 Sgr. = 7 Thlr. 14 Sgr.; 1 Ztr. oder 110 Pfd., 110×7 Thlr. 14 Sgr. = 821 Thlr. 10 Sgr.; 2 Ztr. also 2×821 Thlr. 10 Sgr. = 1642 Thlr. 20 Sgr.

3) Wenn 3 Meßen Mehl 12 Sgr. kosten; wie theuer sind 2 Mltr.?

Antw.: 51 Thlr. 6 Sgr.; denn 1 Meße kostet $\frac{1}{3} \times 12$ Sgr. = 4 Sgr.; 1 Schfl. = 16 Mß., also 16×4 Sgr. = 2 Thlr. 4 Sgr.; 1 Mltr. 12×2 Thlr. 4 Sgr. = 25 Thlr. 18 Sgr.; 2 Mltr. 2×25 Thlr. 18 Sgr. = 51 Thlr. 6 Sgr.

4) Zwei Pfund einer Waare kosten 14 Thlr. 28 Sgr.; wie theuer sind 3 Loth?

Antw.: 21 Sgr.; denn wenn 2 Pfd. 14 Thlr. 28 Sgr. kosten, so kostet 1 Pfd. $\frac{1}{2} \times 14$ Thlr. 28 Sgr. = 7 Thlr. 14 Sgr.; 1 Loth also $\frac{1}{32}$ von 7 Thlr. 14 Sgr. = 7 Sgr., folglich 3 Loth $3 \times 7 = 21$ Sgr.

5) Wenn 2 Zentner einer Waare 1642 Thlr. 20 Sgr. kosten, so muß man für 1 Ztr. 821 Thlr. 10 Sgr. zahlen; für das Pfund $\frac{1}{110} \times 821$ Thlr. 10 Sgr. = 7 Thlr. 14 Sgr.; für 2 Pfd. also 2×7 Thlr. 14 Sgr. = 14 Thlr. 28 Sgr.

6) Wenn für 2 Mltr. Mehl 51 Thlr. 6 Sgr. gezahlt wird, so beträgt's für 3 Mß.?

Antw.: 12 Sgr.; denn 1 Mltr. kostet $\frac{1}{2} \times 51$ Thlr. 6 Sgr. = 25 Thlr. 18 Sgr.; für 1 Schfl. $\frac{1}{16}$ von 25 Thlr. 18 Sgr. = 2 Thlr. 4 Sgr.; für die Meße $\frac{1}{16}$ von 2 Thlr. 4 Sgr. = 4 Sgr.; für 3 Mß. 3×4 Sgr. = 12 Sgr.

7) Wenn man für 6 Egr. 5 Bleistifte kauft, wie viel bekommt man für 2 Thlr. 12 Egr.?

Antw.: 60 Stück; wenn man für 6 Egr. 5 Bleistifte erhält, so muß man für den Thaler (= 5×6 Egr.) 5×5 Bleistifte = 25 Stück erhalten; für 2 Thlr. $2 \times 25 = 50$ Stück; für 12 Egr. 10 Stück, zusammen 60 Stück.

8) Für 12 Thlr. 15 Egr. kauft Jemand 4 Ellen Tuch; wie viel für 20 Egr.?

Antw.: $\frac{7}{2}$ Ellen; 12 Thlr. 15 Egr. = 375 Egr.; für 1 Egr. erhält man $\frac{4}{375}$ Ellen; für 20 Egr. also $20 \times \frac{4}{375}$ Ellen = $\frac{80}{375}$ Ellen = $\frac{16}{75}$ Ellen.

9) Für 3 Thlr. 10 Egr. erhält man 5 Schfl. Hafer; wie viel für 10 Thlr. 20 Egr.?

Antw.: 16 Schfl.; denn 3 Thlr. 10 Egr. = 100 Egr.; für 1 Egr. erhält man $\frac{5}{100}$ von 5 Schfl. = $\frac{1}{20}$ Schfl. = $\frac{1}{20}$ Schfl.; 10 Thlr. 20 Egr. = 320 Egr.; für 320 Egr. muß man $320 \times \frac{1}{20}$ Schfl. = $\frac{320}{20}$ = 16 Schfl. bekommen.

10) Wenn 1 Pfd. 3 Loth 25 Egr. 8 Pf. kosten, wie theuer sind 4 Pfd.?

Antw.: 3 Thlr. 3 Egr. 10 $\frac{1}{2}$ Pf.; denn 1 Pfd. 3 Loth = 35 Loth; 25 Egr. 8 Pf. = 308 Pf.; $\frac{1}{35}$ von 308 Pf. = 8 $\frac{1}{2}$ Pf.; 1 Pfd. oder 32 Loth kosten $32 \times 8\frac{1}{2}$ Pf. = 23 Egr. 5 $\frac{1}{2}$ Pf.; 4 Pfd. kosten 4 Mal so viel = 3 Thlr. 3 Egr. 10 $\frac{1}{2}$ Pf.

11) 15 Loth kosten 28 Egr.; wie theuer sind 1 Stein 3 Pfund 4 Loth 3 Qtch.?

Antw.: 50 Thlr. 2 Egr. 2 $\frac{1}{2}$ Pf.; denn kosten 15 Loth 28 Egr., so kostet 1 Loth $\frac{28}{15}$ von 28 Egr. = $1\frac{1}{3}$ Egr.; 1 Quentchen kostet dann $\frac{1}{4}$ von 1 Egr. = 3 Pf., $\frac{1}{4}$ von $1\frac{1}{3}$ Egr. = $\frac{1}{3}$ Egr. = 2 $\frac{1}{2}$ Pf., zusammen 5 $\frac{1}{2}$ Pf. (das Quentchen); kostet 1 Qtch. 5 $\frac{1}{2}$ Pf., so macht's für 3 Qtch. = $3 \times 5\frac{1}{2}$ Pf. = 1 Egr. 4 $\frac{1}{2}$ Pf.; kostet 1 Qtch. 5 $\frac{1}{2}$ Pf., so beträgt's für 1 Loth $4 \times 5\frac{1}{2}$ Pf. = 1 Egr. 10 $\frac{1}{2}$ Pf.; für 4 Loth also 4×1 Egr. 10 $\frac{1}{2}$ Pf. = 7 Egr. 5 $\frac{1}{2}$ Pf. — Vier Loth 3 Qtch. kosten 8 Egr. 10 $\frac{1}{2}$ Pf. — Kostet 1 Loth

1 Egr. $10\frac{1}{2}$ Pf., so muß man für das Pfund oder 32 Loth 32×1 Egr. = 1 Thlr. 2 Egr. $+ 32 \times 10\frac{1}{2}$ Pf. = 27 Egr. $8\frac{1}{2}$ Pf. zahlen, zusammen also 1 Thlr. 29 Egr. $8\frac{1}{2}$ Pf.; 3 Pfund kosten 3×1 Thlr. 29 Egr. $8\frac{1}{2}$ Pf. = 5 Thlr. 29 Egr. $2\frac{1}{2}$ Pf. Dazu kommen jene 8 Egr. $10\frac{1}{2}$ Pf. = 6 Thlr. 8 Egr. $\frac{1}{4}$ Pf. — Zahlt man für 1 Pfd. 1 Thlr. 29 Egr. $8\frac{1}{2}$ Pf., so macht's für 1 Stein = 22 Pfund 22 Mal so viel = 43 Thlr. 24 Egr. $1\frac{1}{2}$ Pf., zusammen also 50 Thlr. 2 Egr. $2\frac{1}{2}$ Pf.

Aufgaben, wie die letzte, gehören eigentlich nicht für's Kopfrechnen, oder der Lehrer erlaubt den Schülern, die Ziffer dabei zu Hülfe zu nehmen.

c) Die gleichartigen Glieder wechseln mit einander in ihren Verrichtungen.

In den bisherigen Aufgaben hatte das Frageglied die Bestimmung, daß es die ungleichartige GröÙe, nachdem diese durch das erste gleichartige Glied dividirt worden war, multiplizierte. Anders ist die Verrichtung beider gleichartigen Glieder in Aufgaben, wie folgende:

1) Fünf Menschen reichen mit einem Vorrath von Lebensmitteln 8 Tage; wie lange würden a) 8 Menschen, b) 4 Menschen damit reichen?

Berechnung. Die gleichartigen Glieder dieser Aufgabe sind 5 Menschen und 8 Menschen, wovon das letzte das Frageglied ist. Da acht Menschen mehr brauchen als fünf, so werden jene auch nicht 8 Tage mit dem Vorrathe reichen. Hätte nur einer den Vorrath zu verzehren, so würde er 5 Mal so lange reichen, nämlich 5×8 Tage oder 40 Tage; da aber gefragt wird, wie lange acht Menschen damit reichen werden, so muß man den 8ten Theil von 40 Tagen nehmen, = 5 Tage; folglich reichen 8 Menschen nur 5 Tage mit einem Vorrathe von Lebensmitteln, wovon 5 Menschen 8 Tage zehren konnten. — Vier Menschen würden den 4. Theil von 40 Tagen = 10 Tage reichen.

2) Drei Nähterinnen beendigen eine Arbeit in 10 Tagen; wie lange würden 5 Nähterinnen zu thun haben?

Berechnung. Da drei Nähterinnen mehr thun können als eine, so würde eine 3 Mal 10 Tage = 30 Tage brauchen; braucht dazu eine Nähterin 30 Tage, so werden fünf derselben nur den $\frac{2}{3}$ von 30 Tagen = 6 Tage nöthig haben. Zwei dagegen würden erst in 15 Tagen damit fertig sein.

3) Zehn Wagen beenden ihre Schuttfuhren in 12 Tagen; wie vieler Wagen bedarf man, um diese Arbeit in 10 Tagen fertig zu machen?

Berechnung. Wenn die Arbeit in einem Tage beendigt werden sollte, anstatt in 12 Tagen, so würden 12 Mal 10 Wagen = 120 Wagen nöthig sein; da man aber 10 Tage dazu Zeit hat, so sind nur der 10te Theil von 120 Wagen = 12 Wagen erforderlich.

4) Wie weit wird man 10 Zentner für die gleiche Fracht fahren, wofür man 15 Zentner 20 Meilen weit fährt?

Berechnung. Da man 15 Ztr. 20 Meilen weit fährt, so würde man 1 Ztr. 15 Mal so weit oder 15×20 Meil. = 300 Meil. fahren; 10 Ztr. aber nur $\frac{2}{3} \times$ so weit = 30 Meil.

5) Wie viel Zentner werden 30 Meilen weit gefahren für das gleiche Geld, wofür man 5 Zentner 12 Meilen weit fährt?

Berechnung. Wenn 5 Ztr. 12 Meilen weit gefahren werden, so kann man auf eine Meile 12 Mal 5 Ztr. = 60 Ztr. laden, auf 30 Meilen aber nur $\frac{2}{3} \times 60$ Ztr. = 2 Ztr.

6) Wenn der Bäcker ein Scheffel Mehl 2 Thlr. kostet, so bäckt er Zweigroschenbrote von 30 Loth. Wie schwer wird ein solches Brot sein, wenn der Scheffel Mehl 3 Thlr. kostet?

Berechnung. Wenn der Scheffel 2 Thlr. kostete, so würde das Zweigroschenbrot 2×30 Loth = 60 Loth wiegen müssen; da aber der Scheffel 3 Thlr. kostet, so wird ein solches Brot nur $\frac{2}{3}$ Mal 60 Loth = 20 Loth wiegen.

7) Wenn der Scheffel Mehl 3 Thlr. kostet, so bezahlt man für ein Brot von 20 Loth drei Silbergrößen; später muß man für ein eben so schweres Brot $3\frac{1}{2}$ Sgr. zahlen; wie theuer ist nun der Scheffel?

Berechnung. Kostete ein 20 Loth schweres Brot

nur einen Sgr., so könnte der Scheffel auch nur den 3ten Theil von 3 Thlr. = 1 Thlr. kosten; kostet es dagegen $3\frac{1}{2}$ Sgr., so muß der Scheffel $3\frac{1}{2} \times 1$ Thlr. = $3\frac{1}{2}$ Thlr. kosten.
(Worin weicht diese Rechnung von der vorigen ab?)

8) Wenn der Scheffel 2 Thlr. kostet, so wiegt ein Zweigroschenbrot 1 Pfd. 5 Loth; später wog ein Brot von gleichem Preise 30 Loth; wie theuer ist der Scheffel Mehl nun?

Berechnung. 1 Pfd. 5 Loth = 37 Loth; möge ein Zweigroschenbrot nur 1 Loth, so müßte 1 Scheffel 37×2 Thlr. = 74 Thlr. kosten; da es 30 Loth wiegt, so kann er nur $\frac{1}{3}$ Mal 70 Thlr. = $2\frac{2}{3}$ Thlr. kosten.

9) 30 Menschen reichen mit 20 Scheffel Mehl eine bestimmte Zeit; wie viel Mann werden auskommen, wenn die Porzion eines jeden nur $\frac{1}{4}$ Mal so groß ist?

Berechnung. Wäre die Porzion nur $\frac{1}{4}$ Mal so groß, so könnten 4×30 Menschen = 120 Menschen damit ausreichen; da sie aber $\frac{1}{4}$ Mal so groß ist, so können auch nur der 3. Theil von 120 Menschen = 40 Menschen mit 20 Schfl. auskommen.

10) 30 Menschen reichen mit 8 Schfl. eine bestimmte Zeit; wie viel Mal größer würde jede Porzion sein können, wenn 20 Personen in derselben Zeit so viel verzehren dürften?

Berechnung. Wenn nur ein Mensch dazu wäre, so könnte die Porzion 30 Mal so groß sein; da aber 20 Personen dazu sind, so kommt auf 1 Person $\frac{1}{20} \times 30$ Porzionen = $1\frac{1}{2}$ Porzion.

Bei Berechnungen, wie die letzten zehn, verhalten sich die Schlußfolgen: „Je mehr, desto mehr, oder je weniger, desto weniger“ in die: „Je mehr, desto weniger, oder je weniger, desto mehr“. Dieß ist der Fall, wenn sich aufeinander beziehen:

- 1) die Anzahl der Arbeiter und die Zeitdauer der Arbeit;
- 2) die Geschwindigkeit und die Zeit, in welcher etwas verrichtet wird;

- 3) die Anzahl verzehrender Kräfte und die Zeitdauer der Vorräthe;
- 4) die Anzahl verzehrender Kräfte und die Größe der für sie von einem bestimmten Vorrath auszutheilenden Porzionen;
- 5) die Zeitdauer der Vorräthe und die Größe der davon auszutheilenden Porzionen;
- 6) das Gewicht des Brotes und die Unkosten des Bäckers, oder der Preis des Getreides;
- 7) die Größe der Fracht und die Länge des Weges u. s. w.

u. s. w. u. s. w.

Diese Sätze stehen nur für den Lehrer hier; für die Fassungskraft der Elementarschüler möchten sie noch zu schwer sein. Daß man diese Berechnungen gewöhnlich die „umgekehrte Regel detri“ nennt, ist bekannt. Wir überlassen es dem Lehrer, ob er seinen Schülern die Benennung oder überhaupt die Eintheilung der Regel detri in die gerade und umgekehrte schon auf dieser Stufe mittheilen will oder nicht. Wir thun es nicht, weil der denkende Schüler ihrer nicht bedarf und dem gedankenlosen oder denkfaulen keinen hinreichenden Anhaltungspunkt gewährt.

Aufgaben zur Berechnung findet der Lehrer zwar nicht im 2ten, aber im 3ten Heft des Kopfrechnens.

§. 159.

Andere Berechnungen der Regel detri - Aufgaben.

a) Ein nicht ungewöhnliches Verfahren bei Berechnungen der Regel detri - Aufgaben besteht darin, daß man zuerst die ungleichartige Größe der Aufgabe mit dem Fragegliede multipliziert und das Produkt mit dem mit ihm übereinstimmenden andern Gliede der Verbindung dividirt.

Beispiele.

- 1) Wenn 3 Pfund 25 Sgr. kosten, wie theuer sind 5 Pfund?

Antw.: 1 Thlr. $11\frac{2}{3}$ Sgr.; denn nehmen wir an, daß nicht 3 Pfund, sondern ein Pfund 25 Sgr. kostete,

so würden 5 Pfund 5 Mal 25 Sgr. = 4 Thlr. 5 Sgr. kosten. Da aber auf diese Weise eine drei Mal zu große Summe kommt, so muß von den 4 Thlr. 5 Sgr. der 3te Theil aufgesucht werden, = 1 Thlr. $11\frac{1}{3}$ Sgr.

2) Wenn 6 Arbeiter 15 Thlr. 20 Sgr. Arbeitslohn zu erhalten haben; wie viel werden 10 gleich starke Arbeiter bekommen müssen?

Antw.: 26 Thlr. $3\frac{1}{3}$ Sgr.; denn bekäme 1 Arbeiter 15 Thlr. 20 Sgr., so würden 10 Arbeiter 10×15 Thlr. 20 Sgr. = 156 Thlr. 20 Sgr. erhalten müssen. Dieß wäre jedoch 6 Mal zu viel, folglich theilen wir die Summe in 6 gleiche Theile, = 26 Thlr. $3\frac{1}{3}$ Sgr.

3) Wie theuer sind 2 Pfd., wenn 3 Loth 10 Sgr. kosten?

Antw.: 7 Thlr. $3\frac{1}{3}$ Sgr.; denn kostete 1 Loth 10 Sgr., so würde das Pfund (32 Loth) 32×10 Sgr. = 10 Thlr. 20 Sgr. kosten; 2 Pfd. also 21 Thlr. 10 Sgr. Da jedoch 3 Loth 10 Sgr. kosten, so muß man den 3ten Theil von 21 Thlr. 10 Sgr. nehmen = 7 Thlr. $3\frac{1}{3}$ Sgr.

Dieses Verfahren wird gewöhnlich beim Zifferrechnen angewendet, das von hier an eintreten kann.

Die Aufgaben mit umgekehrter Schlussfolge können auch auf ähnliche Weise berechnet werden.

Beispiele.

4) Wenn 5 Menschen mit Lebensmitteln 8 Tage reichen, so werden 4 Menschen 10 Tage reichen;

denn reichte 1 Mensch 8 Tage, so würden 4 Menschen (welche mehr verzehren als einer) $\frac{1}{4} \times 8$ Tage = 2 Tage, dieß 5 Mal genommen (weil nicht 1 M., sondern 5 M. 8 T. reichten) = 10 Tage.

5) Wenn drei Nähterinnen eine Arbeit in 10 Tagen beendigen, so werden 5 Nähterinnen 6 Tage nöthig haben;

denn wenn 1 Nähterin 10 Tage braucht, so werden 5

Nähterinnen (die mehr arbeiten können) $\frac{7}{3} \times 10$
 $\text{L.} = 2 \text{ L.}$ brauchen. Dieß 3 Mal genommen (weil
 nicht eine N., sondern drei N. 10 Tage brau-
 chen).

b) Fassen wir bei der Berechnung zunächst die beiden
 gleichartigen Größen vergleichungsweise auf,
 d. h., sehen wir, um wie viel Mal das Frageglied größ-
 ser oder kleiner ist, als das mit ihm gleichartige Glied
 der Angabe oder Bedingung; so gestaltet sich eine ande-
 re Berechnung, die ebenfalls allgemein anwendbar ist.

Beispiele.

6) 4 Ellen kosten 12 Thaler; wie hoch kommen 20
 Ellen?

Berechnung: Von den beiden gleichartigen Glie-
 dern (4 Ellen und 20 Ellen) ist das Frageglied 20
 Ellen, 5 Mal so groß als 4 Ellen; folglich kosten
 20 Ellen 5 Mal 12 Thlr. = 60 Thlr.

7) Wenn 3 Pfund 25 Sgr. kosten, wie theuer sind
 alsdann 5 Pfund?

Antw.: 1 Thlr. $11\frac{2}{3}$ Sgr.; denn 5 Pfd. sind $1\frac{2}{3}$ Mal
 so viel als 3 Pfund; folglich kosten sie auch $1\frac{2}{3} \times$
 25 Sgr. = 1 Thlr. $11\frac{2}{3}$ Sgr.

8) Wenn 15 Schfl. Weizen 30 Thlr. 21 Sgr. ko-
 sten; wie viel muß man für 10 Schfl. zahlen?

Antw.: 20 Thlr. 14 Sgr.; denn 10 Schfl. = $\frac{2}{3}$ Mal
 so viel als 15 Schfl.: folglich zahlt man $\frac{2}{3}$ Mal 30
 Thlr. 21 Sgr. = 20 Thlr. 14 Sgr.

9) Mit 12 Thlr. reicht Jemand in der Haushaltung
 3 Wochen aus; wie lange konnte man mit 8 Thlr. 16
 Sgr. reichen?

Antw.: $2\frac{2}{3}$ Wochen; denn 12 Thlr. = 360 Sgr., 8
 Thlr. 16 Sgr. = 256 Sgr.; 256 Sgr. sind $\frac{2}{3}$ Mal
 so viel als 360 Sgr.: folglich reicht man mit 8 Thlr.
 16 Sgr. $\frac{2}{3}$ Mal 3 Wochen = $\frac{2}{3} \text{ W.} = 2\frac{2}{3} \text{ W.}$

10) Für 8 Stück Hemden zahlt man 17 Thlr. 24
 Sgr.; wie viel für 3 Duzend?

Antw.: 80 Thlr. 3 Sgr.; 3 Duzend = 36 Stück, und
 diese sind $4\frac{2}{3}$ Mal so viel als 8 Stück; folglich

muß man $4\frac{1}{2}$ Mal 17 Thlr. 24 Sgr. geben, = 80 Thlr. 3 Sgr.

11) Wenn 8 Personen mit einer Summe Geldes 20 Wochen reichen, wie lange reichen damit 12 Personen?

Antw.: $13\frac{1}{3}$ Woche; denn da 12 Personen mehr brauchen als acht, so werden sie auch nicht so lange ausreichen: nämlich nur $\frac{2}{3}$ Mal 20 Wochen = $13\frac{1}{3}$ Woche. Oder 12 Personen sind um $\frac{1}{3}$ Mal mehr als 8 Personen ($8 = 2 \times 4$ u. $12 = 3 \times 4$); folglich muß man den 3. Theil von 20 Wochen abziehen = $6\frac{2}{3}$ Wochen; $6\frac{2}{3}$ W. von 20 W. = $13\frac{1}{3}$ W.

c) Bisweilen können die gleichartigen Glieder und die Glieder der Angänge vor der Berechnung verkleinert werden, wodurch die Arbeit erleichtert wird.

Beispiele.

12) 20 Pfd. einer Waare kosten 12 Thlr. 24 Sgr.; wie theuer sind 25 Pfd.?

Antw.: 16 Thlr.; 20 Pfd. und 25 Pfd. können durch 5 verkleinert werden, gibt 4 Pfd. und 5 Pfd. Davon können 4 Pfd. gegen 12 Thlr. 24 Sgr. gehobelt werden, = 1 Pfd. u. 3 Thlr. 6 Sgr.; diese nimmt man 5 Mal, gibt 16 Thlr.

Der Lehrer wird nicht unterlassen, seine Schüler auf diese Berechnungen aufmerksam zu machen und sie darin tüchtig zu üben. Im 3. Theile dieser Anweisung tritt noch eine hinzu, nämlich die Berechnung durch Gleichungen oder Proportionen, die mehr der Wissenschaft angehört.

II. Schriftlich.

§. 160.

Darstellung und Berechnung der Regeldetri durch Ziffern.

Wir haben im vorigen Paragraphen schon das gewöhnliche Verfahren beim Zifferrechnen der Regeldetri angedeutet. Die Hauptregel ist:

„Multiplizire die ungleichartige Größe mit dem Fragegliede, und dividire das

Produkt mit dem andern gleichartigen Gliede der Angabe; der Quotus ist das verlangte 4te Glied.“

Der Grund dieses Verfahrens ergibt sich aus der mündlichen Berechnung und aus der Auseinandersetzung folgender Beispiele.

1) 16 Ztr. Wolle kosten 1024 Thlr.; wie theuer sind 72 Ztr. derselben Wolle?

Berechnungen.

a) 16 Ztr. = 1024 Thlr.; 72 Ztr.

$$\begin{array}{r} 72 \\ \hline 2048 \\ 7168 \end{array}$$

16 | 73728 Thlr. = 4608 Thlr.

Erkl. Man nimmt an: ein Ztr. koste 1024 Thlr., folglich würden 72 Ztr. 72 Mal so viel kosten; daher die Multiplikation der 1024 Thlr. durch 72. Da aber auf diese Weise ein 16 Mal zu großer Preis kommt (weil nicht ein, sondern 16 Ztr. 1024 Thlr. kosten), so dividirt man 73728 Thlr. durch 16, und erhält den richtigen Quotus 4608 Thlr., als Preis der 72 Ztr.

b) 16 Ztr. = 1024 Thlr.; 72 Ztr.

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 1024} \\ \underline{64} \\ 4608 \end{array}$$

Erkl. Hier hat man 1024 Thlr. zuerst durch 16 dividirt, um den Preis eines Zentners zu erfahren, = 64 Thlr., welche Summe alsdann mit 72 multipliziert wurde, um deren Preis zu finden.

c) 16 Ztr. = 1024 Thlr.; 72 Ztr.

$$\begin{array}{r} 2 \quad 9 \\ \hline 512 \\ \hline 4608 \end{array}$$

Erkl. Hier wurden 16 Ztr. und 72 Ztr. durch 8 verkleinert, = 2 Ztr. und 9 Ztr.; ferner 2 Ztr. und 1024 Thlr., gibt 1 und 512 Thlr., d. h. 1 Ztr. kostet 512 Thlr., folglich 9 Ztr. 9 × 512 Thlr.: daher die Multiplikation mit 9.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{d) ? Thlr.} & = & 72 \text{ Str.} \\
 18 \text{ Str.} & = & 1024 \text{ Thlr.} \\
 2 & & 9 \\
 \hline
 & & 512 \\
 \hline
 & & 4608 \text{ Thlr.}
 \end{array}$$

Erkl. Nachdem der Kettenatz gemacht war, wurde gegenseitig gekürzt, wie bei der vorigen Aufgabe, und dann wie bekannt gerechnet.

2) 36 Wspl. Roggen kosten 40 Thlr. 16 Ggr.; wie theuer sind 248 Wspl.?

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{a) 36 Schfl.} & = & 40 \text{ Thlr. 16 Ggr.; 248 Schfl.} \\
 & & 10085 \text{ Thlr. 8 Ggr.}^{(248)} \\
 36) & & 280 \text{ Thlr. 3 Ggr. } 6\frac{2}{3} \text{ Pf.}
 \end{array}$$

Erkl. Wenn 1 Scheffel 40 Thlr. 16 Ggr. kostete, so würden 248 Schfl. 248 Mal 40 Thlr. 16 Ggr. = 10085 Thlr. 8 Ggr. kosten, d. h. die Multiplikazion; man nimmt erst 16 Ggr. 248 Mal, = 165 Thlr. 8 Ggr.; dann 40 Thlr. 248 Mal, = 10085 Thlr. mit den dazu gezählten 165 Thlrn. Hierauf wurde dieses Produkt auf die bekannte Weise durch 36 dividirt, = 280 Thlr. 3 Ggr. $6\frac{2}{3}$ Pf.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{b) 36 Schfl.} & = & 40 \text{ Thlr. 16 Ggr.; 248 Schfl.} \\
 36) & & 1 \text{ Thlr. 3 Ggr. } 1\frac{1}{3} \text{ Pf.}^{(248)} \\
 & & 280 \text{ Thlr. 3 Ggr. } 6\frac{2}{3} \text{ Pf.}
 \end{array}$$

Erkl. Hier wurde zuerst der 36ste Theil von 40 Thlr. 16 Ggr. gesucht, = 1 Thlr. 3 Ggr. $1\frac{1}{3}$ Pf., als Preis eines Scheffels, den man 248 Mal nimmt u. s. w.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{c) 36 Schfl.} & = & 40 \text{ Thlr. 16 Ggr.; 248 Schfl.} \\
 9 & & 4 \text{ Thlr. } 12\frac{2}{3} \text{ Ggr.}^{(62)} \\
 & & 280 \text{ Thlr. } 3\frac{1}{3} \text{ Ggr.} = 6\frac{2}{3} \text{ Pf.}
 \end{array}$$

Erkl. 36 Schfl. und 248 Schfl. wurden gegenseitig durch 4 gekleinert, = 9 Schfl. und 62 Schfl.; hierauf wurde der Preis von 1 Schfl. berechnet, = 4 Thlr. $12\frac{2}{3}$ Ggr.; diese 62 $\times$ genommen = 280 Thlr. $3\frac{1}{3}$ Ggr.

d) ? Thlr. = 248 Schfl.

38 Schfl. = (40 Thlr. 16 Egr.)

976 Egr.

24 Egr. = 1 Thlr.

Ansatz und Berechnung ist bekannt genug.

9 62

12 488

3 122

27 | 7564 Thlr. = 280 Thlr. 3 $\frac{5}{9}$ Egr.

$\frac{4}{27}$ Thlr. = 3 $\frac{5}{9}$ Egr.

3) 86 Pfd. einer Waare kosten 34 Thlr. 12 Egr.;
8 Ztr. 50 Pfd.

Ansatz und Berechnung.

86 Pfd. = 34 Thlr. 12 Egr.; 8 Ztr. 50 Pfd.

43 $\frac{15996 \text{ Thlr.}}{43} = 372 \text{ Thlr.}$ $\frac{930 \text{ Pfd.}}{465}$

Erkl. Die gleichartigen ungleichnamigen Glieder wurden gleichnamig gemacht, zu Pfunden; dann kürzten wir beide durch 2, = 43 Pfd. und 465 Pfd.; 34 Thlr. 12 Egr. multipliziert = 15996 Thlr.; dieses Produkt dividirt durch 43 = 372 Thlr.

Die anderen Darstellungen lassen wir weg.

4) Für 50 Thlr. erhält Jemand 120 Schfl. 12 Mk.;
wie viel für 450 Thlr.

Ansatz und Berechnung.

50 Thlr. = 120 Schfl. 12 Mk.; 450 Thlr.

1 $\frac{1086 \text{ Schfl. 12 Mk.}}{9}$

Erkl. 50 Thlr. und 450 Thlr. gekürzt durch 10 = 5 Thlr. und 45 Thlr.; diese wieder durch 5 gekürzt, = 1 Thlr. und 9 Thlr.; nun 120 Schfl. 12 Mk. 9 $\times$ genommen, = 1086 Schfl. 12 Mk.

5) 42 Arbeiter vollenden ein Werk in 150 Tagen;
wie lange würden 36 Arbeiter zu thun haben.

Berechnung.

Diese Aufgabe erfordert besondere Ueberlegung, nach der Schlussfolge: „Je weniger, desto mehr“.

$$\begin{array}{r} 42 \text{ Arbeiter} = 150 \text{ Tage;} \quad 36 \text{ Arbeiter} \\ 7 \qquad \qquad \qquad \frac{1050}{7} \quad 6 \\ 6) \quad 175 \text{ Tage} \end{array}$$

Erstl. Ein Arbeiter würde, da er weniger macht, 7×150 Tage brauchen, = 1050 Tage; 6 Arbeiter aber brauchen nur den 6. Theil von 1050 Tagen, = 175 Tage.

Nach dem Kettenansatz:

$$\begin{array}{r} ? \text{ Tage} \qquad \qquad \qquad = 1 \text{ Arb. (von 36 Arbeitern)} \\ 36 \text{ Arb.} \qquad \qquad \qquad = 42 \text{ Arb.} \\ 1 \text{ Arb. (v. 42 Arb.)} = 180 \text{ Tage} \\ 6 \qquad \qquad \qquad 7 \\ 3 \qquad \qquad \qquad 75 \\ \hline 3 \qquad \qquad \qquad | \quad 525 = 175 \text{ Tage.} \end{array}$$

Erstl. Bei Aufgaben der Art ist der Kettenansatz etwas abweichend. Man liest: Wie viel Tage arbeitet 1 Arbeiter von 36 Arbeitern, wenn 36 Arb. = 42 Arb., und 1 Arb. von 42 Arb. 150 Tage arbeitet. Auf diese Weise kommen die Zahlen der umgekehrt auf einander wirkenden Glieder so zu stehen, wie sie in der Berechnung stehen müssen.

6) 42 Arbeiter vollenden ein Werk in 150 Tagen; wie viel Arbeiter sind erforderlich, um es in 180 Tagen zu beendigen.

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r} 180 \text{ Tagen} = 42 \text{ Arbeiter;} \quad 150 \text{ Tagen} \\ 5 \qquad \qquad \qquad \frac{210}{5} \quad 6 \\ 6) \quad 35 \text{ Arbeiter.} \end{array}$$

Erstl. 150 Tage und 180 Tage wurden gekürzt, = 5 Tage und 6 Tage. Sollte das Werk in 1 Tage fertig werden, so wären 5×42 Arbeiter = 210 Arb. erforderlich; da es aber erst in 6 Tagen vollendet zu werden braucht, so sind dazu $\frac{1}{6}$ Mal so viel Arbeiter = 35 Arbeiter nöthig.

Nach dem Kettenansatz:

$$\begin{array}{r} ? \text{ Arbeiter} \qquad \qquad \qquad = 1 \text{ Tag (von 180 T.)} \\ 180 \text{ Tage} \qquad \qquad \qquad = 150 \text{ Tage} \\ 1 \text{ T. (von 150 T.)} = 42 \text{ Arbeiter} \\ 6 \qquad \qquad \qquad 5 \\ \qquad \qquad \qquad 7 \\ \hline 35 \text{ Arbeiter.} \end{array}$$

Hiernach wird man wohl alle andern Beispiele der Art zu berechnen im Stande sein. Dem L. wird es nicht entgehen, daß wir den Sch. bei diesen Berechnungen durchaus nicht des eigenen Nachdenkens überheben.

Nun noch eine zusammengesetzte Aufgabe:

7) Der Gutsbesitzer H. hatte 36 Wspl. 9 Schfl. Roggen verkauft und dafür eingenommen 2182 Thlr. 15 Sgr. Ferner verkaufte er 20 Wspl. Weizen und bekam für 3 Schfl. Weizen so viel, wie für 4 Schfl. Roggen. Wie groß ist die Einnahme, und um wie viel ist der Schfl. Weizen theurer als der Scheffel Roggen verkauft worden?

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r} \text{a) } 36 \text{ Wspl. } 9 \text{ Schfl.} = 2182 \text{ Thlr. } 15 \text{ Sgr.}; 4 \text{ Schfl. ?} \\ \hline 873 \text{ Schfl.} \quad 8730 \text{ Thlr. } \text{ \&Sgr.}^{(4)} \\ \quad \quad \quad 10 \text{ Thlr. } \text{ \&Sgr.} \\ \quad \quad \quad (\text{Preis von } 4 \text{ Schfl.}) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 3 \text{ Schfl. W.} = 10 \text{ Thlr.}; 20 \text{ Wspl.} \\ \quad \quad \quad 1 \quad \quad \quad 24 \\ \hline \quad \quad \quad 480 \text{ Schfl.} \\ \quad \quad \quad 160 \times 10 = 1600 \text{ Thlr.} \\ \quad \quad \quad (\text{Einnahme f. den Weizen.}) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 4 \text{ Schfl. Roggen} = 10 \text{ Thlr.}; 1 \text{ Schfl. Roggen} \\ \quad \quad \quad 4) \quad \quad \quad 2 \text{ Thlr. } 15 \text{ Sgr.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 3 \text{ Schfl. Weizen} = 10 \text{ Thlr.}; 1 \text{ Schfl. Weizen ?} \\ \quad \quad \quad 3) \quad \quad \quad 3 \text{ Thlr. } 10 \text{ Sgr.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{e) } 3. \text{ Thlr. } 10 \text{ Sgr.} \\ \quad \quad \quad 2 \quad \text{ \& } \quad 15 \quad \text{ \& } \end{array}$$

\& Thlr. 25 Sgr. (Um so viel ist 1 Schfl. Weizen theurer als 1 Schfl. Roggen).

Erkl. Bei a) ist der Preis von 4 Schfl. Roggen gesucht, = 10 Thlr.; da 4 Schfl. R. so viel kosten als 3 Schfl. Weizen, nämlich 10 Thlr., so würde bei b) aus dem Preise von 3 Schfl. W. (= 10 Thlr.) der Preis von 20 Wspl. gesucht. Dabei kürzten wir 3 Schfl. und 480 Schfl., und erhielten 160 Schfl., welche $10 \times$ genommen 1600 Thlr. ga-

ben. Bei c) und d) berechneten wir einen Scheffel Roggen und Weizen um, durch die Rechnung bei e) den Unterschied beider Scheffelpreise zu finden.

Achte Hauptübung.

Das Multiplizieren und Dividiren dieser Stufe mit Brüchen, nebst der Anwendung auf die Regelbetri.

A. Multiplizieren.

I. Mündlich.

§. 161.

Stufengang für's Multiplizieren nebst der Anwendung.

Da diese Übung mit der 4. der IV. Stufe in Verbindung steht und eigentlich nur eine Erweiterung jener ist; so ist es des Zusammenhanges wegen nothwendig, diesen wenigstens hier anzudeuten:

a) In Form reiner Multiplikation.

1) Wie viel ist 3 Mal $\frac{2}{3}$ Thlr.?

Antw.: $2\frac{2}{3}$ Thlr.; denn $3 \times \frac{2}{3}$ Thlr. = $\frac{6}{3}$ = $2\frac{2}{3}$ Thlr.

2) Wie viel ist 4 Mal $2\frac{3}{4}$ Pfund?

Antw.: $9\frac{3}{4}$ Pfund; denn 4×2 Pfd. = 8 Pfd.; $4 \times \frac{3}{4}$ Pfd. = $\frac{12}{4}$ Pfd. = 3 Pfd.; $8 + 3$ = 11 Pfd.

3) Multiplizire 8 Thlr. $3\frac{1}{2}$ Egr. mit a) 4, b) 6, c) 8, d) 10!

Antw.: a) 32 Thlr. 14 Egr., b) 48 Thlr. 21 Egr.,

c) 64 Thlr. 28 Egr., d) 81 Thlr. 5 Egr.; denn

a) 4×8 Thlr. = 32 Thlr., $4 \times 3\frac{1}{2}$ Egr. = 14 Egr.;

b) 6×8 Thlr. = 48 Thlr., $6 \times 3\frac{1}{2}$ Egr. = 21 Egr.;

c) 8×8 Thlr. = 64 Thlr., $8 \times 3\frac{1}{2}$ Egr. = 28 Egr.;

d) 10×8 Thlr. = 80 Thlr., $10 \times 3\frac{1}{2}$ Egr. = 1 Thlr.

5 Egr. = 81 Thlr. 5 Egr.

4) Wie viel ist 6 Mal 4 Pfund $9\frac{3}{4}$ Loth?

Antw.: 25 Pfd. $2\frac{3}{4}$ Pfb.; denn 6×4 Pfd. = 24 Pfd.;

$$6 \times 9 \text{ Loth} = 54 \text{ Loth} = 1 \text{ Pfd. } 22 \text{ Lth.}; 6 \times \frac{3}{4} \text{ Lth.} \\ = \frac{3}{2} = 4\frac{1}{2} \text{ Lth.}; \text{ zusammen } 25 \text{ Pfd. } 26\frac{1}{2} \text{ Lth.}$$

5) Wie viel ist $\frac{1}{2}$ Mal 8 Egr.?

Antw.: 4 Egr.; denn $\frac{1}{2} \times 8 \text{ Egr.} =$ die Hälfte von 8 Egr. = 4 Egr.

6) Wie viel ist $\frac{2}{3}$ Mal 9 Pfennige?

Antw.: 6 Pf.; denn $\frac{2}{3} \times 9 \text{ Pf.} = 3 \text{ Pf.}; 2 \times 3 \text{ Pf.} = 6 \text{ Pfennige.}$

7) Wie viel ist $3\frac{1}{4}$ Mal 8 Loth?

Antw.: 26 Lth.; denn $3 \times 8 \text{ Lth.} = 24 \text{ Lth.}; \frac{1}{4} \times 8 \text{ Lth.} = 2 \text{ Lth.}; 24 \text{ Lth.} + 2 \text{ Lth.} = 26 \text{ Lth.}$

8) Wie viel ist $\frac{1}{4}$ Mal 8 Egr. 4 Pf.?

Antw.: 2 Egr. 1 Pf.; denn $\frac{1}{4} \times 8 \text{ Egr.} = 2 \text{ Egr.}, \frac{1}{4} \times 4 \text{ Pf.} = 1 \text{ Pf.}$

9) Wie viel ist $\frac{7}{8}$ Mal 16 Egr. 8 Pf.?

Antw.: 14 Egr. 7 Pf.; denn $\frac{7}{8} \times 16 \text{ Egr.} = 14 \text{ Egr.}, \frac{7}{8} \times 8 \text{ Pf.} = 7 \text{ Pf.}; \text{ zusammen } 14 \text{ Egr. } 7 \text{ Pf.}$

10) $\frac{2}{3}$ Mal 10 Egr. 9 Pf. = 7 Egr. 2 Pf.;

denn $\frac{2}{3} \times 10 \text{ Egr.} = \frac{20}{3} \text{ Egr.} = 6\frac{2}{3} \text{ Egr.} = 6 \text{ Egr. } 8 \text{ Pf.}; \frac{2}{3} \times 9 \text{ Pf.} = 6 \text{ Pf.}; \text{ zusammen } 7 \text{ Egr. } 2 \text{ Pf.}$

11) $4\frac{3}{5}$ Mal 8 Thlr. 25 Egr. = 40 Thlr. 19 Egr.;

denn $4 \times 8 \text{ Thlr. } 25 \text{ Egr.} = 35 \text{ Thlr. } 10 \text{ Egr.}; \frac{3}{5} \text{ Mal } 8 \text{ Thlr.} = \frac{24}{5} \text{ Thlr.} = 4\frac{4}{5} \text{ Thlr.} = 4 \text{ Thlr. } 24 \text{ Egr.}; \frac{3}{5} \times 25 \text{ Egr.} = 15 \text{ Egr.}; \text{ zusammen } 40 \text{ Thlr. } 19 \text{ Silbergr.}$

12) Wie viel ist $\frac{1}{2}$ Mal $\frac{7}{8}$ Thlr.?

Antw.: $\frac{7}{16}$ Thlr.; denn $\frac{1}{2} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{16}$, $7 \times \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$ Thlr.

13) Wie viel ist $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ Pfd.?

Antw.: $\frac{8}{15}$ Pfd.; denn $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \text{ Pfd.} = \frac{8}{15} \text{ Pfd.}, 2 \times \frac{4}{15} \text{ Pfd.} = \frac{8}{15} \text{ Pfd.}$

14) Wie viel ist $\frac{3}{4}$ Mal $20\frac{1}{2}$ Egr.?

Antw.: $15\frac{3}{8}$ Egr.; denn $\frac{3}{4} \times 20 \text{ Egr.} = 15 \text{ Egr.}, 3 \times 5 \text{ Egr.} = 15 \text{ Egr.}, \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \text{ Egr.} = \frac{3}{8} \text{ Egr.}; 15\frac{3}{8} \text{ Egr. (zusammen).}$

15) Wie viel ist $\frac{4}{3}$ Mal 20 Pfd. $10\frac{1}{3}$ Loth?

Antw.: 12 Pfd. $6\frac{2}{3}$ Loth; denn $\frac{4}{3} \times 20$ Pfd. $10\frac{1}{3}$ Loth
 $= 4$ Pfd. $2\frac{2}{3}$ Lth.; dieß $3 \times$ genommen $= 12$ Pfd.
 $6\frac{2}{3}$ Loth.

16) $2\frac{1}{2}$ Mal $\frac{3}{4}$ Thlr. $= 7\frac{1}{2}$ Thlr.;

denn 2×3 Thlr. $= 6$ Thlr., $\frac{1}{2} \times 3$ Thlr. $= 1\frac{1}{2}$ Thlr.;
 zusammen $7\frac{1}{2}$ Thlr.

17) $4\frac{2}{3} \times 6\frac{1}{2}$ Schfl. $= 30\frac{1}{3}$ Schfl.

denn $4 \times 6\frac{1}{2}$ Schfl. $= 26$ Schfl.; $\frac{2}{3} \times 6\frac{1}{2}$ Schfl. $= 4\frac{2}{3}$
 Schfl.; zusammen $30\frac{1}{3}$ Schfl.

18) $10\frac{5}{6} \times 3$ Thlr. $8\frac{3}{4}$ Egr. $= 35$ Thlr. 19 Egr. $9\frac{1}{2}$ Pf.

denn 10×3 Thlr. $8\frac{3}{4}$ Egr. $= 32$ Thlr. $27\frac{1}{2}$ Egr.; $\frac{5}{6} \times$
 3 Thlr. $= \frac{5}{2}$ Thlr. $= 2\frac{1}{2}$ Thlr. $= 2$ Thlr. 15 Egr.;
 $\frac{3}{4} \times 8$ Egr. $= 6$ Egr. $= 6\frac{3}{4}$ Egr.; $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ Egr. $=$
 $\frac{3}{8}$ Egr. $= \frac{3}{8}$ Egr.; zusammen:

32 Thlr. $27\frac{1}{2}$ Egr. $= 6$ Pf.

2 — 15 — $= 2$ —

• — $6\frac{3}{4}$ — $= 8$ —

• — $\frac{3}{8}$ — $= 7\frac{1}{2}$ —

(1)

35 Thlr. 19 Egr. $9\frac{1}{2}$ Pf.

Jede Aufgabe stellt auch hier wieder einen besondern Fall dar; sie dienen daher nur als Leiter bei den mündlichen Uebungen. Dasselbe gilt von folgenden angewandten Aufgaben.

b. In Form der Anwendung.

Weil hier die Rechnung dieselbe ist und das 2. Heft der Aufgaben zum Kopfrechnen eine Menge Aufgaben (s. Seite 89, Aufg. 1—19.) enthält, so mögen hier nur ein paar Beispiele Platz finden:

19) Ein Loth kostet $\frac{2}{3}$ Egr., wie theuer sind 21 Lth.?

Antw.: $21 \times \frac{2}{3}$ Egr. $= 14$ Egr.

20) Ein Pfund Tabak kostet $16\frac{1}{2}$ Egr., wie theuer sind 8 Pfd.?

Antw.: $8 \times 10\frac{1}{2}$ Egr. $= 5\frac{1}{2}$ Thlr.

21) Ein Scheffel Kartoffeln kostet 1 Thlr. $8\frac{1}{2}$ Egr., wie theuer sind 23 Schfl.?

Antw.: 23×1 Thlr. $8\frac{1}{2}$ Egr. $= 33$ Thlr. 20 Egr. 6 Pf.

22) Wie viel muß man für $15\frac{3}{4}$ Buch Papier geben, wenn 1 Buch 8 Egr. 9 Pf. kostet?

Antw.: $15\frac{3}{4} \times 8$ Egr. 9 Pf. = 4 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Egr.

23) Was kosten 3 Rieß Schreibpapier, wenn man für 1 Buch 10 Egr. $8\frac{1}{2}$ Pf. bezahlt?

Antw.: 3 Rieß = 60 Buch; 60×10 Egr. $8\frac{1}{2}$ Pf. = 21 Thlr. 12 Egr. 6 Pf.

24) Wenn 1 Schfl. Korn 2 Thlr. 2 Egr. $10\frac{7}{8}$ Pf. kostet; wie viel kosten dann 4 Mltr. $2\frac{1}{2}$ Schfl.?

Antw.: 105 Thlr. 24 Egr. $3\frac{7}{8}$ Pf.; denn 4 Mltr. $2\frac{1}{2}$ Schfl. = $50\frac{1}{2}$ Schfl.; 50×2 Thlr. = 100 Thlr.; 50×2 Egr. = 3 Thlr. 10 Egr. (103 Thlr. 10 Egr.) 50×10 Pf. = $50 \times \frac{1}{2}$ Egr. = 41 Egr. 8 Pf. = 1 Thlr. 11 Egr. 8 Pf. (104 Thlr. 21 Egr. 8 Pf.); $50 \times \frac{7}{8}$ Pf. = $19\frac{1}{2}$ Pf. = $14\frac{3}{4}$ Pf. = 1 Egr. $2\frac{3}{4}$ Pf. (104 Thlr. 22 Egr. $10\frac{7}{8}$ Pf.) $\frac{1}{2} \times 2$ Thlr. 2 Egr. $10\frac{7}{8}$ Pf. = 1 Thlr. 1 Egr. $5\frac{7}{8}$ Pf.; zusammen also 105 Thlr. 24 Egr. $3\frac{7}{8}$ Pf.

Bei Berechnungen wie diese erlaube man den Schülern, zumal den schwächeren, die schriftliche Bezeichnung zu Hülfe zu nehmen; es werden jedoch immer nur die Resultate der einzelnen Rechnungen notirt; die Berechnung selbst muß bloß mit Zahlen im Kopfe geschehen.

II. Schriftlich.

§. 162.

Berechnung durch Ziffern.

Folgende Beispiele werden für's Zifferrechnen hinreichen:

1) 4 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Egr. multipliziert mit 20!

Antw.: 94 Thlr. $\frac{2}{3}$ Egr.

Ansatz und Berechnung.

4 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Egr. und $\frac{2}{3}$ Egr. $\times 20$

$$\begin{array}{r}
 80 \quad 320 \quad 192 = 16\frac{1}{2} \\
 14 \quad 16 \\
 24 \mid 336 = 14 \\
 \quad 336 \\
 \hline
 94 \text{ Thlr. } \frac{2}{3} \text{ Egr.}
 \end{array}$$

Setzt man statt $16\frac{1}{2}$ Egr. $\frac{10}{6}$ Egr., und reduziert man diese auf einen Thalerbruch $= \frac{1}{144}$ Thlr., so erhält die Berechnung folgende Gestalt:

$$\begin{array}{r} 4\frac{1}{144} \text{ Thlr.} \times 20 \\ \hline 677 \\ 20 \\ 144 \mid 1354.0 = 94\frac{1}{36} \text{ Thlr.} = \frac{2}{3} \text{ Egr.} = 8 \text{ Pf.} \\ \underline{135364} \\ 144 \mid \frac{1}{36} \end{array}$$

Man kann die gegebenen 4 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Egr. auch in lauter Sechstel Egr. auflösen; dann sieht die Rechnung so aus:

$$\begin{array}{r} 4 \text{ Thlr.} \mid 16\frac{1}{2} \text{ Egr.} \\ \hline 677 \\ 6 \mid 1354.0 = 2256 \text{ Egr.} = 94 \text{ Thlr.} \frac{2}{3} \text{ Egr.} \\ \underline{135362} \\ \frac{2}{3} \mid \frac{2}{3} \end{array}$$

Oder:

$$\begin{array}{r} 4 \text{ Thlr.} \quad 16\frac{1}{2} \text{ Egr.} \times 20 \\ \hline 20 \\ 80 = 80 \text{ Thlr.} 12 \text{ Egr.} \quad 2 \text{ d. h. } 12 \text{ Egr.} = \frac{1}{2} \text{ Thlr.} \\ 2 \mid 20 = 10 \quad \text{---} \quad 4 \quad \text{---} \quad 3 \text{ d. h. } 4 \text{ Egr.} = \frac{1}{3} \text{ von } 12 \text{ Egr.} \\ 3 \mid 10 = 3\frac{1}{3} \quad \text{---} \quad \frac{4}{6} \quad \text{---} \quad 6 \text{ d. h. } \frac{4}{6} \text{ Egr.} = \frac{1}{6} \text{ von } 4 \text{ Egr.} \\ 6 \mid 3\frac{1}{3} = 2\frac{5}{9} \quad \text{---} \quad \frac{4}{6} \quad \text{---} \quad 4 \text{ d. h. } \frac{1}{6} \text{ Egr.} = \frac{1}{4} \text{ von } \frac{2}{3} \text{ Egr.} \\ 4 \mid \frac{5}{9} = \frac{5}{36} \quad \text{---} \quad \frac{2}{6} \quad \text{---} \\ \hline 94\frac{1}{36} \text{ Thlr.} \end{array}$$

$$2) 5 \text{ Ztr. } 14 \text{ Pfd. } 8 \text{ Loth} \times \frac{1}{4} = 3 \text{ Ztr. } 93 \text{ Pfd. } 6 \text{ Loth.}$$

Berechnung.

$$\begin{array}{r} 5 \text{ Ztr. } 14 \text{ Pfd. } 8 \text{ Loth} \\ 3 \\ \hline 15 \text{ Ztr. } 42 \text{ Pfd. } 24 \text{ Loth} \\ 3 \text{ Ztr. } 93 \text{ Pfd. } 6 \text{ Loth} \end{array}$$

Erkl. Wir multiplizierten 5 Ztr. 14 Pfd. 8 Loth durch den Zähler des Multiplikators $\frac{1}{4}$, und erhielten 15 Ztr. 42 Pfd. 24 Loth; diese wurden durch den Nenner 4 dividirt; 15 Ztr. durch 4 getheilt = 3 Ztr., 3 Ztr. bleiben Rest, welche, in Pfunde aufgelöst, = 30 Pfd.; hiezu kamen noch 42 Pfd. = 372 Pfd., die

ebenfalls durch 4 getheilt wurden, gab 93 Pfd. ohne Rest; zuletzt auch noch 24 Loth getheilt durch $4 = 6$ Loth; überhaupt also u. s. w. Wir hätten auch zuerst mit 7 dividiren und den Quotus dann $3 \times$ nehmen können.

5 Ztr. 14 Pfd. 8 Loth

$$\begin{array}{r} 110 \\ \hline 564 \\ 32 \\ \hline 18056 \\ 54168 \quad (3) \\ \hline 4) 13542 \\ 32) 423 \text{ Pfd. 6 Loth} \\ 110) \end{array}$$

Erklär. Hier sind die Zahlen des Multiplikandus auf die kleinste Benennung gebracht, d. h., in Lothe verwandelt worden, $= 18056$ Loth; diese hernach mit dem Zähler 3 multipliziert, das Produkt durch den Renner 4 dividirt, $= 13542$ Loth; u. s. w.

3 Ztr. 93 Pfd. 6 Loth.

3) 482 Thlr. 8 Ggr. $5\frac{1}{3}$ Pf. vervielfältigt durch $78\frac{2}{3}$
 $= 37899$ Thlr. 1 Ggr. $9\frac{1}{3}$ Pf.

Berechnung.

482 Thlr. 8 Ggr. $5\frac{1}{3}$ Pf.

$$\begin{array}{r} 24 \\ \hline 11576 \text{ Ggr.} \\ 12 \\ \hline 138917\frac{1}{3} \text{ Pf.} \quad 78\frac{2}{3} \\ \hline 416752 \times \quad 550 \\ \hline 3 \times 7 \quad 12 \text{ Pf.} \quad \text{Ggr.} \quad \text{Thlr.} \\ 21 \mid 229213600 = 1091493.3\frac{1}{3} = 909577 = 37899 \\ \quad 229213593 \quad 1091492 \quad 4 \quad 909576 \\ \hline \text{//////// } 7\frac{1}{3} \text{ Pf.} \quad \text{//////// } 9\frac{1}{3} \text{ Pf.} \quad \text{//////// } 1 \text{ Ggr.} \end{array}$$

(E. Aufg. 3. Ziffern., Heft 2, Seite 55, Aufg. 25—50.)

Zusammengesetzte Übungsbeispiele findet man in hinreichender Anzahl im zweiten Heft der Aufgaben zum Zifferrechnen, Ueb. 4, I, zu Ende.

4) Ein Kaufmann hat 43 Tonnen Tabak; in jeder befinden sich 94 Pfd. $26\frac{2}{3}$ Loth; wie viel beträgt sein Vorrath?

Berechnung. Da jede Tonne 94 Pfd. $26\frac{2}{3}$ Loth enthält, so müssen in 43 Tonnen 43 Mal 94 Pfd. $26\frac{2}{3}$ Loth enthalten sein; 43 ist also der Multiplikator und 94 Pfd.

26 $\frac{7}{8}$ Loth der Multiplikandus. Diese Aufgabe wird daher gerechnet, wie die 1ste. Wir setzen deshalb nur die Berechnung nach dem Kettenfaze her.

$$? \text{ Ztr.} = 43 \text{ Tonnen}$$

$$1 \text{ Z.} = (94 \text{ Pfd. } 26\frac{7}{8} \text{ Loth})$$

$$\begin{array}{r} 24279 \\ \hline 8 \quad \quad \quad 8 \text{ Loth} \\ 32 \text{ Loth} \quad 1 \text{ Pfd.} \\ 110 \text{ Pfd.} \quad 1 \text{ Ztr.} \end{array}$$

$$28160 \quad | \quad 1043997 = 37 \text{ Ztr. } 8 \text{ Pfd. } 3\frac{5}{8} \text{ Loth.}$$

5) Jemand hatte eine jährliche Einnahme von 936 Thlr. 24 $\frac{1}{2}$ Sgr.; wie viel nimmt er in $\frac{3}{4}$ Jahren ein?

Berechnung. Diese Aufgabe wird wie die dritte gerechnet.

Nach dem Kettenansatz:

$$? \text{ Thlr.} = \frac{3}{4} \text{ Jahr}$$

$$1 \text{ Jahr} = (936 \text{ Thlr. } 24\frac{1}{2} \text{ Sgr.})$$

$$\begin{array}{r} 168629 \\ \hline 6 \quad \quad \quad 6 \text{ Sgr.} \\ 30 \text{ Sgr.} \quad 1 \text{ Thlr.} \\ 4 \\ 10 \end{array}$$

$$240 \quad | \quad 168629 = 702 \text{ Thlr. } 18 \text{ Sgr. } 7\frac{1}{2} \text{ Pf.}$$

6) Ein Landwirth erntet von 1 Morgen Acker 12 Schfl. 9 $\frac{1}{4}$ Mß.; wie viel würde er von 37 $\frac{2}{3}$ Morgen ernten?

Diese Aufgabe wird wie die vorherige gerechnet, nachdem man 37 $\frac{2}{3}$ Morgen eingerichtet. — Der Kettenfaze ist folgender:

$$? \text{ Schfl.} = \frac{113}{3} \text{ Morgen}$$

$$1 \text{ Morg.} = (12 \text{ Schfl. } 9\frac{1}{4} \text{ Mß.})$$

$$\begin{array}{r} 807 \\ \hline 4 \quad \quad \quad 4 \text{ Mß.} \\ 16 \text{ Mß.} \quad 1 \text{ Schfl.} \\ 3 \end{array}$$

$$19 \text{ Wspl. } 18 \text{ Schfl. } 15\frac{1}{4} \text{ Mß.}$$

An Aufgaben zur Uebung fehlt es im 2. Heft des Zifferrechnens nicht, weder für die bloße Multiplikation, noch für das angewandte Rechnen.

V. Dividiren.

I. Mündlich.

§. 163.

Stufengang für's Dividiren, nebst der Anwendung.

Die hier vorkommenden Fälle schließen sich an die fünfte Uebung der IV. Stufe, weshalb mit jener Uebung zu beginnen und dann zu erweitern ist.

a) In Form reiner Division.

1) Wie viel beträgt das 5tel von a) $\frac{1}{2}$ Thlr., b) $\frac{2}{3}$ Thlr., c) $\frac{5}{8}$ Thlr.?

Antw.: das 5tel von $\frac{1}{2}$ Thlr. = $\frac{5}{10}$ Thlr.

— — — $\frac{2}{3}$ — = $\frac{4}{3}$ —

— — — $\frac{5}{8}$ — = $\frac{5}{8}$ —

Die Beweise sind bekannt.

2) Wie viel beträgt das 4tel von a) $2\frac{1}{2}$ Egr., b) $5\frac{1}{2}$ Thlr.?

Antw.: a) das 4tel von $2\frac{1}{2}$ Egr. = $\frac{7}{2}$ Egr. (7 Pf.); denn $2\frac{1}{2}$ Egr. = $\frac{5}{2}$ Egr.; das 4tel von $\frac{5}{2}$ = $\frac{5}{4}$ Egr.

b) das 4tel von $5\frac{1}{2}$ Thlr. = $1\frac{3}{4}$ Thlr. = $1\frac{3}{4}$ Thlr.; denn $5\frac{1}{2}$ Thlr. = $\frac{11}{2}$ Thlr., das 4tel von $\frac{11}{2}$ Thlr. = $\frac{11}{4}$ Thlr. = $2\frac{3}{4}$ Thlr.

3) Wie viel beträgt das 3tel von 12 Thlr. $15\frac{1}{2}$ Egr.?

Antw.: 4 Thlr. $5\frac{1}{2}$ Egr.; denn das 3tel von 12 Thlr. = 4 Thlr.; das 3tel von 15 Egr. = 5 Egr., das 3tel von $\frac{1}{2}$ Egr. = $\frac{1}{6}$ Egr.; zusammen u. s. w.

4) Wie viel beträgt das 10tel von 15 Pfd. $9\frac{1}{2}$ Loth?

Antw.: 1 Pfd. 16 Loth $3\frac{1}{2}$ Nth.; denn das 10tel von 15 Pfd. = 1 Pfd.; das 10tel von 5 Pfd. Rest = $\frac{5}{10}$ = $\frac{1}{2}$ Pfd. = 16 Loth; das 10tel von 9 Loth = $\frac{9}{10}$ Loth = $\frac{9}{10}$ Nth. = $3\frac{1}{2}$ Nth., das 10tel von $\frac{1}{2}$

Loth = $\frac{7}{8}$ Loth = $\frac{7}{8}$ Q.; zusammen also: 1. Pf.
16 Loth $3\frac{3}{4}$ Qth.

- 5) Dividire 4 Egr. durch a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{1}{3}$, c) $\frac{1}{8}$.

Antw.: a) 4 Egr. : $\frac{1}{2}$ = 8 Egr.

b) 4 — : $\frac{1}{3}$ = 12 —

c) 4 — : $\frac{1}{8}$ = 32 —

- 6) Dividire 12 Loth durch a) $\frac{2}{3}$, b) $\frac{7}{8}$, c) $\frac{3}{4}$.

Antw.: a) 12 Loth : $\frac{2}{3}$ = $\frac{3}{2} \times 12 = 18$ Loth

b) 12 — : $\frac{7}{8}$ = $\frac{8}{7} \times 12 = 9\frac{6}{7}$ — = $13\frac{5}{7}$ Loth

c) 12 — : $\frac{3}{4}$ = $\frac{4}{3} \times 12 = 16$ —

- 7) Dividire 10 Ellen durch a) $2\frac{1}{2}$, b) $3\frac{3}{4}$.

Antw.: a) 10 Ell. : $2\frac{1}{2}$ = (10 Ell. : $\frac{1}{2}$) = $\frac{1}{2} \times 10$ Ell. = 4 Ellen.

b) 10 Ell. : $3\frac{3}{4}$ = (10 Ell. : $\frac{1}{4}$) = $\frac{1}{4} \times 10$ Ell. = $2\frac{1}{2}$ Ellen.

- 8) Dividire 8 Egr. 4 Pf. durch a) $\frac{1}{4}$, b) $\frac{1}{6}$.

Antw.: a) 8 Egr. 4 Pf. = 100 Pf.; 100 Pf. : $\frac{1}{4}$ = 400 Pf. = 3 Thlr. 3 Egr. 4 Pf. — Oder: 8 Egr. 4 Pf. : $\frac{1}{4}$ = 4×8 Egr. 4 Pf. = 32 Egr. 4 Pf. = 3 Thlr. 3 Egr. 4 Pf.

b) 8 Egr. 4 Pf. : $\frac{1}{6}$ = 6×8 Egr. 4 Pf. = 1 Thlr. 20 Egr.; denn $\frac{1}{6}$ (der Divisor) ist 6 Mal so klein als 1; folglich muß $6 \times$ so viel als 8 Egr. 4 Pf. kommen, = 1 Thlr. 20 Egr.

- 9) Dividire 16 Egr. 8 Pf. : $\frac{2}{3}$.

Antw.: 16 Egr. 8 Pf. : $\frac{2}{3}$ = $\frac{3}{2}$ Mal 16 Egr. 8 Pf. = 3×8 Egr. 4 Pf. = 25 Egr.; denn 16 Egr. 8 Pf. : $\frac{2}{3}$ gibt 3×16 Egr. 8 Pf. Da aber auf diese Weise $2 \times$ so viel kommt (weil man mit $\frac{2}{3}$ dividiren sollte), so muß man vom Produkt die Hälfte nehmen.

- 10) Dividire 10 Thlr. 8 Egr. : $\frac{1}{5}$.

Antw.: 10 Thlr. 8 Egr. : $\frac{1}{5}$ = 2 Thlr. 17 Egr. Da auf diese Weise eine 5 Mal zu kleine Zahl kommt (weil man mit einem 5 Mal zu großen Divisor getheilt hat), so müssen 2 Thlr. 17 Egr. 5 Mal genommen werden, = 12 Thlr. 25 Egr. — Oder: 10 Thlr. 8 Egr. : $\frac{1}{5}$ = 5 Mal 10 Egr. 8 Pf.

— Oder: 10 Thlr. 8 Egr. : $\frac{2}{3} = 5 \times 10$ Thlr. 8 Egr. = 51 Thlr. 10 Egr.; dieß durch 4 getheilt = 12 Thlr. 25 Egr.

11) Dividire 8 Pfd. 25 Loth : $2\frac{1}{4}$.

Antw.: 3 Pfd. $6\frac{2}{3}$ Loth; denn $2\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$, 8 Pfd. 25 Loth : $\frac{5}{4} = \frac{4}{5}$ Mal 8 Pfd. 25 Loth; $\frac{4}{5} \times 1$ Pfd. = $2\frac{2}{5}$ Loth; dieß 8 $\times$ genommen = $23\frac{2}{5}$ Loth; dieß 4 $\times$ genommen, ist $93\frac{2}{5}$ Loth; $\frac{1}{5} \times 25$ Loth = 5 Loth; $2\frac{2}{5}$ Loth, dieß 4 $\times$ = $9\frac{2}{5}$; zusammen $25\frac{2}{5}$ Loth.

12) Dividire $\frac{1}{2}$ Thlr. durch a) $\frac{1}{8}$, b) $\frac{1}{3}$, c) $\frac{1}{5}$, d) $\frac{2}{3}$, e) $\frac{7}{8}$.

Antw.: a) $\frac{1}{2}$ Thlr. : $\frac{1}{8} = \frac{8}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{8}{2} = 4$ Thlr.
 b) $\frac{1}{2} - : \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} -$
 c) $\frac{1}{2} - : \frac{1}{5} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} -$
 d) $\frac{1}{2} - : \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ Thlr.
 e) $\frac{1}{2} - : \frac{7}{8} = \frac{8}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$ Thlr.

13) Dividire $\frac{7}{9}$ Pfd. : a) $\frac{1}{4}$, b) $\frac{2}{3}$, c) $\frac{3}{4}$.

Antw.: a) $\frac{7}{9}$ Pfd. : $\frac{1}{4} = \frac{4}{9} \times \frac{7}{4} = \frac{28}{9} = 3\frac{1}{9}$ Pfd.
 b) $\frac{7}{9} - : \frac{2}{3} = \frac{3}{9} \times \frac{7}{2} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6} -$
 c) $\frac{7}{9} - : \frac{3}{4} = \frac{4}{9} \times \frac{7}{3} = \frac{28}{27} = 1\frac{1}{27} -$

14) Dividire $16\frac{2}{3}$ Egr. : a) $\frac{1}{8}$, b) $\frac{4}{5}$.

Antw.: a) $16\frac{2}{3}$ Egr. = $\frac{50}{3}$; $\frac{50}{3}$ Egr. : $\frac{1}{8} = \frac{8}{3} \times \frac{50}{8} = \frac{400}{3} = 133\frac{1}{3}$ Egr.
 b) $16\frac{2}{3}$ Egr. = $\frac{50}{3}$; $\frac{50}{3}$ Egr. : $\frac{4}{5} = \frac{5}{4} \times \frac{50}{3} = \frac{250}{12} = 20\frac{5}{6}$ Egr.

15) Dividire 2 Thlr. $8\frac{1}{2}$ Egr. : $\frac{5}{6}$.

Antw.: 2 Thlr. $8\frac{1}{2}$ Egr. : $\frac{5}{6} = \frac{6}{5} \times 2$ Thlr. $8\frac{1}{2}$ Egr.; $\frac{6}{5} \times 2$ Thlr. = 12 Egr.; $\frac{6}{5} \times 8\frac{1}{2}$ Egr. (= $\frac{17}{2}$ Egr.) = $\frac{17}{2} = 8\frac{1}{2}$ Egr., 12 Egr. + $8\frac{1}{2}$ Egr. = $20\frac{1}{2}$ Egr.; dieß 6 $\times$ genommen = 2 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Egr.

16) Dividire $\frac{3}{4}$ Thlr. durch $2\frac{1}{2}$.

Antw.: $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$; $\frac{3}{4}$ Thlr. : $\frac{5}{2} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$ Thlr. = $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ Thlr.

17) Dividire $6\frac{1}{2}$ Eßfl. durch $4\frac{2}{3}$.

Antw.: $6\frac{1}{2}$ Eßfl. = $\frac{13}{2}$ Eßfl.; $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$; $\frac{13}{2}$ Eßfl. : $\frac{14}{3} = \frac{3}{14} \times \frac{13}{2}$ Eßfl. = $\frac{39}{28}$ Eßfl.

18) Dividire 10 Thlr. $12\frac{2}{3}$ Egr. durch $5\frac{2}{3}$.

Antw.: $5\frac{2}{3} = \frac{16}{3}$; 10 Thlr. $12\frac{2}{3}$ Egr.: $\frac{16}{3} = \frac{7}{3}$ Mal
 10 Thlr. $12\frac{2}{3}$ Egr.; $\frac{1}{3} \times 10$ Thlr. = $\frac{10}{3}$ Thlr. =
 $30 \times \frac{10}{3}$ Egr. = $\frac{300}{3}$ Egr. = $13\frac{2}{3}$ Egr.; $4 \times 13\frac{2}{3}$
 Egr. = $52\frac{4}{3}$ Egr. = 1 Thlr. $22\frac{2}{3}$ Egr.; — $12\frac{2}{3}$
 Egr. = $\frac{10}{3}$ Egr.; $\frac{4}{3} \times \frac{10}{3}$ Egr. = $\frac{40}{9}$ Egr. =
 $2\frac{2}{9}$ Egr. Zusammen 1 Thlr. $24\frac{2}{9}$ Egr.

Ähnliche Aufgaben, wozu die vorstehenden wieder nur als Beispiele und als Bezeichnung des Stufenganges anzusehen sind, müssen vom Lehrer noch viele gebildet und von den Schülern berechnet werden.

Nun noch einige Beispiele mit dem Begriff des Enthaltenseins.

19) Wie oft sind $\frac{3}{4}$ Thlr. in 2 Thlr. enthalten?

Antw.: $2\frac{2}{3}$ Mal; denn 2 Thlr. = $\frac{8}{4}$ Thlr.; $\frac{3}{4}$ Thlr. in $\frac{8}{4}$ Thlr. = 2 in 8 = $2\frac{2}{3}$ Mal.

20) Wie oft sind $\frac{7}{8}$ Schfl. in 6 Malter enthalten?

Antw.: $82\frac{2}{7}$ Mal. Hier muß man entweder 6 Malter in einen Scheffelbruch verwandeln, oder $\frac{7}{8}$ Schfl. auf einen Malterbruch zurückführen; also: 6 Maltr. = 6×12 Schfl. = 72 Schfl., 72 Schfl. = 72×8 Achtel-Schfl. = 576 Achtel-Schfl., $\frac{7}{8}$ Schfl. in $\frac{576}{7}$ Schfl. = 7 in 576 = $82\frac{2}{7}$ enthalten; folglich sind $\frac{7}{8}$ Schfl. in 6 Maltr. $82\frac{2}{7}$ Mal enthalten. Oder: $\frac{7}{8}$ Schfl. = $\frac{7}{8}$ Maltr., 6 Maltr. = $\frac{48}{8}$ Maltr., $\frac{48}{8}$ Maltr. in $\frac{48}{7}$ Maltr. = 7 in 576 = $82\frac{2}{7}$ Mal.

Dieselbe Aufgabe umgekehrt: 6 Malter in $\frac{7}{8}$ Schfl. = $\frac{7}{8}$ Mal enthalten. Der Beweis ist leicht.

21) Wie oft sind $\frac{2}{3}$ Pfd. in $3\frac{1}{2}$ Ztr. enthalten?

Antw.: 627 Mal; denn 3 Ztr. = 330 Pfd., $\frac{2}{3}$ Ztr. = 88 Pfd., $3\frac{1}{2}$ Ztr. sind folglich = 418 Pfd.; diese in Drittel-Pfund aufgelöst, = 1254 Stel-Pfd.; $\frac{2}{3}$ Pfd. in $\frac{1254}{2}$ Pfd. = 2 in 1254 = 627 Mal enthalten; folglich sind $\frac{2}{3}$ Pfd. in $3\frac{1}{2}$ Ztr. enthalten 627 Mal. Oder: $\frac{2}{3}$ Pfd. = $\frac{2}{3}$ Ztr. oder $\frac{1}{3}$ Ztr.; $3\frac{1}{2}$ Ztr. = $\frac{7}{2}$ Ztr., $\frac{1}{3}$ Ztr. = $\frac{1}{6}$ Ztr., $\frac{7}{2}$ Ztr. = $19 \times \frac{1}{6}$ Ztr. = $\frac{19}{6}$ Ztr., $\frac{19}{6}$ Ztr. in $\frac{19}{6}$ Ztr. = 1 in 627 = 627 Mal enthalten; folglich u. s. w.

22) Wie oft sind $\frac{7}{8}$ Egr. in 18 Egr. 10 Pf. enthalten?

Antw.: $21\frac{1}{2}$ Mal; denn 18 Egr. 10 Pf. = $18\frac{2}{3}$ Egr. = $55\frac{2}{3}$ Gr. Sechstel u. Achtel kommen in 24 Steln zusammen, $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$, $55\frac{2}{3} = 113 \times \frac{21}{24} = 99\frac{1}{2}$ Gr., $\frac{7}{8} = 7 \times \frac{1}{24} = \frac{7}{24}$ Egr., $\frac{7}{24}$ in $99\frac{1}{2}$ = 21 in 452 = $21\frac{1}{2}$ Mal enthalten; folglich sind $\frac{7}{8}$ Egr. in 18 Egr. 10 Pf. enthalten $21\frac{1}{2}$ Mal. Oder: $\frac{7}{8}$ Egr. = $10\frac{1}{2}$ Pf., 18 Egr. 10 Pf. = 226 Pf. = 452 Pf., $10\frac{1}{2}$ Pf. oder $\frac{21}{2}$ Pf. in 452 Pf. = 21 in $452 = 21\frac{1}{2} \times$ enthalten; folglich u. s. w.

Dieselbe Aufgabe umgekehrt: 18 Egr. 10 Pf. in $\frac{7}{8}$ Egr. sind $21\frac{1}{2}$ Mal enthalten.

23) Wie viel Mal sind 2 Schfl. 3 Viertel in $8\frac{1}{2}$ Schfl. enthalten?

Antw.: $3\frac{1}{2}$ Mal; denn 2 Schfl. 3 Viertel = $2\frac{3}{4}$ Schfl. = $\frac{9}{4}$ Schfl., $8\frac{1}{2}$ Schfl. = $17\frac{1}{2}$ Schfl. = $\frac{35}{2}$ Schfl. $\frac{9}{4}$ Schfl. in $\frac{35}{2}$ Schfl. sind gleich 11 in $34 = 3\frac{1}{2} \times$ enthalten; folglich sind 2 Schfl. 3 Viertel in $8\frac{1}{2}$ Schfl. enthalten $3\frac{1}{2} \times$.

b) In Form der Anwendung.

Wir dürfen hier sparsamer mit den Beispielen sein, da das 2te Heft des Kopfrechnens deren zur Uebung in genügender Anzahl darbietet (S. Seite 91), deren Berechnung sich auf vorstehende Auseinandersetzungen gründet.

24) Wie viel muß man für 1 Rieß Papier bezahlen, wenn 8 Rieß 18 Thlr. $20\frac{1}{2}$ Egr. kosten?

Antw.: das Stel von 18 Thlr. $20\frac{1}{2}$ Egr. = 2 Thlr. $10\frac{1}{2}$ Egr.

25) Wie viel muß man für 4 Quart Wein zahlen, wenn $\frac{1}{2}$ Quart 15 Egr. 8 Pf. kostet?

Antw.: 4 Thlr. 5 Egr. 4 Pf.; denn wenn $\frac{1}{2}$ Quart = 15 Egr. 8 Pf., so kostet 1 Quart 2 Mal so viel = 1 Thlr. 1 Egr. 4 Pf.; 4 Quart also 4 Mal so viel = 4 Thlr. 5 Egr. 4 Pf.

26) Für $\frac{2}{3}$ Ztr. muß Jemand 25 Thlr. 12 Egr. zahlen; wie viel macht's für 1 Ztr.?

Antw.: 38 Thlr. 3 Egr.; denn wenn $\frac{2}{3}$ Ztr. 25 Thlr. 12

Egr. kosten, so beträgt's für $\frac{3}{4}$ Ztr. die Hälfte,
 = 12 Thlr. 21 Egr., für den ganzen Ztr. 3×12
 Thlr. 21 Egr. = 38 Thlr. 3 Egr.

27) Wie viel muß man für 1 Buch Papier zahlen,
 wenn $8\frac{1}{2}$ Buch 2 Thlr. $4\frac{3}{4}$ Egr. kostet?

Antw.: Beinahe 8 Egr.; denn $8\frac{1}{2}$ Buch = $1\frac{1}{2}$ Buch.
 Kosten $1\frac{1}{2}$ Buch 2 Thlr. $4\frac{3}{4}$ Egr., so macht's für
 1 Buch 2 Mal das 17tel von dem Gelde. 2 Thlr. $4\frac{3}{4}$
 Egr. = $2\frac{9}{2}$; das 17tel davon = $2\frac{9}{2} \times \frac{1}{17}$; $2 \times \frac{2\frac{9}{2}}{17}$
 = $\frac{18}{17}$ = $7\frac{1}{17}$ Egr., beinahe 8 Egr.

28) In $7\frac{1}{4}$ Tagen werden in einem Hause 24 Thlr.
 $18\frac{3}{4}$ Egr. verbraucht; wie viel in Einem Tage?

Antw.: 3 Thlr. 4 Egr. $8\frac{3}{4}$ Pf. $7\frac{1}{4}$ Tage = $\frac{1}{4}$ Tage.
 Braucht man in $\frac{1}{4}$ Tagen 24 Thlr. $18\frac{3}{4}$ Egr., so
 ist in $\frac{1}{4}$ Tag der 31ste Theil von dieser Summe
 nothwendig, $\frac{1}{31}$ von 24 Thlrn. oder 576 Egr. +
 $18\frac{3}{4}$ Egr. oder 594 Egr. = 19 Egr.; 5 Egr. Rest
 = 60 Pf., dazu $\frac{3}{4}$ Egr. oder 8 Pf. = 68 Pf., $\frac{1}{31}$
 von 68 Pf. = $2\frac{1}{31}$ Pf.; braucht man in $\frac{1}{4}$ Tag 19
 Egr. $2\frac{1}{31}$ Pf., so wird man in Einem Tage 4 Mal
 so viel nöthig haben; 4×19 Egr. = 76 Egr. =
 3 Thlr. 4 Egr., 4×2 Pf. = 8 Pf., $4 \times \frac{1}{31}$ Pf. =
 $\frac{4}{31}$ Pf. Also: 3 Thlr. 4 Egr. $8\frac{3}{4}$ Pf. täglich.

II. Schriftlich.

§. 164.

Darstellung in Ziffern.

Man vergleiche die §. 125. aufgestellte Regel mit
 der Berechnung folgender Beispiele.

1) Dividire $\frac{2}{3}$ Ztr. durch 32.

Ansatz und Berechnung.

$$32 = \frac{1}{2}; \quad \frac{2}{3} \text{ Ztr.} : \frac{1}{2} = \frac{1}{32} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{96} \text{ Ztr.}$$

Erkl. Da der Divisor eine ganze Zahl ist, so ver-
 wandelt man sie in Bruchform (= $\frac{1}{2}$), kehrt den Bruch
 $\frac{1}{2}$ um, = $\frac{2}{1}$ und behandelt die Aufgabe als Multiplikation.

2) Dividire 215 $\frac{1}{2}$ Thlr. durch 48!

Aufsatz und Berechnung.

a) $215\frac{7}{8}$ Thlr. : $\frac{4}{1}$

$$b) \frac{1727}{8} \times \frac{1}{48} = c) 384 \mid 17.27 = 4\frac{1}{3}\frac{2}{8}\frac{1}{4} \text{ Thlr.}$$

$$\begin{array}{r} 1536 \\ \hline 191 \\ \hline 384 \end{array}$$

Erkl. a) $215\frac{7}{8}$ Thlr. sind eingerichtet, der Divisor in Bruchform gebracht ($= \frac{4}{1}$) und bei b) multipliziert; der unechte Bruch $\frac{1727}{8}$ in Ganze (bei c) verwandelt $= 4\frac{1}{3}\frac{2}{8}\frac{1}{4}$ Thlr.

3) Was kommt heraus, wenn man 3416 Schfl. durch $\frac{5}{6}$ theilt?

Antw.: 2859 $\frac{1}{3}$ Schfl.

Aufsatz und Berechnung.

$$\frac{5}{6} \mid 3416 \text{ Schfl.} = \frac{3416 \times 6}{5} = \frac{20496}{5} = 4099\frac{1}{5}$$

$$\begin{array}{r} 20495 \\ \hline \frac{1}{5} \end{array}$$

Erklärung. Hier müssen 3416 Schfl. in Sechstel verwandelt, d. h., durch 6 multipliziert, und das Produkt durch den Zähler 5 dividirt werden, u. s. w.

4) Wie viel beträgt ein Theil, wenn man 1457 Ztr. durch $7\frac{3}{4}$ theilt?

Antw.: 188 Ztr.

Aufsatz und Berechnung.

$$7\frac{3}{4} \text{ Also: } 1457 \times 4 = 5828 = 188 \text{ Ztr.}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \hline 31 \end{array}$$

Erklärung. Die gemischte Zahl $7\frac{3}{4}$ (der Divisor) $= \frac{31}{4}$. Mit dem Nenner 4 den Dividendus 1457 multipliziert $= 5828$ Ztr.; dieses Produkt durch den Zähler 31 dividirt $= 188$ Ztr.

5) 1249 Wispel 18 Schfl. : $\frac{7}{5} = ?$

Antw.: 1606 Wispel 19 Schfl. $11\frac{1}{5}$ Mß.

Aufsatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r} 1249 \text{ Wispel. } 18 \text{ Schfl.} \\ 7) 178 \text{ Wispel. } 12 \text{ Schfl. } 13\frac{1}{5} \text{ Mß.} \\ \hline 1606 \text{ Wispel. } 19 \text{ Schfl. } 11\frac{1}{5} \text{ Mß.} \end{array}$$

Erklärung. Hier wurde der 7te Theil von 1249 Bspl. 18 Schfl. gesucht, = 178 Bspl. 12 Schfl. 13 $\frac{1}{2}$ M $\frac{1}{2}$, und dieser Theil dann durch den Nenner 9 vervielfältigt, = 1606 Bspl. 19 Schfl. 11 $\frac{1}{2}$ M $\frac{1}{2}$. Der Grund dieses Verfahrens ist bei den mündlichen Uebungen, 3te Aufgabe, angegeben.

6) Theile 546 Ballen 8 Rieß 18 Buch durch $5\frac{1}{7}$.

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r} \text{(Divisor)} \quad \frac{5\frac{5}{7}}{\frac{4^0}{7}} \quad 40) \quad \begin{array}{l} 546 \text{ Ball. } 8 \text{ Rieß } 18 \text{ Buch} \\ 13 \text{ Ball. } 6 \text{ Rieß } 14 \text{ Buch } 10\frac{4}{7} \text{ Vog.} \\ \hline 95 \text{ Ball. } 7 \text{ Rieß } 1 \text{ Buch } 3\frac{3}{7} \text{ Vog.} \end{array} \end{array}$$

Erklärung. $5\frac{2}{7} = 7\frac{4}{7}$, 40 in 546 Ball. = $13 \times$ enthalten, 26 Ball. Rest = 260 Rieß, $+ 8$ Rieß = 268 Rieß, 40 in 268 Rieß = 6 Rieß, 28 Rieß Rest $+ 18$ Buch = 578 Buch, 40 in 578 Buch = 14 Buch, Rest 18 Buch = 432 Bogen, 40 in 432 = $10\frac{2}{5}$ Bogen; mithin 13 Ballen 6 Rieß 14 Buch $10\frac{2}{5}$ Bogen. Diese durch 7 multiplicirt = 95 Ballen 7 Rieß 1 Buch $3\frac{2}{5}$ Bogen.

Durch Zerfällung des Zählers 40 in 4×10 oder 5×8 ; f. B.:

546 Ball. 8 Rieß 18 Buch
 4) 136 Ball. 7 R. 4 Buch 12 B. (der 4te Theil v. Ganzen)
 10) 13 Ball. 6 R. 14 B. 10 $\frac{1}{2}$ B. (d. 10te Th. v. 4ten Theil)
 95 Ball. 7 R. 1 Buch 3 $\frac{1}{2}$ B. ⁽⁷⁾ das 7fache v. vorigen.)

7) 571 Fuder 1 Orsh. 1 Eimer $15\frac{3}{4}$ Quart : $3\frac{7}{8} = ?$

(Divisor) Ansatz und Berechnung.

$\frac{37}{8}$ 571 Fuder 2 Dchoft 1 Eimer $15\frac{3}{4}$ Quart
 $\frac{3}{8}x$ 31) 18 Fuder 1 Dchoft 1 Eimer $12\frac{3}{4}$ Quart
 147 Fuder 1 Dchoft 2 Eimer $4\frac{2}{3}$ Quart. (8

Erklärung. Der Divisor $3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$, 31 in 571 Fuder = 18 Fuder, Rest 13 Fuder + 2 Orhst = 41 Orhst, 31 in 41 Orh. = 10 Orhst, 10 Orhst Rest + 1 Eimer = 31 E., 31 in 31 = 1 Eimer, $15\frac{3}{4}$ N. = $6\frac{3}{4}$, 31 in $6\frac{3}{4}$ N. = $\frac{571}{224}$ N.; der Quotus 18 Fud. 1 Orh. 1 E. $\frac{571}{224}$ N. multipl. irt mit 8 = 147 Fuder u. s. w.

8) Dividire 154 Thlr. $18\frac{3}{4}$ Ggr. : $9\frac{3}{4}$!

Ansatz und Berechnung.

Der Divisor $9\frac{3}{4} = \frac{4^8}{5}$.

154 Thlr. $18\frac{3}{4}$ Ggr. Erklär. 154 Thlr. $18\frac{3}{4}$
 48) $\frac{3 \text{ Thlr. } 5\frac{3}{4} \text{ Ggr.}}{16 \text{ Thlr. } 2\frac{3}{4} \text{ Ggr.}}$ Ggr. : $9\frac{3}{4} (\frac{4^8}{5}) = \frac{1}{5}$ Mal
 (s 154 Thlr. $18\frac{3}{4}$ Ggr. Daher
 wurde zuerst der 48ste Theil
 von 154 Thlr. u. s. w. gesucht; dann der Quotus 3 Thlr.
 $5\frac{3}{4}$ Ggr. mit 5 multipliziert.

9) Wie oft sind 10 Schfl. in $45\frac{3}{4}$ Schfl. enthalten?

Ansatz und Berechnung.

10 Schfl. in $45\frac{3}{4}$ Schfl. = $45\frac{3}{4}$ Schfl. : $10 = \frac{1}{10} \times 45\frac{3}{4}$ Sch.

$\frac{45\frac{3}{4} \text{ Schfl.}}{10) \frac{4\frac{3}{4}}{4\frac{3}{4}} \text{ Schfl.}}$ Oder $10 = \frac{4^0}{4}$; $45\frac{3}{4} = \frac{183}{4}$
 $40 \mid 183 = 4\frac{3}{4}$
 $\frac{160}{23}$

10) Wie oft sind $10\frac{3}{8}$ Schfl. in $45\frac{3}{4}$ Mltr. enthalten?Berechnung: $10\frac{3}{8}$ Schfl. $45\frac{3}{4}$ Mltr.

$\frac{83}{8}$ $\frac{183}{4}$ in $12 = 3$ Schfl.
 $\frac{183}{549}$
 $\frac{8}{8}$

 $83 \mid 4392 = 52\frac{7}{8} \times$.

Erklärung. $10\frac{3}{8}$ Schfl. wurden eingerichtet = $\frac{83}{8}$
 Schfl., $45\frac{3}{4}$ Mltr. ebenfalls eingerichtet = $\frac{183}{4}$ Mltr.; die-
 se $\frac{183}{4}$ Mltr. wurden in Schfl. umgewandelt, indem mit
 4 in 12 Schfl. dividirt und der Quotus 3 durch 183 multi-
 pliziert wurde, = 549 Schfl. Hierauf diese zu Achteln ge-
 macht, = 4392, und durch 83 dividirt, kommt $52\frac{7}{8}$ Mal.

11) Wie oft sind 26 Mltr. $10\frac{3}{4}$ Schfl. enthalten in
 15 Wspl. $16\frac{7}{8}$ Schfl.?

Berechnung.

26 Mltr. $10\frac{3}{4}$ Schfl. 15 Wspl. $16\frac{7}{8}$ Schfl.

$\frac{1291}{4}^{(2)}$
 $\frac{2582}{2582} \mid 3015 = 1\frac{433}{2582}$
 $\frac{433}{2582}$

$\frac{3015}{8}$

Erfl. 26 Mtr. $10\frac{3}{4}$ Schfl. = $2\frac{2}{3} \times 1$ Schfl., welche durch die Multiplikazion mit 2 in $2\frac{4}{3} \times 2$ Schfl. verwandelt wurden, weil der Dividendus Achtel enthält. 15 Wpl. $16\frac{2}{3}$ Schfl. = $2\frac{4}{3} \times 2$ Schfl.; diese durch jene dividirt = $1\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}$ Wpl.

(S. Aufg. 3. Ziffern., Heft 2, Ueb. 2. II.)

12) Ein Kaufmann erhält 3 Stück seidene Zeuge, zusammen 224 Ellen; die Rechnung dafür beträgt 209 Thlr. $15\frac{3}{4}$ Sgr.; wie hoch soll er die Elle bezahlen?

Berechnung.

209 Thlr. $15\frac{3}{4}$ Sgr.

224 | 6285 Sgr. = $28\frac{5}{8} \times \frac{5}{6}$ Sgr. (Preis 1 Elle)
6272

13 $\frac{1}{4}$ Sgr.

224 | $\frac{5}{4} = 8\frac{5}{6}$ Sgr.

Nach dem Kettenatz:

? Sgr. 1 Elle

224 Ell. (209 Thlr. $15\frac{3}{4}$ Sgr.)

25143

Sgr.

4

4

896 | 25143 = $28\frac{5}{8} \times \frac{5}{6}$ Sgr.

209 Thlr. $15\frac{3}{4}$ Sgr. wurden in 4tel Sgr. verwandelt, dann der Nenner 4 in die dividirende Säule genommen, u. s. w.

13) $17\frac{2}{3}$ Ztr. Waare kosten 509 Mark 15 Schillinge 10 Pf.; was kostet 1 Ztr.? (1 Mark = 16 Schillinge, 1 Schilling = 12 Pf.)

$17\frac{2}{3}$ Ztr. = 509 M. 15 Sch. 10 Pf.; 1 Ztr.

$\frac{8}{5}$

89) 5 M. 11 Sch. $8\frac{8}{9}$ Pf.

28 M. 10 Sch. $5\frac{1}{9}$ Pf. (5)

14) $45\frac{1}{2}$ Elle Tuch sind zu Königsberg für 524 Gulden $20\frac{3}{4}$ Sgr. eingekauft worden; wie hoch kommt die Elle? (1 Guld. = 30 Sgr., 1 Sgr. = 18 Pf.)

Ansatz. $45\frac{1}{2}$ Elle = 524 Guld. $20\frac{3}{4}$ Sgr.; 1 Elle.

$45\frac{1}{2}$ Elle

$\frac{2}{2}$ Ellen

524 Guld. $20\frac{3}{4}$ Sgr.

91)

5 — $22\frac{5}{6} \times \frac{5}{4}$ Sgr.

11 Guld. 15 Sgr. $17\frac{1}{9} \times \frac{1}{2}$ Pf. (2)

15)

15) $9\frac{1}{3}$ Ballen Schreibpapier kosten 384 Thlr. 10 Ggr.; was kostet 1 Buch?

Berechnung.

$$\frac{9\frac{1}{3} \text{ Ballen} = 384 \text{ Thlr. 10 Ggr.} ; 1 \text{ Buch?}}{1920 \text{ Buch} \quad \quad \quad \text{= Thlr. 4 Ggr. } 9\frac{1}{3} \text{ Pf.}}$$

Erkl. $9\frac{1}{3}$ Ballen wurden in Buch verwandelt, und dann auf die gewöhnliche, bekannte Weise gerechnet.

Nach dem Kettenatz:

$$\begin{aligned} ? \text{ Ggr.} &= 1 \text{ Buch} \\ 20 \text{ Buch} &= 1 \text{ Rieß} \\ 20 \text{ Rieß} &= 1 \text{ Ballen} \end{aligned}$$

$$\left(9\frac{1}{3}\right) \text{ Ball} = (384 \text{ Thlr. } 20 \text{ Ggr.})$$

$$\frac{48}{8} \text{ } \frac{3}{8} = 9228 \text{ Ggr.}$$

$$\begin{array}{r|l} 960 & 4.6.13 = 47\frac{1}{3} \text{ Ggr.} \\ & 3840 \\ & \hline & 773 \\ & \hline & 960 \end{array}$$

Erkl. Die Frage ist auf Groschen gestellt, weil vorauszusehen ist, daß ein Buch nur den Groschen = Preis haben wird. Die gegenseitige Kürzung durch Hebung, so wie die übrige Rechnung ist hinreichend bekannt.

16) 7 Schock $4\frac{1}{4}$ Ellen kosten 113 Thlr. $4\frac{1}{2}$ Ggr.; wie theuer ist 1 Elle?

Berechnung durch den Kettenatz:

$$\begin{aligned} ? \text{ Ggr.} &= 1 \text{ Elle} \\ (7 \text{ Schock } 40\frac{1}{4} \text{ Ellen}) & (113 \text{ Thlr. } 4\frac{1}{2} \text{ Ggr.}) \end{aligned}$$

$$\frac{1843}{4} \text{ Ell.} = \frac{5433}{2} \text{ Ggr.}$$

$$\begin{array}{r|l} 1843 & 10866 = 51\frac{6}{8}\frac{1}{4} \text{ Ggr. (beinahe} \\ & 9215 \text{ 6 Ggr.)} \\ & \hline & 1651 \\ & \hline & 1843 \end{array}$$

Erkl. 7 Schock $40\frac{1}{4}$ Ell. = $284\frac{1}{4}$ Ellen; 113 Thlr. $4\frac{1}{2}$ Ggr. = 2432 Ggr. Nachdem dieß geschehen, ist der Kettenatz leicht zu machen, und eben so das Fazit zu finden. —
Schoß Unweiss. Th. II.

Ohne Kettenfatz gestaltet sich die Berechnung folgendermaßen: $\frac{5433}{2}$ Ggr. : $\frac{1843}{4} = \frac{2}{1843} \times \frac{5433}{1}$ oder: $\frac{2}{1843} \times \frac{5433}{1} = \frac{2 \times 5433}{1843} = 5\frac{1551}{1843}$ Ggr.

Angewandte Aufgaben für diese Rechnungsfälle entnehmen der Lehrer aus den Aufgaben 3. Zifferrechnen 2tes Heft 5te Uebung. Haben sich die Schüler in jeder dieser Rechnungsarten befestigt, so gibt man ihnen Aufgaben von verschiedener Art. Am rathlichsten möchte es sein, nunmehr die Aufgaben der 5ten Uebung der Aufg. 3. Zifferrechnen 2tes Heft ohne Auswahl rechnen zu lassen. Der Lehrer wird sich dann überzeugen, wie weit es die Schüler in der selbstständigen Beurtheilung der Aufgaben, und zu welcher Fertigkeit in der Berechnung sie es gebracht haben. Diese Aufgaben dürfen nun nicht eher verlassen werden, bis die Schüler ganz sicher sind. Gerade diese Uebung kommt im bürgerlichen Leben beständig vor und bildet daher den Kern alles Rechnens.

C. Regeldetri.

I. Mündlich.

§. 165.

Stufengang der Regeldetri mit Brüchen.

Wir ordnen uns hier die zu berechnenden Aufgaben auf folgende Weise:

1. Das ungleichartige Glied hat einen Bruch.

Beispiele.

1) 3 Ellen Wand kosten $\frac{7}{8}$ Thaler; wie theuer sind 10 Ellen?

Antw.: $2\frac{1}{2}$ Thlr.; denn

a) 1 Elle k. $\frac{7}{8}$ Thlr. $\times \frac{7}{8}$ Thlr. = $\frac{7}{8}$ Thlr.: 10 Ellen also $10 \times \frac{7}{8}$ Thlr. = $\frac{70}{8} = 2\frac{1}{2}$ Thlr.

b) 10 Ellen kosten $10 \times \frac{7}{8}$ Thlr. getheilt durch 3 = $\frac{70}{8} : 3 = \frac{70}{24}$ u. f. w.

c) 10 Ellen = $3\frac{1}{3}$ Mal 3, also $3\frac{1}{3} \times \frac{7}{8}$ Thlr. = $\frac{70}{24} \times \frac{1}{3} = \frac{70}{72}$ u. f. w.

2) 5 Pfd. kosten $25\frac{1}{2}$ Sgr.; wie theuer sind 9 Pfd.?

Antw.: 1 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Sgr.; denn

a) 1 Pfd. kostet $\frac{1}{5} \times 25\frac{1}{2}$ Sgr. = $5\frac{1}{2}$ Sgr.; 9 Pfd. also $9 \times 5\frac{1}{2}$ Sgr. = 1 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Sgr.

b) 9 Pfd. kosten $9 \times 25\frac{1}{2}$ Sgr., getheilt durch 5 = 1 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Sgr.

c) $9 = 1\frac{1}{2}$ Mal so groß als 5, folglich kosten sie $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \times 25\frac{1}{2}$ Sgr. u. s. w.

3) Sechs Arbeiter verdienen 8 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr.; wie viel würden 10 Arbeiter bekommen müssen?

Antw.: 14 Thlr. $1\frac{1}{4}$ Sgr.; denn

a) 1 Arb. bekommt $\frac{8}{6} \times 8$ Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr. = 1 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr.; dieß $10 \times$ genommen, = 14 Thlr. $1\frac{1}{4}$ Sgr.

b) 10 Arb. bekommen 10×8 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr., getheilt durch 6 = u. s. w.

c) 10 Arb. = $1\frac{2}{3} \times 6$ Arb. = $\frac{5}{3} \times 6$; also $\frac{5}{3} \times 8$ Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr.

d) Statt 6 nimmt man 3 und statt 10 die Zahl 5, und rechnet $5 \times \frac{8}{6}$ von 8 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr.

e) Statt 6 nimmt man 3 und statt 8 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr. die Zahl 4 Thlr. $6\frac{1}{2}$ Sgr., und rechnet wie bekannt.

2. Das Frageglied hat einen Bruch.

Beispiele.

1) 5 Mß. kosten 20 Sgr.; wie theuer sind $\frac{7}{8}$ Mß.?

Antw.: $3\frac{1}{2}$ Sgr.; denn

a) 1 Mße kostet $\frac{1}{5}$ Mal 20 Sgr. = 4 Sgr.; $\frac{7}{8}$ Mß. also $\frac{7}{8} \times 4$ Sgr. = $3\frac{1}{2}$ Sgr.

b) $\frac{7}{8}$ Mß. kosten $\frac{7}{8} \times 20$ Sgr., getheilt durch 5 u.

c) $\frac{7}{8}$ Mß. = $\frac{7}{8}$ Mal 5; also kosten $\frac{7}{8}$ Mß. $\frac{7}{8} \times 20$ Sgr. = $3\frac{1}{2}$ Sgr.

2) 3 Quart Wein kosten 2 Thlr. 5 Sgr.; wie theuer sind $5\frac{1}{2}$ Quart?

Antw.: 3 Thlr. 26 Sgr. 5 Pf.; denn

a) 1 Q. kostet $\frac{2}{3} \times 2$ Thlr. 5 Sgr. = $2\frac{1}{3}$ Sgr. = 21 Sgr. 8 Pf.; $5\frac{1}{2}$ Q. also $5\frac{1}{2} \times 21$ Sgr. 8 Pf. = $115\frac{1}{2}$ Sgr. 8 Pf. = 3 Thlr. 26 Sgr. 5 Pf.

b) $5\frac{3}{4}$ D. R. $5\frac{3}{4}$ M. 2 Thlr. 5 Sgr., getheilt durch 3.

c) $5\frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$ Mal 3, kosten demnach $1\frac{3}{4}$ Mal 2 Thlr. 5 Sgr.

3) Für 10 Schfl. zahlt Jemand 8 Thlr. 25 Sgr.; wie viel für 3 Schfl. $10\frac{1}{2}$ Mß.?

Antw.: 3 Thlr. $6\frac{5}{8}$ Sgr.; denn

a) 1 Schfl. kostet $\frac{1}{10} \times 8$ Thlr. 25 Sgr. = $26\frac{1}{2}$ Sgr.;
1 Mß. = $\frac{1}{10}$ v. $26\frac{1}{2}$ Sgr. = $1\frac{3}{4}$ Sgr.; 3 Schfl.
f. $3 \times 26\frac{1}{2}$ Sgr. = 2 Thlr. $19\frac{1}{2}$ Sgr.; 10 Mß.
f. $10 \times 1\frac{3}{4}$ Sgr. = $16\frac{3}{4}$ Sgr.; $\frac{1}{2}$ Mß. kost. $\frac{1}{2}$
 $\times 1\frac{3}{4}$ Sgr. = $\frac{3}{4}$ Sgr.; zusammen also: 3
Thlr. $6\frac{5}{8}$ Sgr.

3. Daß mit dem Frageglied in der Gleichartigkeit übereinstimmende Glied der Aufgabe oder Bedingung hat einen Bruch.

Beispiele.

1) $\frac{1}{2}$ Scheffel kostet 18 Sgr.; wie theuer sind 6 Scheffel?

Antw.: 7 Thlr. 6 Sgr.; denn

a) wenn $\frac{1}{2}$ Schfl. 18 Sgr. kostet, so kostet 1 Schfl.
 2×18 Sgr. = 36 Sgr. = 1 Thlr. 6 Sgr.; 6
Schfl. also 6×1 Thlr. 6 Sgr. = 7 Thlr. 6 Sgr.

b) 6 Schfl. ($= \frac{1}{2}$) kosten 12×18 Sgr. = 7 Thlr. 6 Sgr.

c) 6 Schfl. kosten 6×18 Sgr., getheilt durch $\frac{1}{2} =$
7 Thlr. 6 Sgr.

2) $\frac{2}{3}$ Ztr. einer Waare kosten 35 Thlr. 18 Sgr.; wie theuer sind 3 Ztr.?

Antw.: 267 Thlr.; denn

a) $\frac{2}{3}$ Ztr. kostet $\frac{1}{2}$ Mal 35 Thlr. 18 Sgr. = 17 Thlr.
24 Sgr., 1 Ztr. also 5 Mal 17 Thlr. 24 Sgr.
= 89 Thlr.; 3 Ztr. 3×89 Thlr. = 267 Thlr.

b) 3 Ztr. kosten 3×35 Thlr. 18 Sgr., getheilt
durch $\frac{2}{3} = 267$ Thlr.

c) 3 Ztr. = $7\frac{1}{2}$ Mal $\frac{2}{3}$ Ztr.; also kosten sie $7\frac{1}{2} \times 35$
Thlr. 18 Sgr. u. f. w.

3) $2\frac{1}{2}$ Ballen kosten 45 Thlr. 26 Sgr.; wie theuer
sind 12 Ballen?

Antw.: 254 Thlr. $= \frac{7}{2} \text{ Sgr.}$; denn

a) $2\frac{7}{2} \text{ B.} = \frac{7}{2} \text{ B.}$; $\frac{7}{2} \text{ B.}$ kostet den 13. Theil von 45 Thlr. 26 Sgr. $= 3 \text{ Thlr. } 15\frac{1}{2} \text{ Sgr.}$; dieß 6 $\times$ genommen $= 21 \text{ Thlr. } 5\frac{1}{2} \text{ Sgr.}$; als Preis eines Ballen; dieß $12 \times$ genommen $= 254 \text{ Thlr. } \frac{1}{2} \text{ Sgr.}$

b) 12 Ballen kosten $12 \times 45 \text{ Thlr. } 26 \text{ Sgr.}$, getheilt durch $2\frac{7}{2}$ u. f. w.

c) 12 Ballen $= 5\frac{7}{2} \times 2\frac{7}{2} \text{ B.}$; mithin kosten 12 B. $5\frac{7}{2}$ Mal 45 Thlr. 26 Sgr. u. f. w.

4. Die beiden Glieder der Angabe oder Bedingung sind jedes mit einem Bruche versehen.

Beispiele.

1) $\frac{2}{3}$ Nieß Papier kosten $2\frac{1}{2}$ Thlr.; wie theuer sind 8 Nieß?

Antw.: $34\frac{1}{2}$ Thlr.; denn

a) $\frac{2}{3}$ Nieß kostet $\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{2} \text{ Thlr.} = 1\frac{5}{6} \text{ Thlr.}$, 1 Nieß $3 \times 1\frac{5}{6} \text{ Thlr.} = 4\frac{5}{6} \text{ Thlr.}$, 8 Nieß also $8 \times 4\frac{5}{6} \text{ Thlr.} = 34\frac{1}{2} \text{ Thlr.}$

b) 8 Nieß kosten $8 \times 2\frac{1}{2} \text{ Thlr.}$, getheilt durch $\frac{2}{3}$, $= 34\frac{1}{2} \text{ Thlr.}$

c) 8 Nieß $= 12$ Mal so viel als $\frac{2}{3}$, kosten also $12 \times 2\frac{1}{2} \text{ Thlr.}$

2) $3\frac{1}{4}$ Pfd. einer Waare kosten 25 Sgr. $8\frac{1}{2}$ Pf.; wie theuer sind 10 Pfd.?

Antw.: 2 Thlr. 19 Sgr. $1\frac{1}{3}$ Pf.; denn

a) $3\frac{1}{4}$ Pfd. $= \frac{1}{4} \text{ Pfd.}$; $\frac{1}{4} \text{ Pfd.}$ kostet $\frac{1}{4} \times 25 \text{ Sgr. } 8\frac{1}{2} \text{ Pf.} = 1 \text{ Sgr. } 11\frac{1}{2} \text{ Pf.}$; 1 Pfd. also $4 \times 1 \text{ Sgr. } 11\frac{1}{2} \text{ Pf.} = 7 \text{ Sgr. } 10\frac{1}{2} \text{ Pf.}$; 10 Pfd. 10 Mal so viel u. f. w.

b) 10 Pfd. kosten $10 \times 25 \text{ Sgr. } 5\frac{1}{2} \text{ Pf.}$, getheilt durch $3\frac{1}{4}$, $=$ u. f. w.

c) 10 Pfd. $= 3\frac{1}{3}$ Mal $3\frac{1}{4}$ Pfd., also kosten sie auch $3\frac{1}{3} \times 25 \text{ Sgr. } 8\frac{1}{2} \text{ Pf.} =$ u. f. w.

3) 2 Pfd. $8\frac{1}{2}$ Loth kosten 20 Sgr. $6\frac{2}{3}$ Pf.; wie theuer sind 20 Loth?

Antw.: 5 Sgr. $8\frac{2}{3}$ Pf.

a) denn 2 Pfd. $8\frac{1}{2}$ Loth $= \frac{1}{2} \text{ Loth}$; 20 Sgr. 6

Pf. = 246 Pf.; $\frac{1}{2}$ Loth kostet $\frac{1}{246}$ Mal 246 Pf.

= 1 Pf., der Rest $101 + \frac{1}{3}$ Pf. = $29\frac{1}{3}$ Pf., da-

von $\frac{1}{246}$ = $33\frac{1}{2}$ Pf. = $\frac{67}{2}$ Pf.; mithin kostet $\frac{1}{2}$

Loth $1\frac{67}{2}$ Pf., 1 Loth also $2 \times 1\frac{67}{2}$ Pf. = $3\frac{67}{2}$

Pf.; 20 Loth = $20 \times 3\frac{67}{2}$ Pf. = 5 Sgr. $8\frac{67}{2}$ Pf.

b) 20 Loth kosten 20×20 Sgr. $6\frac{2}{3}$ Pf.; getheilt durch $2\frac{2}{3}$, = u. f. w.

c) (ist für's Kopfrechnen zu schwierig.)

5. Das Frageglied und das zweite Glied der Angabe sind jedes mit einem Bruche versehen.

Beispiele.

1) 3 Ellen kosten $4\frac{5}{8}$ Thlr.; wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ Ellen?

Antw.: $1\frac{5}{8}$ Thlr.;

a) 1 Elle kostet $\frac{1}{3} \times 4\frac{5}{8}$ Thlr. = $1\frac{5}{8}$ Thlr.; $\frac{3}{4}$ Ellen also $\frac{3}{4} \times 1\frac{5}{8}$ Thlr. = $\frac{3}{4} \times \frac{25}{8}$ Thlr. = $\frac{75}{32}$ Thlr. = $1\frac{5}{8}$ Thlr.

b) $\frac{3}{4}$ Ellen kosten $\frac{3}{4} \times 4\frac{5}{8}$ Thlr., getheilt durch 3, u. f. w.

c) $\frac{3}{4}$ Ellen = $\frac{1}{4}$ Mal 3 Ellen, mithin kosten sie $\frac{1}{4} \times 4\frac{5}{8}$ Thlr. u. f. w.

2) 3 Ellen kosten 4 Thlr. $8\frac{1}{2}$ Sgr.; wie theuer sind $5\frac{3}{8}$ Ellen?

Antw.: 7 Thlr. $20\frac{1}{8}$ Sgr.; denn:

a) 1 Elle kostet $\frac{1}{3} \times 4$ Thlr. $8\frac{1}{2}$ Sgr. = 1 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr.; 5 Ellen kosten $5 \times$ so viel, = 7 Thlr. $4\frac{1}{2}$ Sgr.; $\frac{3}{8}$ Ellen kosten $\frac{3}{8} \times 1$ Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr. = $16\frac{1}{8}$ Sgr.; zusammen 7 Thlr. $20\frac{1}{8}$ Sgr.

b) $5\frac{3}{8}$ Ellen kosten $5\frac{3}{8} \times 4$ Thlr. $8\frac{1}{2}$ Sgr., getheilt durch 3 = u. f. w.

c) $5\frac{3}{8}$ Ellen = $1\frac{3}{4} \times 3$ Ellen; also kosten sie $1\frac{3}{4} \times 4$ Thlr. $8\frac{1}{2}$ Sgr. u. f. w.

6. Die beiden gleichartigen Glieder haben jedes einen Bruch.

Beispiele.

1) $\frac{1}{2}$ Schfl. kostet 24 Sgr. 8 Pf.; wie theuer ist $\frac{1}{8}$ Scheffel?

Antw.: 6 Egr. 2 Pf.; denn

a) 1 Schfl. kostet 2×24 Egr. 8 Pf. = 1 Thlr. 19 Egr. 4 Pf.; $\frac{1}{3}$ Schfl. also $\frac{1}{3} \times 1$ Thlr. 19 Egr. 4 Pf. = 6 Egr. 2 Pf.

b) $\frac{1}{3}$ Schfl. kostet $\frac{1}{3} \times 24$ Egr. 8 Pf., getheilt durch $\frac{1}{3}$, = 6 Egr. 2 Pf.

c) $\frac{1}{3}$ Schfl. = $\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$ Schfl., folglich kostet $\frac{1}{3}$ Schfl. $\frac{1}{4} \times 24$ Egr. 8 Pf. u. f. w.

2) Für $\frac{2}{3}$ Schfl. zahlt Jemand 26 Egr. 10 Pf.; wie theuer sind $\frac{1}{3}$ Schfl.?

Antw.: 1 Thlr. 5 Egr.; denn

a) $\frac{2}{3}$ Schfl. kostet $\frac{2}{3} \times 26$ Egr. 10 Pf. = 13 Egr. 5 Pf.; 1 Schfl. also 3×13 Egr. 5 Pf. = 1 Thlr. 10 Egr. 3 Pf.; $\frac{1}{3}$ Schfl. kosten $\frac{1}{3} \times 1$ Thlr. 10 Egr. 3 Pf. = 1 Thlr. 5 Egr. 2 $\frac{1}{2}$ Pf.

b) $\frac{2}{3}$ Schfl. kosten $\frac{2}{3} \times 26$ Egr. 10 Pf., getheilt durch $\frac{2}{3}$ = u. f. w.

c) $\frac{1}{3}$ Schfl. = $1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ Schfl., folglich kosten sie $1\frac{1}{2} \times 26$ Egr. 10 Pf. u. f. w.

3) $\frac{3}{4}$ Pfd. kosten 9 Egr. 6 Pf.; wie theuer sind $2\frac{1}{2}$ Pfd.?

Antw.: 2 Thlr. 15 Egr. 4 Pf.; denn

a) $\frac{3}{4}$ Pfd. kostet $\frac{3}{4} \times 9$ Egr. 6 Pf. = 3 Egr. 2 Pf.; 1 Pfd. also 8×3 Egr. 2 Pf. = 1 Thlr. 1 Egr. 4 Pf.; 2 Pfd. folglich 2 Thlr. 2 Egr. 8 Pf.; $\frac{1}{2}$ Pfd. $\frac{1}{2} \times 1$ Thlr. 1 Egr. 4 Pf. = 12 Egr. 8 Pf., zusammen 2 Thlr. 15 Egr. 4 Pf.

b) $2\frac{1}{2}$ Pfd. kosten $2\frac{1}{2} \times 9$ Egr. 6 Pf., getheilt durch $\frac{3}{4}$ u. f. w.

u. f. w.

4) Wie theuer sind $\frac{2}{3}$ Str., wenn $4\frac{1}{2}$ Str. 169 Thlr. 18 Egr. kosten?

Antw.: 33 Thlr. 1 $\frac{1}{2}$ Egr.; denn $4\frac{1}{2}$ Str. = $\frac{9}{2}$ Str.; $\frac{2}{3}$ Str. kostet $\frac{2}{3}$ stel von 169 Thlr. 18 Egr. = 8 Thlr. 2 Egr.; 1 Str. kostet 5×8 Thlr. 2 Egr. = 40 Thlr. 10 Egr.; $\frac{2}{3}$ Str. $\frac{2}{3} \times 40$ Thlr. 10 Egr. = 33 Thlr. 1 $\frac{1}{2}$ Egr.

5) Wie theuer sind $3\frac{1}{2}$ Rieß Papier, wovon $7\frac{1}{2}$ Rieß 15 Thlr. 20 Egr. kosten?

Antw.: 6 Thlr. $20\frac{9}{15}$ Sgr.; denn $7\frac{1}{2}$ R. = $\frac{1}{2}$ R., $\frac{1}{2}$ R. kostet $\frac{1}{15} \times 15$ Thlr. 20 Sgr. = 1 Thlr. $1\frac{1}{2}$ Sgr., 1 R. also 2×1 Thlr. $1\frac{1}{2}$ Sgr. = 2 Thlr. $2\frac{1}{2}$ Sgr.; $3\frac{1}{2}$ R. oder $\frac{1}{5} \times 2$ Thlr. $2\frac{1}{2}$ Sgr.; $\frac{1}{5} \times 2$ Thlr. $2\frac{1}{2}$ Sgr. = $12\frac{9}{15}$ Sgr., dieß $16 \times$ genommen = 6 Thlr. $20\frac{9}{15}$ Sgr.

7. Alle drei Glieder sind mit Brüchen versehen.

Beispiele.

1) $\frac{1}{4}$ Pfd. kostet $\frac{1}{8}$ Thlr.; wie theuer ist $\frac{1}{10}$ Pfd.?

Antw.: $\frac{1}{20}$ Thlr.; denn 1 Pfd. kostet $4 \times \frac{1}{8}$ Thlr. = $\frac{1}{2}$ Thlr.; $\frac{1}{10}$ Pfd. also $\frac{1}{10} \times \frac{1}{2}$ Thlr. = $\frac{1}{20}$ Thlr. = $1\frac{1}{2}$ Sgr.

2) $\frac{7}{8}$ Schfl. kosten $\frac{3}{4}$ Thlr.; wie theuer $\frac{7}{12}$ Schfl.?

Antw.: $\frac{1}{2}$ Thlr.; denn $\frac{7}{8}$ Schfl. kostet $\frac{7}{8} \times \frac{3}{4}$ Thlr. = $\frac{3}{8}$ Thlr.; 1 Schfl. kostet $8 \times \frac{3}{8}$ Thlr. = $\frac{3}{1}$ Thlr. = 3 Thlr.; $\frac{7}{12}$ Schfl. kosten $\frac{7}{12} \times 3$ Thlr. = $\frac{7}{4}$ Thlr. = $1\frac{3}{4}$ Thlr.

3) $\frac{2}{3}$ Ellen kosten $1\frac{1}{2}$ Thlr.; wie theuer sind $\frac{1}{10}$ Ell.?

Antw.: $\frac{3}{4}$ Thlr.; denn $\frac{2}{3}$ Elle kostet $\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2}$ Thlr. = $\frac{1}{2}$ Thlr.; 1 Elle kostet dann $3 \times \frac{1}{2}$ Thlr. = $\frac{3}{2}$ Thlr. = 1 Thlr. 15 Sgr.; $\frac{1}{10}$ Ell. f. $\frac{1}{10} \times \frac{3}{2}$ Thlr. = $\frac{3}{20}$ Thlr.

4) $\frac{3}{4}$ Schock Weinwand kosten $12\frac{1}{2}$ Thlr.; wie theuer sind $4\frac{1}{5}$ Schock?

Antw.: $78\frac{1}{2}$ Thlr.; denn $\frac{3}{4}$ Schock kostet $\frac{3}{4} \times 12\frac{1}{2}$ Thlr. = $9\frac{3}{8}$ Thlr.; 1 Schock kostet $4 \times 9\frac{3}{8}$ Thlr. = $37\frac{1}{2}$ Thlr.; dieß $4\frac{1}{5}$ Mal genommen; $4 \times 37\frac{1}{2}$ Thlr. = 150 Thlr.; $\frac{3}{4} \times 16\frac{2}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{16 \times 2}{3} = 8$; zusammen $78\frac{1}{2}$ Thaler.

5) $2\frac{1}{4}$ Mltr. kosten $30\frac{1}{2}$ Thlr.; wie theuer sind $10\frac{5}{8}$ Malter?

Antw.: $120\frac{5}{8}$ Thlr.; denn $2\frac{1}{4}$ Mltr. = $\frac{5}{2}$ Mltr.; $\frac{5}{2}$ Mltr. kostet $\frac{5}{2}$ von $30\frac{1}{2}$ Thlr. (= $\frac{5 \times 1}{2}$) = $75\frac{1}{4}$ Thlr.; $4 \times 75\frac{1}{4} = 300\frac{1}{4}$ Thlr. = $11\frac{1}{4}$ Thlr.; $10\frac{5}{8}$ Mltr. kosten $10\frac{5}{8}$ Mal $11\frac{1}{4}$ Thlr. = $120\frac{5}{8}$ Thlr.

6) $\frac{5}{7}$ Stein kosten 21 Thlr. $16\frac{1}{3}$ Sgr.; wie theuer sind $\frac{4}{5}$ Stein?

Antw.: 24 Thlr. $3\frac{2}{3}$ Sgr.; denn $\frac{5}{7}$ Stein kostet $\frac{5}{7} \times$

21 Thlr. $16\frac{1}{2}$ Sgr. = 4 Thlr. $9\frac{1}{2}$ Sgr.; 1 Stein
kfstet $7 \times$ so viel, = 30 Thlr. $4\frac{1}{2}$ Sgr.; $\frac{1}{2}$ Stein
kosten $\frac{1}{2}$ Mal so viel = 24 Thlr. $3\frac{1}{2}$ Sgr.

8. Die gleichartigen Glieder sind ungleichnamig.

Die hieher gehörenden Aufgaben sind die schwersten der ganzen Uebung.

Beispiele.

1) $\frac{1}{2}$ Loth Baumwolle kfstet 4 Sgr. 8 Pf.; wie theuer sind $\frac{3}{4}$ Pfund?

Antw.: 7 Thlr. 14 Sgr.; denn 1 Loth kfstet 2×4 Sgr. 8 Pf. = 9 Sgr. 4 Pf.; 1 Pfd. also $32 \times$ so viel = 9 Thlr. 28 Sgr. 8 Pf.; $\frac{3}{4}$ Pfd. kosten $\frac{3}{4} \times 9$ Thlr. 28 Sgr. 6 Pf. = 7 Thlr. 14 Sgr.

2) $\frac{1}{4}$ Schfl. Mehl bezahlt man mit 1 Thlr. $5\frac{1}{4}$ Sgr.; wie theuer sind $\frac{1}{5}$ Mltr.?

Antw.: 15 Thlr. $26\frac{1}{2}$ Sgr.; denn $\frac{1}{4}$ Schfl. kfstet den 3ten Theil von 1 Thlr. $5\frac{1}{4}$ Sgr. = $11\frac{1}{2}$ Sgr., 1 Schfl. kfstet $4 \times 11\frac{1}{2}$ Sgr. = 1 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr.; 1 Mltr. kfstet 12×1 Thlr. $17\frac{1}{2}$ Sgr. = 19 Thlr. 2 Sgr.; $\frac{1}{5}$ Mltr. kosten $\frac{1}{5} \times 19$ Thlr. 2 Sgr. = 15 Thlr. $26\frac{1}{2}$ Sgr.

Aehnliche Beispiele wird der Lehrer noch viele zu bilden haben und mit den Schülern berechnen. Dabei kann er das 2te Heft der Aufgaben zum Kopfrechnen Seite 89—95 zu Hülfe nehmen. — Wir haben bei mehreren Berechnungen zwei bis drei Auflösungen gegeben. Anfangs ist immer nur eine auszuwählen, wornach alle übrigen zu berechnen sind.

II. Schriftlich.

Darstellungsweise durch Ziffern.

Die Hauptregel, wornach das Zifferrechnen der Regelbetri mit Brüchen geschieht, ist dieselbe, wie bei den ganzen Zahlen. Was etwa dabei außerdem noch zu merken ist, wollen wir der Berechnung der einzelnen Aufgaben beifügen.

a) Eines der drei Glieder hat einen Bruch.

1) 5 Ztr. kosten $120\frac{3}{8}$ Thlr.; wie theuer sind 12 Ztr.?

Ansatz und Berechnung.

5 Ztr. = $120\frac{3}{8}$ Thlr.; 12 Ztr.

$$\begin{array}{r} 8 \\ 8 \quad 963 \\ 40 \quad 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11556 = 288\frac{9}{10} \text{ Thlr.} \\ 36 \quad 9 \\ 40 \quad 10 \end{array}$$

(Das erste Glied der Aufgabe) dividirt, gibt $2\frac{2}{5}$, ein unechter Bruch, = $288\frac{9}{10}$ Thlr.

Hieraus folgt: „Hat das 2. Glied der Angabe einen Bruch, so streicht man den Nenner desselben und nimmt ihn ins erste Glied der Angabe, multipliziert dieses damit, um den richtigen Divisor zu erhalten.“

Der Grund, weshalb man hier zuerst mit 12 multiplizierte und das Produkt durch 5 dividirte, geht aus den früheren mündlichen Uebungen hervor. Man hätte eben so gut $2\frac{2}{5}$ Thlr. zuerst durch 5 dividiren (= $\frac{2}{5}$ Thlr.), um den Werth eines Zentners zu finden, und hieraus den Werth von 12 Ztr. durch Multiplikation der $\frac{2}{5}$ berechnen können.

Der obigen Berechnung liegt folgende Form zum Grunde:

$$\left(\frac{963}{8} \times \frac{12}{1} \right) : 5 = \frac{963}{8} \times \frac{12}{1} \times \frac{1}{5}.$$

Nach dem Kettenansatz:

? Thlr. = 12 Ztr.

5 Ztr. $\frac{2\frac{2}{5}}{8}$ Thlr.

$$\begin{array}{r} 8 \\ 2 \quad 3 \\ 10 \quad 2889 \text{ Thlr.} = 288\frac{9}{10} \text{ Thlr.} \\ \frac{9}{10} \end{array}$$

Ist für sich klar und verständlich.

2) Für 9 Schfl. zahlt Jemand 16 Thlr. $20\frac{1}{4}$ Sgr.; wie theuer sind 25 Schfl.?

Ansatz und Berechnung.

9 Schfl. = 16 Thlr. 20 $\frac{3}{4}$ Sgr.; 25 Schfl.

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 \hline
 36 \\
 \hline
 30 \\
 \hline
 500 \\
 \hline
 2003^{(4)} \\
 \hline
 25 \\
 \hline
 50075 \text{ Sgr.} = 1390 \text{ Sgr.} = 46 \text{ thlr. } 10\frac{1}{2} \text{ Sgr.} \\
 \hline
 \frac{3.5}{3.6} \quad 10 \text{ Sgr.}
 \end{array}$$

Die Berechnung ist wie die der vorigen Aufgabe;
 sie gründet sich auf folgende Form:

$$\left(\frac{2003}{4} \times \frac{25}{1} \right) : 9 = \frac{2003 \times 25 \times 1}{4 \times 1 \times 9} = \frac{50075}{36}$$

Nach dem Kettenansatz.

? Thlr. = 25 Schfl. ,

9 Thlr. = $\frac{2003}{4}$ Sgr.

Die weitere Berechnung
 setzen wir nicht erst her.

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 \hline
 30 \text{ Sgr.} = 1 \text{ Thlr.}
 \end{array}$$

3) 18 Mtr. Getreide kosten 432 Thlr.; wie theuer
 sind 15 $\frac{7}{8}$ Mtr.?

Ansatz und Berechnung.

Hier hat das Frageglied einen Bruch, = 2 $\frac{7}{8}$ Mtr.

Die der Berechnung zum Grunde liegende Form ist:

$$\left(\frac{432 \times 127}{1} \times \frac{1}{8} \right) : \frac{18}{1} = \frac{432 \times 127 \times 1}{1 \times 8 \times 18} = \frac{54864}{144}$$

Wir setzen also an:

$$\begin{array}{r}
 18 \text{ Mtr.} = 432 \text{ Thlr.}; \quad 15\frac{7}{8} \text{ Mtr.} \\
 8 \qquad \qquad 127 \qquad \qquad 127 \\
 \hline
 144 \quad | \quad 54864 \text{ Thlr.} = 381 \text{ Thlr.}
 \end{array}$$

Hieraus folgt: Hat das Frageglied einen
 Bruch, so nimmt man seinen Nenner ins
 erste Glied der Angabe, multipliziert dies
 ses damit, und rechnet im Uebrigen wie
 bei den ganzen Zahlen.

4) 20 Ztr. kosten 1213 Thlr. 10 Sgr.; wie theuer
 sind $\frac{4}{3}$ Ztr.?

Berechnung.

Verwandelt man die 1213 Thlr. 10 Ggr. in Groschen,
so bekommt der Ansatz folgende Form:

$$\begin{array}{r}
 20 \text{ Ztr. f. } 1213 \text{ Thlr. } 10 \text{ Ggr.}; \frac{4}{8} \text{ Ztr.} \\
 \frac{5}{100} \quad \frac{29122 \text{ Ggr.}}{100} \quad \frac{24}{116488} = 1164 \text{ Gr.} = 48 \text{ Thlr. } 12\frac{2}{3} \text{ Gr.} \\
 \frac{88}{100} \mid \frac{44}{50} \mid \frac{22}{25}
 \end{array}$$

Nach dem Kettenansatz:

$$\begin{array}{r}
 ? \text{ Thlr.} = \frac{4}{8} \text{ Ztr.} \\
 5 \\
 20 \text{ Ztr.} = 29122 \text{ Ggr.} \\
 24 \text{ Ggr.} = 1 \text{ Thlr.} \\
 5 \\
 12 \quad \quad 14561 \\
 \hline
 300 \quad \mid \quad 14561 \text{ Thlr.} = 48\frac{1}{3}\frac{6}{10}\frac{1}{10} \text{ Thlr.} \\
 \frac{1}{3}\frac{6}{10}\frac{1}{10}
 \end{array}$$

5) $\frac{7}{10}$ Ballen Schreibpapier kosten 25 Thlr. 15 Ggr.;
wie theuer sind 50 Ballen?

Ansatz und Berechnung.

Da hier das erste Glied der Angabe einen Bruch hat
und dieses immer den Divisor ausmacht, so erhält der An-
satz folgende Gestalt:

$$(25 \text{ Thlr. } 15 \text{ Ggr.} \times 50) : \frac{7}{10} = \frac{765 \text{ Ggr.} \times 50 \times 10}{1 \times 1 \times 7}$$

Oder:

$$\begin{array}{r}
 \frac{7}{10} \text{ Ball.} = 25 \text{ Thlr. } 15 \text{ Ggr.}; 50 \text{ Ballen?} \\
 \frac{765 \text{ Ggr.}}{50} \\
 \hline
 38250 \\
 \hline
 7 \mid 382500 = 54642 \text{ sgr.} = 1821 \text{ thl. } 12\frac{6}{7} \text{ sgr.} \\
 \frac{6}{7}
 \end{array}$$

Nach dem Kettenansatz:

$$\begin{array}{rcl} ? \text{ Thlr.} & 7/10 \text{ Vallen} & \\ 10 & & \\ 50 \text{ Vall.} & 765 \text{ Egr.} & \\ 30 \text{ Egr.} & = 1 \text{ Thlr.} & \end{array}$$

Hieraus folgt: Hat das erste Glied der Angabe einen Bruch, so streicht man den Nenner desselben und nimmt ihn ins 2te Glied der Angabe, multipliziert es damit, und rechnet dann wie mit ganzen Zahlen.

6) $5\frac{3}{4}$ Schock kosten 66 Thlr. 18 Egr.; wie theuer sind 30 Schock?

Ansatz und Berechnung.

$$5\frac{3}{4} \text{ Schock} = 66 \text{ Thlr. 18 Egr.}; 30 \text{ Schock?}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \hline 1998 \text{ Egr.} \\ \hline 59940 \\ \hline 239760 \text{ Egr.} = 10424 \text{ Egr.} = 347 \text{ Thlr.} \\ \hline 14\frac{8}{3} \text{ Egr.} \end{array}$$

$$\text{d. h.: } (30 \times 1998 \text{ Egr.}) : \frac{23}{4} = \frac{30}{1} \times \frac{1998}{1} \times \frac{4}{23}$$

Nach dem Kettenansatz:

$$? \text{ Thlr.} = 30 \text{ Schock}$$

$$2\frac{3}{4} \text{ Schock} = 1998 \text{ Egr.}$$

4

$$30 \text{ Egr.} = 1 \text{ Thlr.}$$

$$23 \mid 7992 \text{ Thlr.} = 347\frac{1}{3} \text{ Thlr.} (= 14\frac{8}{3} \text{ Egr.})$$

b) Zwei der Glieder haben einen Bruch.

7) $\frac{4}{3}$ Ztr. kosten $52\frac{1}{4}$ Thlr.; wie theuer sind 20 Ztr.?

Man schließt hier: $20 \text{ Ztr. f. } (20 \times 52\frac{1}{4} \text{ Thlr.}) : \frac{4}{3}$

$$\text{oder: } \frac{20 \times 211 \times 5}{1 \times 4 \times 4}$$

Daher:

$$4\frac{1}{3} \text{ Ztr.} = 52\frac{1}{4} \text{ Thlr.}; 20 \text{ Ztr. ?}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 211 \\ \hline 16 \\ \hline 4220 \\ \hline 21100 \text{ Thlr.} = 1318\frac{1}{4} \text{ Thlr.} \\ \hline 12 \end{array}$$

Aus der Vergleichung der obigen Darstellung mit dieser Berechnung ergibt sich Folgendes:

„Haben die beiden Glieder der Angabe jedes einen Bruch, so nimmt man den Nenner aus dem 1. Gliede in das zweite, und den Nenner des 2. Gliedes ins erste, und rechnet dann wie mit ganzen Zahlen.“

Nach dem Kettenatz:

$$\begin{array}{rcl}
 ? \text{ Thlr.} & 20 \text{ Ztr.} & \\
 \frac{1}{8} \text{ Ztr.} & 82 \frac{3}{4} \text{ Thlr.} & \\
 & \underline{211} & \\
 4 & 5 & \\
 \hline
 \text{u. f. w.} & \text{u. f. w.} &
 \end{array}$$

8) $7\frac{1}{2}$ Stein kostet 45 Thlr. $15\frac{2}{3}$ Sgr.; wie theuer sind 100 Stein?

Nach dem Schluß: $(45 \text{ Thlr. } 15\frac{2}{3} \text{ Sgr.} \times 100) : 7\frac{1}{2}$ entsteht die Form der Berechnung:

$$\frac{4097 \text{ Sgr.} \times 100 \times 2}{4 \times 1 \times 15}$$

Daher:

$$7\frac{1}{2} \text{ Stein} = 45 \text{ Thlr. } 15\frac{2}{3} \text{ Sgr.}; 100 \text{ Stein?}$$

$$\begin{array}{r}
 \frac{15}{45} \quad \frac{4097}{8194} \quad \frac{100}{30} \\
 \frac{15}{45} \quad \frac{4097}{8194} \quad \frac{100}{30} \\
 \hline
 819400 \text{ Sgr.} = 18208 \text{ Sgr.} = 606 \text{ Thlr.} \\
 \frac{40}{45} \quad \frac{8}{9} \quad 28 \text{ Sgr.}
 \end{array}$$

Nach dem Kettenatz:

$$\begin{array}{rcl}
 ? \text{ Thlr.} & = & 100 \text{ Stein} \\
 15\frac{2}{3} \text{ St.} & = & 4097 \text{ Sgr.} \\
 3 & & 3 \\
 & & 2 \\
 30 \text{ Sgr.} & & 1 \text{ Thlr.} \\
 \hline
 \text{u. f. w.} & & \text{u. f. w.}
 \end{array}$$

9) 40 Pfund einer Waare kosten 18 Thlr. $25\frac{1}{8}$ Sgr.; wie theuer sind $12\frac{3}{4}$ Pfd.?

Formel: $(12\frac{1}{2} \times 18 \text{ Thlr. } 25\frac{1}{8} \text{ Egr.}) : 40$

$$\text{d. h.: } \frac{4521}{8} \text{ Egr.} \times \frac{51 \times 1}{4 \times 40}.$$

Wir setzen also an:

$$\begin{array}{r} 40 \text{ Pfd.} = 18 \text{ Thlr. } 25\frac{1}{8} \text{ Egr.; } 12\frac{1}{4} \text{ Pfd. ?} \\ \frac{8}{320} \quad \frac{4521}{51} \quad \frac{30}{51} \\ \hline 1280 \text{ (4)} \quad \frac{230571}{171} \text{ Egr.} = 180 = 6 \text{ thl. } 1\frac{1}{2} \text{ Egr.} \\ \hline 1280 \text{ Egr.} \end{array}$$

Nach dem Kettenansatz:

$$\begin{array}{r} ? \text{ Thlr.} \quad 5\frac{1}{4} \text{ Pfd.} \\ 40 \text{ Pfd.} \quad \frac{4521}{8} \text{ Egr.} \\ \frac{4}{8} \\ \hline 30 \text{ Egr.} \quad 1 \text{ Thlr.} \\ \hline \text{u. s. w.} \quad \text{u. s. w.} \end{array}$$

10) $\frac{5}{9}$ Ballen kosten 12 Thlr. 16 Egr.; wie theuer sind $\frac{1}{2}$ Ballen?

Wir schließen hier:

$$\frac{1}{2} \times 12 \text{ Thlr. } 16 \text{ Egr.} : \frac{5}{9}.$$

Daraus entsteht:

$$\frac{11 \times 304 \text{ Egr.} \times 9}{12 \times 1 \text{ Egr.} \times 5}$$

Darauf gründet sich folgende Berechnung:

$$\begin{array}{r} \frac{5}{9} \text{ B.} = 12 \text{ Thlr. } 16 \text{ Egr.; } 1\frac{1}{2} \text{ B.} \\ \frac{12}{60} \quad \frac{304 \text{ Egr.}}{3344 \text{ (11)}} \\ \hline \frac{30096 \text{ Egr.}}{36 \mid 3} = \frac{501 \text{ Egr.}}{21 \text{ Egr.}} = 20 \text{ Thlr. } 21\frac{1}{2} \text{ Egr.} \\ \hline 60 \mid 5 \end{array}$$

Hieraus folgt:

Nach dem Kettenansatz:

$$? \text{ Thlr.} = {}^{11}\text{sz B.}$$

$${}^5\text{sz B.} = 304 \text{ Ggr.}$$

$$\begin{array}{r} \text{sz} \quad \quad \quad \emptyset \\ 4 \quad \quad \quad 3 \end{array}$$

u. f. w. u. f. w.

„Hat das erste Glied der Angabe und das Frageglied einen Bruch, so nimmt man den Nenner des ersten Angabegliedes in das zweite Angabeglied, den Nenner des Fragegliedes in das erste Angabeglied, und rechnet dann wie mit ganzen Zahlen.“

11) $3\frac{4}{5}$ Ballen kosten 36 Thlr. 12 Ggr.; wie theuer sind $10\frac{5}{8}$ Ballen?

Ansatz und Berechnung.

$$3\frac{4}{5} \text{ B.} = 36 \text{ Thlr. 12 Ggr.}; \quad 10\frac{5}{8} \text{ Ball.}$$

$$\frac{19}{114} \quad \frac{876 \text{ Ggr.}}{4380} \quad \frac{65}{65}$$

$$114^{(6)}$$

$$4380^{(5)}$$

$$\frac{65}{24}$$

$$\boxed{284700 \text{ Gr.} = 2497 \text{ Gr.} = 104 \text{ thl. } 1\frac{2}{7} \text{ Gr.}}$$

Das heißt:

$$\frac{876 \times 65 \times 5}{1 \times 6 \times 19}$$

Nach dem Kettenansatz:

$$? \text{ Thlr.} = {}^0\text{sz B.}$$

$${}^{10}\text{sz B.} = 876 \text{ Ggr.}$$

$$24 \text{ Ggr.} \quad 1 \text{ Thlr.}$$

$$\frac{6}{5}$$

u. f. w. u. f. w.

c) Alle drei Glieder haben Brüche.

12) $\frac{3}{4}$ Klaftern Holz kosten $3\frac{1}{2}$ Thlr.; wie theuer sind $\frac{7}{8}$ Klaftern?

Hier schließt man: $\frac{7}{8}$ Klfr. kosten $(\frac{7}{8} \times \frac{3}{2} \text{ Thlr.}) : \frac{3}{4}$; die gibt folgende Formel:

$$\frac{7 \times 7 \times 4}{9 \times 2 \times 3} = \frac{196}{54} = 3\frac{1}{27} \text{ Thlr.}$$

Oder

Oder den Ansatz und die Berechnung:

$$\frac{3}{4} \text{ Rlfr.} = 3\frac{1}{2} \text{ Thlr.}; \frac{7}{8} \text{ Rlfr.}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 6 \\ 9 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \\ \hline 49 \\ 4 \end{array}$$

$$196 = 3\frac{1}{2} \text{ Thlr.}$$

$$\begin{array}{r} 34 \mid 17 \\ 54 \mid 27 \end{array}$$

Oder nach dem Kettenansatz;

? Thlr.

$\frac{7}{8}$ Rlfr.

$\frac{3}{4}$ Rlfr.

$\frac{7}{2}$ Thlr.

9

4

2

$$2 \times 9 \times 3 \mid 4 \times 7 \times 7 \text{ u. s. w.}$$

Hieraus folgt: „Sind in allen drei Gliedern Brüche, so nimmt man die Nenner aus dem 2ten Gliede der Angabe und aus dem Fragegliede in das 1ste Glied, den Nenner des 1sten Gliedes aber ins 2te, und rechnet dann damit, wie mit ganzen Zahlen.“

13) $52\frac{1}{2}$ Schock kosten 650 Thlr. $16\frac{7}{8}$ Egr.; wie theuer sind $36\frac{3}{4}$ Schock?

Man macht die 650 Thlr. $16\frac{7}{8}$ Egr. zu 8tel. Egr. und richtet die beiden gleichartigen Glieder ein. Dann ist die Rechnung wie oben:

$$\frac{156135 \times 147 \times 2}{8 \times 4 \times 105}$$

Oder:

$$52\frac{1}{2} \text{ Schck. f. } 650 \text{ Thlr. } 16\frac{7}{8} \text{ Egr.}; 36\frac{3}{4} \text{ Schck. ?}$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ 840^{(8)} \\ 3360^{(4)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 156135 \\ 312270^{(2)} \\ 147 \end{array}$$

$$147$$

$$45903690 = 13661 = 455 \text{ Thlr.}$$

$$\begin{array}{r} 265 \\ 336 \end{array}$$

$$14 \text{ Egr.}$$

d) Die gleichartigen Glieder sind ungleichnamig.

14) $42\frac{7}{8}$ Pfd. kosten 12 Thlr. $18\frac{1}{2}$ Sgr.; wie theuer sind $8\frac{3}{5}$ Ztr.?

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{r}
 42\frac{7}{8} \text{ Pfd.} = 12 \text{ Thlr. } 18\frac{1}{2} \text{ Sgr.}; \quad 8\frac{3}{5} \text{ Ztr.} ? \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 343 \\
 686 \quad (2)
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 757 \\
 946
 \end{array}
 \quad
 946 \text{ Pfund.} \\
 \hline
 716122 \text{ Sgr.} \\
 \quad (8 \quad 20) \\
 \hline
 | 5728976 = 8351 = 278 \text{ Thlr.} \\
 \quad 190 | 95 \quad 11 \text{ Sgr.} \\
 \quad 686 | 343
 \end{array}$$

15) 2 Ztr. 30 Pfd. $16\frac{2}{3}$ Loth kosten 150 Thlr. $22\frac{1}{4}$ Sgr.; wie theuer sind 8 Loth $2\frac{1}{4}$ Dth.

Hier sind gleichart., ungleichnamige Glieder bis auf Bruch; Quentchen aufzulösen.

$$\begin{array}{r}
 2 \text{ Ztr. } 30 \text{ Pfd. } 16\frac{2}{3} \text{ Lth.} = 150 \text{ thl. } 22\frac{1}{4} \text{ Gr.}; \quad 8 \text{ Lth. } 2\frac{1}{4} \text{ D.} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 64135 \text{ Dth.} \\
 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 14491 \text{ Sgr.} \\
 4
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 145 \text{ Dth.} \\
 4
 \end{array}
 \end{array}$$

Also:

29

$$\begin{array}{r}
 14491 \times 148 \times 2 = 421239 \text{ Sgr.} = 4\frac{10}{10} \frac{77}{26} \frac{5}{16} \text{ Sgr.} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 4 \\
 2
 \end{array}
 \times 4 \times 64135 = 102616 \\
 \quad 12827
 \end{array}$$

Wir schließen hier mit den Musterbeispielen der Regeldetri mit Brüchen. Zur Übung und Befestigung in der Berechnung dieser an sich nicht leichten Aufgaben können die „Aufgaben zum Zifferrechnen 3. Heft 3. Übung Zahl 2.“ benutzt werden. Der Lehrer halte bei vielen Aufgaben darauf, daß sich die Kinder der Gründe ihres Verfahrens deutlich bewußt sind und dieselben angeben können; sie müssen nämlich jede Aufgabe in eine Bruch-Multiplikation zu verwandeln wissen, wie wir dies ebenfalls als Beispiel zur Nachahmung in obigen Berechnungen gethan haben. — Bei keiner Rechnung artet das Verfahren so leicht in Mechanismus aus, als bei der Regeldetri mit Brüchen. Es

soll auch dieses Rechnen zwar bis zur größten Fertigkeit gesteigert werden, aber die Schüler müssen mit dem „Warum“ ihres Verfahrens ganz vertraut sein, so daß sie sich und Andern Rechenschaft davon zu geben im Stande sind, und nicht bloß Rechnen für die Schulzeit, sondern für ihre ganze Lebenszeit gelernt haben. — Dieß wird aber nur der Fall sein, wenn der Lehrer bei den verschiedenartigsten Aufgaben, womit jede Uebung zu beschließen ist, durch Fragen zu erforschen sucht, ob die Schüler auch gründlich rechnen. Wir haben bisweilen, um hierin nicht fehlerzugehen, von einzelnen Schülern Aufgaben nach bestimmten Bedingungen selbst bilden und an der Wandtafel unter sich entwickeln lassen, wobei einer den Lehrer spielte und an seine Mitschüler Fragen richtete. Je geschickter er fragte und je tüchtiger seine Mitschüler antworteten, desto triftiger war der Beweis für uns von der Gründlichkeit unsers Verfahrens und der Arbeiten unserer Schüler.

Fortsetzung der Nebenübungen dieser Stufe.

Zweite Nebenübung.

Aufgaben aus der Regelbetri in verschiedenen Ausdrucksformen, und Berechnung einiger kaufmännischen Rechenaufgaben.

A. Regelbetri-Aufgaben in verschiedenen Ausdrucksformen.

§. 167.

Aufgaben verschiedener Art und in mancherlei Verknüpfungen.

Von den folgenden Aufgaben hat jede eine andere Form, nach denen noch eine Menge ähnlicher Beispiele gebildet werden können.

1) Ein Herr kauft Vier Ellen Tuch zu einem Rock, und zahlt dafür so viel, als seine Frau für 12 Ellen Zeug zu einem Kleide, wovon 3 Ellen zwei Thaler 15 Sgr. kosten; wie theuer ist 1 Elle Tuch?

Antw.: 2 Thlr. 15 Sgr.; denn wenn 3 Ellen Zeug 2 Thlr. 15 Sgr. kosten, so beträgt's für 1 Elle $\frac{2}{3} \times 2$ Thlr. 15 Sgr. = 25 Sgr.; 12 Ellen kosten also 12×25 Sgr. = 10 Thlr. So viel kosten auch 4 Ellen Tuch; folglich kostet 1 Elle $\frac{1}{4} \times 10$ Thlr. = $2\frac{3}{4}$ Thlr. = 2 Thlr. 15 Sgr. — Eine Elle Tuch kostet also gerade so viel als drei Ellen Zeug; sie ist folglich 3 Mal so theuer.

2) Ein Gutsbesitzer hatte für verkauftes Getreide eingenommen 120 Thlr. 20 Sgr. Er kaufte von dem Gelde seiner Frau ein Kleid für 25 Thlr. $12\frac{3}{4}$ Sgr., wozu 15 Ellen erforderlich waren; seinen beiden Töchtern jeder 12 Ellen zu einem Ueberrocke, welche eben so viel kosteten. Um wie viel ist die Elle Zeug zu dem Kleide der Mutter theurer oder wohlfeiler als die zu den Ueberrocken der beiden Töchter, und wie viel behielt der Vater von dem Gelde noch übrig, wenn er davon noch 35 Thlr. 20 Sgr. Steuern zahlte?

Antw.: a) bleiben übrig: 34 Thlr. $4\frac{1}{2}$ Sgr.; b) $19\frac{23}{32}$ Sgr. ist der Unterschied beider Ellenpreise; denn das Kleid und die Ueberrocke kosten zusammen 50 Thlr. $25\frac{3}{4}$ Sgr.; dazu die Steuern 35 Thlr. 20 Sgr., gibt die Summe 86 Thlr. $15\frac{1}{2}$ Sgr.; es bleiben also von 120 Thlr. 20 Sgr. noch übrig: 34 Thlr. $4\frac{1}{2}$ Sgr. 15 Ellen Zeug kosten so viel als 24 Ellen (2×12 Ellen zu den Ueberrocken); wenn 15 Ellen 25 Thlr. $12\frac{3}{4}$ Sgr. kosten, so macht's für 1 Elle $\frac{5}{3} \times 25$ Thlr. = $12\frac{3}{4}$ Sgr. = 1 Thlr. $20\frac{3}{4}$ Sgr.; wenn 24 Ellen 25 Thlr. $12\frac{3}{4}$ Sgr. kosten, so macht's für 1 Elle $\frac{5}{6} \times 25$ Thlr. $12\frac{3}{4}$ Sgr. = 1 Thlr. $13\frac{3}{4}$ Sgr. Um den Unterschied beider Ellenpreise zu finden, muß man 1 Thlr. $13\frac{3}{4}$ Sgr. abziehen von 1 Thlr. $20\frac{3}{4}$ Sgr., bleibt $19\frac{23}{32}$ Sgr.; um so viel ist die Elle des Zeuges für die Mutter theurer.

3) Henriette hatte ihrer Mutter von 3 Pfund Rosinen,

die 1 Thlr. 20 Ggr. kosteten, 12 Loth genascht. Zur Strafe mußte sie die Mäscherei aus ihrer Sparbüchse bezahlen; sie hatte darin so viel, daß sie nach Abzug des Strafbetrages noch hätte $\frac{3}{4}$ Pfd. Rosinen bezahlen können. Wie groß war die Summe ihres Spargeldes?

Antw.: 16 Ggr. 6 Pf.; denn 1 Pfd. kostet $\frac{2}{3} \times 1$ Thlr. 20 Ggr. = $14\frac{2}{3}$ Ggr.; 12 Loth = $\frac{1}{2}$ Pfd.; diese kosten $\frac{2}{3}$ Mal $14\frac{2}{3}$ Ggr. = $5\frac{1}{3}$ Ggr. = 5 Ggr. 6 Pf.; Henriette behielt noch so viel in der Sparbüchse, daß sie hätte $\frac{3}{4}$ Pfd. bezahlen können: $\frac{3}{4} \times 14\frac{2}{3}$ Ggr. = 11 Ggr.; sie hatte also in der Sparbüchse 16 Ggr. 6 Pf.

4) Friedrich verkaufte 3 Mltr. Weizen und bekam für 2 Schfl. Weizen so viel als für 5 Schfl. Hafer, à 20 Ggr. 10 Pf. Da aber unter dem Weizen etwas ausgewachsen war, so ließ der Verkäufer an jedem Scheffel $1\frac{1}{2}$ Mß. fallen; wie viel wurde nur gezahlt?

Antw.: 56 Thlr. 6 Ggr. $2\frac{3}{4}$ Pf.;

denn wenn 1 Schfl. Hafer 20 Ggr. 10 Pf. kostet, so kosten 5 Schfl. 5×20 Ggr. 10 Pf. = 3 Thlr. 14 Ggr. 2 Pf. Da dies der Preis von 2 Schfl. Weizen ist, so kostet 1 Schfl. $\frac{1}{2} \times 3$ Thlr. 14 Ggr. 2 Pf. = 1 Thlr. 22 Ggr. 1 Pf. Es wurden 3 Mltr. oder 36 Schfl. verkauft; da aber von jedem Schfl. $1\frac{1}{2}$ Mß. abgehen, zusammen also 3 Schfl. 6 Mß., so durften nur 32 Schfl. 10 Mß. bezahlt werden: 32×1 Thlr. 22 Ggr. 1 Pf. = 55 Thlr. 16 Ggr. 8 Pf. Dazu kommt noch der Preis von 6 Mß. Wenn 1 Schfl. 1 Thlr. 22 Ggr. 1 Pf. kostet, so kostet die Meße $\frac{1}{8}$ Mal 1 Thlr. 22 Ggr. 1 Pf. = 3 Ggr. $3\frac{1}{8}$ Pf.; 6 Mß. kosten also 6×3 Ggr. $3\frac{1}{8}$ Pf. = 19 Ggr. $6\frac{3}{8}$ Pf., zusammen 56 Thlr. 6 Ggr. $2\frac{3}{4}$ Pf. 10 Mß.

5) Ewald verkaufte 100 Ellen Band, und 4 Ellen kosteten 2 Ggr. 8 Pf.; desgleichen 64 Ellen, von welchen 4 Ellen 6 Ggr. galten. Zuletzt verkaufte er noch 45 Ellen, von denen ihm 9 Ellen mit einem Gulden bezahlt wurden. Wie viel Geld löste er?

Antw.: 9 Thlr. 6 Ggr. 8 Pf.; denn wenn 4 Ellen 2 Ggr. 8 Pf. kosten, so machen 100 Ellen 25 Mal

2 Egr. 8 Pf. = 2 Thlr. 16 Egr. 8 Pf. Wenn 4 Ellen 6 Egr. kosten, so macht's für 64 Ellen 16 Mal 6 Egr. = 96 Egr. = 4 Thlr.; wenn 9 Ellen 1 Gulden kosten, so gelten 45 Ellen 5×1 Gulden = 5 Gulden = 3 Thlr. 8 Egr.; zusammen also 9 Thlr. 16 Egr. 8 Pf.

Man kann eine Reihenfolge von Aufgaben bilden, die in einem gewissen Zusammenhange mit einander stehen oder in denen Eines in das Andere gezogen wird, wie folgendes Beispiel zeigen mag:

6) Wenn 4 Pfd. einer Waare 11 Thaler kosten, so gelten 9 Pfd. $9 \times \frac{11}{4}$ Thlr. = $24\frac{3}{4}$ Thlr. Muß man für 9 Pfd. $24\frac{3}{4}$ Thlr. zahlen, so macht's für 13 Pfd. (= 4 Pfd. + 9 Pfd.) $24\frac{3}{4}$ Thlr. + 11 Thlr. = $35\frac{3}{4}$ Thlr. oder (da 13 Pfd. 3×4 Pfd. + 1 Pfd. sind) 3 Mal 11 Thlr. + $1 \times \frac{11}{4}$ Thlr. = $2\frac{3}{4}$, zusammen $35\frac{3}{4}$ Thlr. — Würde nun gefragt, was 56 Pfd. kosten, so würde man (da 56 Pfd. 14×4 Pfd. sind) 14×11 Thlr. = 154 Thlr. geben müssen, oder auch (da $56 = 4 \times 13 + 4$) 4 Mal $35\frac{3}{4}$ Thlr. + 11 Thlr. = 154 Thlr. — Fragen wir nun nach Belieben weiter, z. B. wie viel man für 300 Thlr. erhält, wenn für 11 Thlr. 4 Pfd. geliefert werden, so wird man (da 300 Thlr. = $27\frac{3}{4}$ Mal 11) auch $27\frac{3}{4}$ Mal 4 Pfd. erhalten, = $109\frac{3}{4}$ Pfd., oder (da 300 Thlr. = 2×154 Thlr. weniger 2×4 Thlr. sind) 2×56 Pfd. = 112 Pfd., weniger so viel Pfd. als man für 8 Thlr. bekommt, nämlich $2\frac{3}{4}$ Pfd., 112 Pfd. weniger $2\frac{3}{4}$ Pfd. = $109\frac{3}{4}$ Pfd. — Wie viel bekäme man für 300 Thlr., wenn die Waare um $\frac{1}{7}$ wohlfeiler wäre, also 1 Pfd. nicht $\frac{11}{4}$ Thlr., sondern $\frac{10}{4}$ Thlr. kosteten? da 300 Thlr. = 30×10 , so würde man 30×4 Pfd. = 120 Pfd. bekommen. — Wie viel kosten unter dieser Bedingung 4 Loth? Die Antwort hierauf ist $9\frac{3}{4}$ Egr.; denn da 4 Loth der 8. Theil vom Pfd. sind und diese $\frac{11}{4}$ Thlr. kosten, so gelten 4 Loth $\frac{11}{4} \times \frac{1}{2}$ Thlr. = $\frac{11}{8}$ Thlr. oder $9\frac{3}{4}$ Egr. — Wie viel ist für 22 Loth zu zahlen? Antw.: $5\frac{1}{2}$ so viel als für 4 Loth, weil 22 Loth = $5\frac{1}{2}$ Mal 4 Loth; $5\frac{1}{2}$ Mal $9\frac{3}{4}$ Egr. = 1 Thlr. $21\frac{3}{8}$ Egr. — 22 Pfd. würden 32 Mal 1 Thlr., $21\frac{3}{8}$ Egr. kosten; 32×1 Thlr. = 32 Thlr., 32×21 Egr. = 672 Egr., 12 Egr., $32 \times \frac{3}{8}$ Egr. = 9×2 Egr. = 18 Egr.;

zusammen 55 Thlr. — 110 Pfd. (= 1 Str.) kosten 5×55 Thlr. = 275 Thlr., 100 Str. kosten 27500 Thlr. — Wie viel kosten 2 Stein? Antw.: 2 Mal so viel als 22 Pfd. (weil 1 St. = 22 Pfd.), nämlich 110 Thlr. — In wie viel Theile würden zwei Stein zerlegt werden müssen, wenn jeder Theil = $5\frac{1}{2}$ Thlr.? Antw.: in 20 gleiche Theile; denn so oft $5\frac{1}{2}$ Thlr. (= 1 Theil) in 110 Thlr. (dem Preise von 2 Stein) enthalten sind, in so viel gleiche Theile zerfallen die 2 Stein; nun sind $5\frac{1}{2}$ Thlr. = $\frac{11}{2}$ Thlr. und 110 Thlr. = $22\frac{1}{2}$ Thlr., $\frac{11}{2}$ Thlr. in $22\frac{1}{2}$ Thlr. ist 20 Mal enthalten, also 20 Theile? — Wie groß ist jeder Theil? Antw.: $2\frac{1}{2}$ Pfd.; denn 2 St. = 44 Pfd., $\frac{1}{20}$ von 44 Pfd. = $2\frac{1}{2}$ Pfd. — In wie viel Theile würden 2 Stein zerfallen, wenn jeder Theil = $7\frac{1}{2}$ Sgr.? Antw.: 440 Theile; denn $7\frac{1}{2}$ Sgr. = $\frac{15}{2}$ Sgr.; da 2 St. = 100 Thlr., so müssen sie in so viel Theile zerlegt werden, als $\frac{15}{2}$ Sgr. in 110 Thaler n enthalten sind; $\frac{15}{2}$ Sgr. sind in einem Thaler oder $\frac{5}{2}$ Sgr. 4 Mal enthalten; in 110 Thlr. also $110 \times 4 = 440$ Mal; also in 440 Theile. — Wie viel beträgt 1 Theil? Antw.: $3\frac{1}{2}$ Loth; denn 2 Stein = 44 Pfd. = 1408 Loth, $\frac{1408}{440}$ von 1408 Loth = $3\frac{1}{2}$ Loth. — Wie viel Porzionen können gemacht werden, wenn jede $22\frac{1}{2}$ Sgr. werth ist? Antw.: 146 $\frac{2}{3}$ Porz.; denn $22\frac{1}{2}$ Sgr. ist 3 Mal $7\frac{1}{2}$ Sgr. Wenn die Porzion $7\frac{1}{2}$ Sgr. kostet, so können deren 440 gemacht werden; da sie aber 3 Mal so theuer ist, so kann auch nur der 3. Theil von 440 Porzionen gemacht werden, $\frac{1}{3} \times 440 = 146\frac{2}{3}$ Porzionen. — Wie viel Porzionen Kaffee können aus zwei Stein gemacht werden, wenn man zu jeder $1\frac{1}{2}$ Loth nimmt? Antw.: 938 $\frac{2}{3}$ Porz.; denn aus 1 Pfd. können 21 $\frac{1}{2}$ Porzion gemacht werden, weil $1\frac{1}{2}$ Loth in 1 Pfd. 21 $\frac{1}{2}$ Mal enthalten ist; aus 44 Pfd. also $44 \times 21\frac{1}{2}$ Porz. = 938 $\frac{2}{3}$ Porzionen. — Wie lange würde eine Familie von 6 Personen damit reichen, wenn eine Familie von 4 Personen $1\frac{1}{2}$ Jahre reicht? Antw.: 1 Jahr; denn wenn 4 Pers. $1\frac{1}{2}$ Jahr reichen, so würde 1 Person $4 \times 1\frac{1}{2}$ Jahr = 6 Jahre reichen; 6 Personen aber nur den 6. Theil von 6 Jahren, oder 1 Jahr. — Wie hoch käme die Porzion, wenn das Pfund gedraunter Kaffee mit 10 Sgr. bezahlt wird? Antw.: 6 $\frac{2}{3}$ Pf.; denn wenn das Pfd. 12 Sgr. kostet, und 1 Porzion = $1\frac{1}{2}$ Loth, so ist zu berechnen, wie theuer 1 Loth ist = $\frac{1}{3}$ von 144 Pfennig = $4\frac{2}{3}$ Pf., $\frac{1}{2}$ Loth

Postet 2 $\frac{1}{2}$ Pf., zusammen 6 $\frac{3}{4}$ Pfennige. — Hiemit wollen wir die Aufgabe schließen. —

Der Lehrer möge die Ausführung dieses Beispiels wieder nur als Andeutung ansehen und die Ueberzeugung gewinnen, daß durch solche Verbindungen, Zueinanderziehungen verschiedenartiger Aufgaben wahre Kopfrechner gebildet werden. Es wird nothwendig sein, daß sich der Lehrer auf solche Aufgaben besonders vorbereite, für sich zu Hause durchrechne, und auf mancherlei Verkettungen einzelner Berechnungen sinne, um sie in der Schule sinnvoll zu behandeln. Ist er ein erfindungsreicher Mann, so wird er der Sache ein anziehendes Gewand zu geben wissen, z. B. durch die Erzählungsform. — Zu schwer ist dieß gerade nicht für den, der mit den verschiedenen Lebensverhältnissen und seinen Bedürfnissen nur einigermaßen vertraut ist. Hauptsache bleibt jedoch hier die Anwendung der möglichsten Vortheile in der Berechnung, das Schnellrechnen und die Verbindung der verschiedenartigsten Rechnungsfälle — bald die Anwendung der Multiplikation, bald des Addirens, bald des Dividirens, bald des Abziehens, bald der Regeldetri u. s. w. u. s. w. — Im Ganzen entspricht dieses Rechnen denjenigen Sen unserer Anweisung, in denen wir, eine Zahl vielseitig aufzufassen, gelehrt haben, z. B. S. 103. und andere.

Zu folgenden Beispielen mag der Lehrer selbst die Berechnung machen.

7) Neun Menschen, Männer und Weiber, verzehrten mit einander 11 Thlr. 6 Sgr. Der Mann bezahlte 5 Mal den 3ten Theil von 24 Sgr. und das Weib 8 Mal den 3ten Theil von 12 Sgr. Wie viel Männer und wie viel Weiber waren es?

8) Ein Herr hat in zwei Beuteln Geld. Der 16. Theil des Geldes, das er im 1. Beutel hat, ist der 18. Theil seines Geldes im 2. Beutel. Sieben Mal den 9. Theil seines Geldes im 2. Beutel gibt er für 6 Ellen Tuch aus. Ein Anderer, welcher 4 Ellen um den nämlichen Preis kaufte, muß dafür 28 Thlr. 20 Sgr. bezahlen. Wie viel Geld hat jener Herr in den zwei Beuteln?

9) Ein Kaufmann schickte einen Handlungsdiener auf eine Reise, und versprach ihm für den Tag 3 Thlr. 10 Sgr. Die Reise sollte er in 15 Tagen machen und dafür bezahlt werden, wenn er sie auch in kürzerer Zeit machte. Der Handlungsdiener eilte, so sehr er konnte, und machte diese Reise in $4 \times$ dem 5. Theile der bestimmten Zeit. Bei seiner Zurückkunft empfing er sein Tagegeld auf 15 Tage, und davon blieben ihm noch 9 Gulden. Wie viel hat er des Tags mehr verzehrt, als ihm für den Tag bestimmt war?

10) Fritz und Karl bekamen allemal am ersten Tage des Monats von ihrem Vater ihr Taschengeld, und zwar Einer so viel wie der Andere. Fritz gab täglich von seinem Taschengelde $3\frac{1}{2}$ Sgr. aus, und so reichte er gerade 16 Tage damit. Karl hingegen gab täglich weniger als sein Bruder weg, und solchergestalt nahm sein Geld erst nach 24 Tagen ein Ende. Wie viel gab er täglich weniger als sein Bruder aus?

11) Frau P. brachte zu dem Weber R. Garn', und verlangte von ihm, daß er ihr 100 Ellen Leinwand machen sollte. Zu 100 Ellen, sagte R., fehlen 5 Stráhn. Nun so werden doch 80 Ellen daraus, antwortete P., und es bleiben noch 3 Stráhn übrig. Wie viel Stráhn sind es, und wie viel Ellen gibt der Stráhn?

12) B. L. und W. draschen auf dem Freigute um den 12. Scheffel. Ein Mal hatten sie 5 Mltr. $7\frac{1}{2}$ Schfl. Weizen gedroschen. Wie viel gehörte Jedem von dem 12. Theile des ausgedroschenen Weizens, da B. 6 Megen mehr bekam als L., und L. wieder 6 Mh. mehr als W. Und wie viel verdient Jeder dabei, da 3 Schfl. gerade 16 Thlr. kosten?

V. Berechnung einiger kaufmännischen Rechnungsaufgaben.

§. 168.

Erklärung einiger kaufmännischen Ausdrücke.

Der Kaufmann ist ein Mann, welcher kauft und verkauft, um davon zu leben. Sein Gewerbe, welches im Austausch oder im Verkauf von Waaren besteht, nennt er

den Handel. Dieser richtet sich theils auf inländische, theils auf ausländische Natur, oder Kunsterzeugnisse. Die Handelswaare wird in Fässer, Ballen, Kisten u. s. w. gepackt und versendet. Die damit verbundenen Kosten heißen Sendungskosten oder Spesen. Die Waare, mit Inbegriff des Packguts (Emballage), nennt der Kaufmann Brutto; das Gewicht des Gefäßes, Kiste, Fass u. s. w., überhaupt die Emballage, heißt Tara; das Gewicht der Waare allein heißt Netto. Nettogewicht heißt reines Waarengewicht; Nettopreis ist reiner Verkaufspreis, wo kein anderer Abzug stattfinden kann. — Justi heißt die verdorbene, durch die Versendung wenig brauchbar gewordene Waare, die der Käufer um einen geringern Preis verkaufen muß.

§. 169.

Berechnung der Tara aus dem Brutto und Netto; ferner: Berechnung des Netto aus dem angegebenen Brutto und der Tara u. s. w.

Diese Rechnung ist ganz einfach und leicht; z. B.:

1) Einer erhält ein Fass Butter, an Gewicht 4 Stein 16 Pfd. Die Rechnung zeigt, daß die Butter allein (netto) nur 3 Stein 20 Pfd. beträgt; wie groß ist das Gewicht des Fasses (Tara)?

Antw.: Beträgt die ganze Sendung 4 Stein 16 Pfd., und die Butter allein nur 3 Stein 20 Pfd., so muß die Tara = 18 Pfd.

„Man zieht also das Netto vom Brutto ab, der Rest gibt die Tara.“

Schriftlich: Brutto = 4 Stein 16 Pfd.

Netto = 3 — 20 —

Tara = 1 Stein 18 Pfd.

2) Ein Kaufmann erhält ein Packet seidene Zeuge, mit einer Rechnung von 126 Thlr. 15 Sgr.; hiebei ist zugleich die Emballage (Tara) mitgerechnet, welche 1 Thlr. 4 Sgr. beträgt; was kostet die Waare allein (netto)?

Antw.: Die Waare muß 126 Thlr. 15 Sgr. weniger 1 Thlr. 4 Sgr. kosten, = 125 Thlr. 11 Sgr.

„Man zieht also die Emballage vom Brutto ab; der Rest gibt das Netto.“

Schriftlich: Brutto 126 Thlr. 15 Sgr.

Emballage 1 — 4 —

Netto 125 Thlr. 11 Sgr.

3) Ein Anderer erhält an reiner Waare (netto) 16 Ztnr. 20 Pfd., die Emballage beträgt 100 Pfd.; wie groß ist das Gewicht beider (Brutto)?

Antw.: Das Netto = 16 Ztnr. 20 Pfd., die Tara 100 Pfd., beide zusammen geben das Brutto 17 Ztnr. 10 Pfd.

Man addirt also das Netto zur Tara, die Summe giebt das Brutto.

Schriftlich: Netto 16 Ztnr. 20 Pfd.

Tara „ — 100 —

(1)

Brutto 17 Ztnr. 10 Pfd.

Dies sind ganz leichte und bloße Subtraktions- und Additions-Aufgaben. Nicht so leicht sind folgende Berechnungen.

§. 170.

Berechnung des Gewinnes und Verlustes.

Die Gewinn- und Verlustrechnung lehrt uns den beim Einkauf oder Wiederverkauf gehalten Gewinn oder Verlust berechnen. Gewinn hat man, wenn man die Waare theurer verkauft, als man sie selbst eingekauft hat; Verlust, wenn man die Waare um einen geringern Preis verkauft, als man sie selbst eingekauft hat. Einkaufspreis, Verkaufspreis, Gewinn und Verlust sind also die vier Dinge, die bei dergleichen Berechnungen in Betracht kommen, wovon jedoch in einer Aufgabe nur drei vorkommen können, da aus dem Einkaufspreis und Verkaufspreise entweder bloß der Gewinn, oder bloß der Verlust zu berechnen ist. Beim Einkaufspreis werden, außer dem baaren Gelde, welches der Käufer dem Eigenthümer für die Waare bezahlen muß, auch noch alle Sendungskosten (Spesen) in Anrechnung gebracht

und beim Wiederverkauf zum Ganzen geschlagen. Soll man den Gewinn aus dem Einkaufspreis und Verkaufspreis finden, so zieht man den kleinern Einkaufspreis von dem größern Verkaufspreise ab; der Rest giebt den Gewinn an; z. B.:

1) Jemand kauft 45 Ellen Spitzen, und giebt für 1 Elle 3 Thlr. 15 Sgr.; man verkauft sie wieder, und bekommt im Ganzen dafür 180 Thlr. 20 Sgr. Wie viel daran Gewinn?

Aufl.: 45 Ellen, à 3 Thlr. 15 Sgr., = $45 \times 3\frac{1}{2}$ Thlr. = 157 $\frac{1}{2}$ Thlr. (Einkaufspreis); der Verkaufspreis = 180 Thlr. 20 Sgr.; ich ziehe also 157 $\frac{1}{2}$ Thlr. ab von 180 $\frac{1}{2}$ Thlr. = 23 Thlr. 5 Sgr.

Man könnte jetzt den Gewinn einer Elle berechnen lassen; diesen findet man, wenn man 23 Thlr. 5 Sgr. durch 45 dividirt; 23 Thlr. 5 Sgr. = 695 Sgr.; 45 in 695 Sgr. = 15 $\frac{1}{3}$ Sgr.

Schriftlich: 1 Elle = 3 Thlr. 15 Sgr.; $(45 \times 45 \text{ Ellen?})$
 $\frac{157 \text{ Thlr. } 15 \text{ Sgr. (Einkaufspreis)}}{180 \text{ Thlr. } 20 \text{ Sgr. (Verkaufspreis)}}$
 $\frac{157 \text{ — } 15 \text{ — (Einkaufspreis)}}{23 \text{ Thlr. } 5 \text{ Sgr. (Gewinn überhaupt)}}$
 45) $\frac{\text{Thlr. } 15\frac{1}{3} \text{ Sgr. (Gewinn von 1 Elle).}}{\text{Thlr. } 15\frac{1}{3} \text{ Sgr. (Gewinn von 1 Elle).}}$

Auf ähnliche Art berechnet man den Verlust, indem man den kleinern Verkaufspreis von dem größern Einkaufspreis abzieht; der Rest gibt den gesuchten Verlust; z. B.:

2) Ein Kaufmann erhält 15 Sten Zucker (à 22 Pfd.); er bezahlt dafür für den Zucker allein (Netto) 165 Thlr. 24 Sgr.; die Sendungskosten betragen überhaupt 12 Thlr. 12 $\frac{1}{2}$ Sgr.; durch besondere Umstände veranlaßt, muß er das Pfd. für 12 Sgr. 8 Pf. verkaufen. Wie groß ist der Verlust?

Aufl.: Der Kaufmann erhält 330 Pfd. Zucker für 165 Thlr. 24 Sgr. + 12 Thlr. 12 $\frac{1}{2}$ Sgr., also = 178 Thlr. 6 $\frac{1}{2}$ Sgr. Verkauft er das Pfd. für 12 Sgr. 8 Pf., so bekommt er dafür nur 39 Thlr. 10 Sgr.; denn 8 Pf. = $\frac{2}{3}$ Sgr.; $330 \times \frac{2}{3} \text{ Sgr.} = 220 \text{ Sgr.}$

$= 220 \text{ Sgr.} = 7 \text{ Thlr. } 10 \text{ Sgr.}; 12 \text{ Sgr.} = \frac{2}{3} \text{ Thlr.},$
 $330 \times \frac{2}{3} \text{ Thlr.} = 220 \text{ Thlr.} = 132 \text{ Thlr.};$ hierzu 7
 Thlr. 10 Sgr. $= 139 \text{ Thlr. } 10 \text{ Sgr.}$ (Verkaufs-
 preis); diesen ziehe ich von 178 Thlr. $6\frac{1}{2} \text{ Sgr.}$ ab,
 $= 38 \text{ Thlr. } 26\frac{1}{2} \text{ Sgr.}$ (Verlust).

Schriftlich: 1 Pfd. 12 Sgr. 8 Pf.; 15 Stein?
 $\frac{139 \text{ Thlr. } 10 \text{ Sgr. } 8 \text{ Pf.}}{(\text{Verkaufspreis})}$ $\frac{330}{22}$
 330 Pfd.

165 Thlr. 24 Sgr. (Nettopreis)
 $+ 12 \text{ — } 12\frac{1}{2} \text{ — } (\text{Sendungskosten})$
 $\frac{178 \text{ Thlr. } 6\frac{1}{2} \text{ Sgr. (f. Einkaufspreis)}}$
 $\frac{- 139 \text{ — } 10 \text{ — } (\text{Verkaufspreis})}{38 \text{ Thlr. } 26\frac{1}{2} \text{ Sgr. (Verlust).}$

Soll man den Einkaufspreis aus dem angegebenen Verkaufspreise und Gewinne finden, so ziehe man den Gewinn vom Verkaufspreise ab; der Rest gibt den Einkaufspreis; z. B.:

3) Ein Weinschent verkauft 6 Eimer Wein (à 60 Quart) für $194\frac{2}{3} \text{ Thlr.}$; er gewinnt daran 52 Thlr. 12 Sgr.: wie theuer hat er selbst das Quart Wein gekauft, und wie viel gewinnt er an einem Quart?

Aufl.: 6 Eimer $= 360 \text{ Quart}$ kosten ihm überhaupt 142 Thlr., folglich kostet ihm das Quart $\frac{142}{360}$ von 142 Thlr. $= 11\frac{1}{2} \text{ Sgr.}$; der Verkaufspreis eines Quartes $= \frac{1}{360}$ von $194\frac{2}{3} \text{ Thlr.} = 16\frac{2}{3} \text{ Sgr.}$; folglich gewinnt er an einem Quart $4\frac{1}{3} \text{ Sgr.}$

Schriftlich: $194\frac{2}{3} \text{ Thlr. (Verkaufspreis)}$
 6 Eimer $52\frac{2}{3} \text{ — (Gewinn)}$
 $\frac{60}{360 \text{ Qrt.}}$ $\frac{142 \text{ Thlr. (Einkaufspreis)}}$
 $\frac{360}{: \text{Thlr. } 11\frac{1}{2} \text{ Sgr. (Einkspr. v. 1 Qrt.)}}$
 $\frac{194 \text{ Thlr. } 12 \text{ Sgr.}}{360}$
 $\frac{: \text{Thlr. } 16\frac{2}{3} \text{ Sgr. (Verkaufspreis v. 1 Qrt.)}}$
 Abzug $\frac{11\frac{1}{2} \text{ Sgr. (Einkaufspreis v. 1 Qrt.)}}$
 $\frac{4\frac{1}{3} \text{ Sgr. (Gewinn v. 1 Qrt.)}}$

Soll man aber den Einkaufspreis aus dem gegebenen Verkaufspreise und Verluste finden, so muss man den Verlust und Verkaufspreis addis

ren; die Summe gibt den gesuchten Einkaufspreis; z. B.:

4) Jemand verliert an 60 Pfd. Tabak 3 Thlr. 16 Sgr. Wenn er das Pfd. für 12 Sgr. verkauft, wie hoch hat er das Pfd. eingekauft?

Aufl.: Wenn man an 60 Pfd. 3 Thlr. 16 Sgr. verliert, so verliert man an einem Pfd. den 60sten Theil von 3 Thlr. 16 Sgr., = 106 Sgr., $\frac{7}{10}$ von 106 Sgr. = $13\frac{2}{3}$ Sgr. Wenn er nun das Pfd. für 12 Sgr. verkauft, und an jedem Pfunde $13\frac{2}{3}$ Sgr. Verlust hat, so muß er das Pfd. für $13\frac{2}{3}$ Sgr. eingekauft haben.

Schriftlich:

60 Pfd. = 3 Thlr. 16 Sgr.; 1 Pfd.?

$$\begin{array}{r}
 60) \quad 3 \text{ Thlr. } 13\frac{2}{3} \text{ Sgr. (Verlust v. 1 Pfd.)} \\
 \quad \quad 12 \text{ Sgr. (Verkaufspreis v. 1 Pfd.)} \\
 \hline
 \quad \quad 13\frac{2}{3} \text{ Sgr. (Einkaufspreis v. 1 Pfd.)}
 \end{array}$$

Will man den Verkaufspreis aus dem Gewinne und Einkaufspreise finden, so addirt man den Gewinn und den Einkaufspreis; die Summe ist der gesuchte Verkaufspreis; z. B.:

5) Wie theuer hat Herr O. 1 Buch Papier verkauft, wenn er für 3 Ballen 90 Rthlr. 18 Sgr. bezahlt hat, und nun an jedem Buch $1\frac{1}{2}$ Sgr. gewinnt?

Aufl.: 3 Ballen = 3×10 Rieß = 30 Rieß, = 30×20 Buch = 600 Buch; kosten 600 Buch 90 Thlr. 18 Sgr. = 2718 Sgr., so kostet 1 Buch $\frac{2718}{600}$ davon, = $4\frac{5}{6}$ Sgr., dazu $1\frac{1}{2}$ Sgr. = $6\frac{2}{3}$ Sgr.

Schriftlich:

3 Ballen = 90 Thlr. 18 Sgr.; 1 Buch?

$$\begin{array}{r}
 10 \quad 600) \quad 3 \text{ Thlr. } 4\frac{5}{6} \text{ Sgr. (Einkspr. v. 1 Buch)} \\
 \quad \quad 30 \text{ Rieß} \quad \quad 1\frac{1}{2} \text{ Sgr. (Gewinn an 1 Buch)} \\
 \quad \quad 2 \quad 0 \quad \quad \quad 6\frac{2}{3} \text{ Sgr. (Verkspr. v. 1 Buch)} \\
 \hline
 \quad \quad 600 \text{ Buch}
 \end{array}$$

Will man aber den Verkaufspreis aus dem Einkaufspreise und Verluste berechnen, so zieht man

legtern vom Einkaufspreis ab; der Rest gibe den gesuchten Verkaufspreis; z. B.:

6) Herr P. erhält 3 Stück Tücher: A von 42 Ellen, à 2 Thlr. 8 Sgr.; B von 60 Ellen, à 2 Thlr. 5 Sgr.; und C von 72 Ellen, à 1 Thlr. 20 Sgr. Er verliert beim Verkauf von A 8 Thlr. 10 Sgr., von B 15 Thlr. 10 Sgr., und von C an jeder Elle 5 Sgr. Es fragt sich, wie hoch er jede Elle verkauft hat?

Aufl.: Das erste Stück von 42 Ellen kostet ihm 98 Thlr.; er verliert daran 8 Thlr. 10 Sgr.: folglich hat er die Elle für 2 Thlr. $4\frac{2}{3}$ Sgr. verkauft. Der Verlust am 2ten Stück beträgt 15 Thlr. 10 Sgr.: folglich hat er die Elle um 1 Thlr. $27\frac{2}{3}$ Sgr. verkauft. Von dem 3ten Stück kostet ihm die Elle 1 Thlr. 20 Sgr.; verliert er an jeder Elle 5 Sgr., so muß er sie um 1 Thlr. 15 Sgr. verkauft haben.

Schriftlich:

42 Ellen = 8 Thlr. 10 Sgr.; 1 Elle?

42)	2 Thlr. $5\frac{2}{3}$ Sgr.	(Verlust v. 1 Elle)
A.	2 Thlr. 10 Sgr.	(Einkaufspreis)
	— $5\frac{2}{3}$ —	(Verlust)
	2 Thlr. $4\frac{2}{3}$ Sgr.	(Verkaufspreis)

60 Ellen = 15 Thlr. 10 Sgr.; 1 Elle?

B. 60)	2 Thlr. $7\frac{2}{3}$ Sgr.	(Verlust)
	2 Thlr. 5 Sgr.	(Einkaufspreis)
	— $7\frac{2}{3}$ —	(Verlust)
	1 Thlr. $27\frac{2}{3}$ Sgr.	(Verkaufspreis)

C.	1 Thlr. 20 Sgr.	(Einkaufspreis)
	— 5 —	(Verlust)
	1 Thlr. 15 Sgr.	(Verkaufspreis)

§. 171.

Fustirrechnung.

Etwas zusammengesetzter ist die Fustirrechnung. Hier muß man die schadhafte oder unreine Waare von der gesammten Waare abziehen, um die gute oder reine Waare zu erhalten; dann brechnet man den Preis der guten Waare und der schlechter besonders;

die Summe beider Preise gibt den Werth der gesammten Waare; z. B.:

1) Jemand kauft ein Packet mit Mandeln, an Gewicht überhaupt 80 Pfd.; der Sack oder die Emballage wiegt $1\frac{1}{2}$ Pfd.; man findet 3 Pfd. zerbrochene Mandeln (Fusti); wenn man nun das Pfd. gute Mandeln mit 12 Sgr., und das Pfd. schlechte mit 7 Sgr. bezahlt, wie theuer werden die Mandeln zusammen seyn?

Ausl.: Das Gewicht überhaupt = 80 Pfd.; der Sack allein aber wiegt 1 Pfd. 16 Loth; folglich die Mandeln allein nur 78 Pfd. 16 Loth; hierunter befinden sich zerbrochene Mandeln 3 Pfd., folglich gute Mandeln nur 75 Pfd. 16 Loth. Von den guten Mandeln kostet 1 Pfd. 12 Sgr.; überhaupt also 30 Thlr. 6 Sgr.; von den zerbrochenen aber nur 7 Sgr., 3 Pfd. also $3 \times 7 = 21$ Sgr.; zusammen also 30 Thlr. 27 Sgr.

Schriftlich: 80 Pfd. (Gewicht überhaupt)

$1\frac{1}{2}$ — (Emballage)

78 $\frac{1}{2}$ Pfd.

3 — (Fusti)

75 $\frac{1}{2}$ Pfd. (reine Waare)

1 Pfd. = 12 Sgr.; 75 $\frac{1}{2}$ Pfd.?

30 Thlr. 6 Sgr. (75 $\frac{1}{2}$)

30 Thlr. 6 Sgr.

(Preis der reinen Waare)

— 21 —

1 Pfd. = 7 Sgr.; 3 Pfd.?

30 Thlr. 27 Sgr.

21 Sgr. (Fustipreis) (Preis aller Wdln.)

Alle diese und ähnliche Aufgaben können noch zusammengefasst gestellt werden, wenn Brutto, Tara, Netto, Gewinn, Verlust und Fusti hineingebracht werden; z. B.:

2) Ein Kaufmann erhält vier Kisten Kaffee von gleicher Größe und Schwere, die zusammen 10 Zentner. 50 Pfd. wiegen und wovon jede Kiste allein 40 Pfd. wiegt und 20 Sgr. kostet. Der Fuhrmann verlangt à Zentner 3 $\frac{3}{4}$ Thlr.; die Steuern betragen à Zentner 2 Thlr. 12 Sgr. Der Kaffee allein kostet ihm 480 Thlr.; es findet sich aber darunter 80 Pfd. schadhaft gewordener Kaffee, den er nur für den Einkaufspreis verkauft. Es fragt sich: wie hoch ihm

ihm das Pfund vom ganzen Kaffee kommt, wenn er alle Sendungskosten dazu schlägt; ferner: wie theuer er den Kaffee verkaufen müßte, wenn er daran 220 Thlr. gewinnen will; wie theuer dann 1 Pfd. kommt, und wie viel er an jedem Pfunde gewinnt?

Berechnung.

10 Ztnr. 50 Pfd. = $10\frac{5}{11}$ Ztnr. $\times 3\frac{3}{4}$ Thlr.	
40 Pfd.	$\frac{115}{11} \times \frac{15}{4} = 17\frac{25}{44}$
4 20 Sgr.	
160 Pfd.	$17\frac{25}{44}$ thlr. = 39 thlr. 6 Sgr. $1\frac{7}{11}$ pf.
(Gewicht der Kisten) 2 Thlr. 20 Sgr.	(Fuhrlohn)
(Preis der Kist.) —	990 Pfd.
10 Ztnr. 50 Pfd. (Brutto)	80 —
1 — 50 — (Tara)	910 Pfd.
9 Ztnr. 50 Pfd. (Nettogew.)	543 thlr. 14 Sgr. $1\frac{7}{11}$ pf.
2 Thlr. 12 Sgr. $\times 9$	220 — — —
21 Thlr. 18 Sgr. (Steuern)	763 thlr. 14 Sgr. $1\frac{7}{11}$ pf.
39 — 6 — $1\frac{7}{11}$ Pf. (Fuhrlohn)	(Verkspr.)
2 — 20 — — — (Betrag der Kisten)	
480 — — — — (Nettopreis des Kaffees)	
543 Thlr. 14 Sgr. $1\frac{7}{11}$ Pf. (sämmil. Kostenbetrag)	
990) — Thlr. 16 Sgr. $5\frac{11}{18}\frac{10}{3}$ Pf. (Einkaufspr. à Pfd.)	
43 Thlr. 27 Sgr. $6\frac{2}{3}\frac{6}{3}$ Pf. (80) (Zustipreis)	
763. Thlr. 14 Sgr. $1\frac{7}{11}$ Pf.	
43 — 27 — $6\frac{2}{3}\frac{6}{3}$ — (Zusti)	
719 Thlr. 16 Sgr. $7\frac{2}{3}\frac{5}{3}$ Pf. (Guter Kaffee)	
910) — Thlr. 23 Sgr. $8\frac{1}{6}\frac{8}{5}\frac{2}{5}$ Pf. (Verkspr. à Pfd.)	
16 — $5\frac{1}{8}\frac{1}{8}\frac{6}{5}$ — (Einkfspr. à Pfd.)	
7 Sgr. $3\frac{1}{9}$ Pf. (Gewinn à Pfd.)	

§. 172.

Tauschrechnung oder Stichrechnung.

Vertauschen zwei Personen Waaren von verschiedener Art, oder auch Waaren von einerlei Art, aber von verschiedener Güte, gegen einander, so heißt die Vorschrift, welche diesen Tausch ohne Schaden für die tauschenden

Scholz Anweis. Th. II.

15

Personen berechnen lehrt, die Tauschrechnung; *)
z. B.:

1) A hat 36 Ellen Tuch, die Elle zu 2 Thlr. 20 Sgr., und will dieses an B gegen seine Leinwand, wovon die Elle $18\frac{1}{2}$ Sgr. kostet, vertauschen; wie viel Ellen Leinwand wird A für sein Tuch erhalten?

Aufl. Hier ist zweierlei zu thun: 1) die Berechnung des Tuches; kostet 1 Elle Tuch 2 Thlr. 20 Sgr. = $2\frac{2}{5}$ Thlr., so kosten 36 Ellen 96 Thlr.; dann hat man 2) zu berechnen, wie viel Ellen Leinwand, à $18\frac{1}{2}$ Sgr., er für 96 Thlr. bekommt: er erhält $155\frac{2}{3}$ Ellen.

$$1 \text{ Elle} = 2 \text{ Thlr. } 20 \text{ Sgr.}; \quad 36 \text{ Ellen?}$$

$$\underline{96 \text{ Thlr. } 0 \text{ Sgr.}} \quad (36$$

$$18\frac{1}{2} \text{ Sgr.} = 1 \text{ Elle}; \quad 96 \text{ Thlr. ?}$$

$$\underline{30}$$

$$18\frac{1}{2}) \underline{2880 \text{ Sgr.}}$$

$$155\frac{2}{3} \text{ Ellen Leinwand.}$$

2) Zwei Landwirthe wollen gegenseitig Korn gegen Gerste vertauschen: A hat 30 Wispel 15 Schfl. Korn, à Schfl. 2 Thlr. 2 Sgr. $10\frac{2}{3}$ Pf., und will dafür Gerste haben, wovon B den Schfl. à 1 Thlr. 16 Sgr. anrechnet; es fragt sich, wie viel Letzterer Jenem an Gerste geben muß?

Berechnung.

$$30 \text{ Wspl. } 15 \text{ Schfl.} \quad 2 \text{ Thlr. } 2 \text{ Sgr. } 10\frac{2}{3} \text{ Pf.}$$

$$24 \quad \times 735$$

$$735 \text{ Schfl. (Korn)} \quad 1540 \text{ Thlr.}$$

$$\underline{30} \quad \text{Schfl. Wspl. Schfl.}$$

$$1 \text{ thlr. } 16 \text{ sgr.} = 46 \quad 46 \text{ } 2.0.0 \text{ Sgr.} = 1004 = 41 \quad 20\frac{8}{3}$$

$$\underline{46184} \quad 984$$

$$\frac{19}{26} \frac{8}{3} \text{ Schfl. } 20\frac{8}{3} \text{ Schfl.}$$

*) Stich und Tausch, oder stehen und tauschen, oder Stich; u. Tauschrechnung, oder Stich; u. Tauschhandel, oder Baratthandel, sind gleichbedeutende Benennungen einer und derselben Sache. Man sticht (tauscht) Waare, wenn man Waare gegen Waare ein- oder verkauft; z. B. Kaffee gegen Zucker, Tuch gegen Leinwand oder andere Zeuge, u. s. w.

Erklärung. Zuerst verwandelt man 30 Wspl. 15 Schfl. in Schfl., = 735 Schfl.; berechnet dann aus der Preisangabe eines Scheffels den Werth von 735 Scheffeln, = 1540 Thlr. Will man nun wissen, wie viel Scheffel Gerste à 1 Thlr. 16 Sgr. man für die Summe von 1540 Thlr. erhält, so muß man sehen, wie oft jener Scheffelpreis in 1540 Thlr. enthalten ist, nämlich $100\frac{2}{3} \times = 41$ Wspl. $20\frac{2}{3}$ Schfl.

Es kommt beim Stich- und Tauschhandel auf die gegenseitige Uebereinkunft der Tauschenden an, wie hoch Beide ihre Waaren anschlagen, um einander nicht zu übervorteilen. Den Tauschenden steht nämlich das Recht zu, ihre Waaren im Stich (Tausch) höher als gegen gleich baare Bezahlung anzusetzen, weil alsdann dieses Geschäft wieder gewissen Unkosten bei Sendungen, Vermühungen und Gefahren unterworfen ist. Wie hoch Einer oder der Andere seine Waare gegen die Waare des Andern aufschlagen müsse, damit Keiner von Beiden zu kurz komme, läßt sich am bequemsten durch den Kettenatz berechnen. Z. B.:

A hat eine Partie Zucker à Str. gegen gleich baare Bezahlung für 40 Thlr. gekauft; soll er aber von dem Kaufmann B Kaffee für Bezahlung nehmen, so rechnet er den Str. Zucker um 3 Thlr. 10 Sgr. höher an, also 43 Thlr. 10 Sgr. Wenn nun der Kaufmann B seinen Kaffee gegen baare Bezahlung für 38 Thlr. 20 Sgr. verkauft, so fragt sich's: wie hoch soll er selbigen im Stich gegen jenen erhöhten Zucker anschlagen?

Verechnung.

? Thlr. im Stich = (38 Thlr. 20 Sgr.) kling. Geld.

$$\frac{216}{3} \text{ Thlr.}$$

40 Thlr. kling. G. = (43 Thlr. 10 Sgr.) im Stich.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \end{array} \quad \frac{43\frac{1}{3}}{130} \text{ Thlr.}$$

29

$$3 \times 3 = 9 \quad | \quad 13 \times 29 = 377 : 9 = 41\frac{8}{9} \text{ Thlr.}$$

d. h., B schlägt seinen Kaffee auf $41\frac{8}{9}$ Thlr. an.

15*

Erklärung. Die Aufgabe wird gelesen: Wie viel im Stuch geben 38 Thlr. 20 Sgr. kling. Geld, wenn 40 Thlr. kling. Geld. im Stuch 43 Thlr. 10 Sgr. ausmachen? Die ungleichbenannten Zahlen wurden in Brüche verwandelt: 38 Thlr. 20 Sgr. = $38\frac{2}{3}$ Thlr. = $11\frac{2}{3}$ Thlr., und 43 Thlr. 10 Sgr. = $43\frac{1}{3}$ Thlr. = $13\frac{1}{3}$ Thlr. Die Nenner in der Multiplikations-Säule wurden in die Divisions-Säule geschrieben, und dann 40 gegen 130 durch Wegstreichung der Nullen gekürzt; ferner 4 gegen 116 aufgehoben. Daraus entstand folgender Ansatz:

$$? = 0$$

$$3 = 13$$

$$3 = 29$$

Die Multiplikations-Säule gibt den Dividendus $13 \times 29 = 377$. Die Divisions-Säule gibt den Divisor $3 \times 3 = 9$. So viel Mal nun 9 in 377 enthalten ist, so hoch muß B seinen Kaffee anschlagen.

Nacherinnerung. Sollte Jemand mit Mißfallen bemerken, daß wir diesen kaufmännischen Rechnungen hier einen Platz angewiesen haben, so bitten wir, zu bedenken, daß Handel und Wandel jetzt mehr als sonst ins alltägige Leben eingreifen (ist nicht das dritte Haus in einer Stadt fast ein Kauf- oder Kramladen?), und daß es durchaus nothwendig scheint, die Schüler einer Stadtschule (Landschulen können diese Rechnung füglich übergehen) mit diesen Rechnungen früher als bis am Schlusse des ganzen Rechenunterrichts bekannt zu machen. Die Erweiterung dieser Uebung, z. B. die Berechnung des Gewinnes und Verlustes nach Prozenten u., findet man auf der 6ten Stufe, bei der Zinsrechnung. Beispiele zur Uebung findet der Lehrer im 2ten Hest der Aufgaben zum Zifferrechnen, 5te Uebung, S. 88—94.

A. Fortsetzung der Hauptübungen.

Neunte Hauptübung.

Raumberechnungen.

II. Flächenberechnung.

§. 173.

Was Körper und Flächen sind.

Alles, was einen Raum einnimmt, nennt man Körper; Tische, Tafeln, Thüren, Fenster u. s. w. sind also Körper. An den Körpern lassen sich drei Ausdehnungen oder Abmessungen unterscheiden, nämlich die Länge, Breite und Dicke (Höhe). Unter der Länge eines Körpers versteht man seine größte Ausdehnung, im Gegensatz von der Breite, Dicke oder Höhe desselben. Die Ausdehnungen eines Körpers können nach gewissen Maaßen bestimmt werden. Jeder Körper wird von bestimmten Gränzen umgeben, durch die er in die Sinne fällt. Die äußern Gränzen eines Körpers heißen Flächen. Die Flächen haben keine Dicke, sondern nur eine Ausdehnung in die Länge und Breite.

Bei der katechetischen Entwicklung dieser Begriffe muß der Lehrer von der Anschauung ausgehen. Er zeigt den Kindern Körper, die ersten die besten; läßt daran mehrere Eigenschaften bemerken und angeben, leitet die Kinder auf die Ausdehnungen derselben, und gibt jeder Ausdehnung den gebührenden Namen. Dann suchen die Kinder diese Ausdehnungen auch an andern Körpern auf, wozu der Lehrer die mathematischen Körper, deren er sich beim Unterricht in der Raumlehre bedient, nehmen kann. Vom Messen und Bestimmen der Körper nach einem Maaßstabe darf hier noch nicht die Rede sein; sollten jedoch einzelne Schüler auch die Länge und Breite u. s. w. der Zahl nach bestimmen, ohne daß es verlangt würde, so thäte das der Lehrer nicht. Nach den drei Ausdehnungen gebe der Lehrer den Kindern einen Begriff von den Flächen, indem er ihnen an Körpern zeigt, was man eine Fläche nennt,

und lasse darauf Flächen an vielen Körpern auffuchen. Haben die Schüler einen zweckmäßigen Unterricht in der Messkunst oder Raumlehre (z. B. nach Harnisch Messkunst) erhalten, so werden sie schon wissen, was eine Fläche ist, und auch die verschiedenen Namen derselben kennen.

§. 174.

Maaße, deren man sich bei der Messung von Flächen bedient.

Da eine Fläche nur zwei Ausdehnungen hat, Länge und Breite, so kann an Flächen auch nur ihre Länge und Breite gemessen und durch die Zahl bestimmt werden. Zur Messung jeglicher Ausdehnung dienen die gesetzlich verordneten Längenmaaße, als: Ruthe, Fuß, Zoll, Linie u. s. w. Eine Ruthe enthält 10 oder 12 Fuß, 1 Fuß 10 oder 12 Zoll, 1 Zoll 10 oder 12 Linien, 1 Linie 10 oder 12 Punkte. Man bezeichnet Ruthen, Füße, Zolle, Linien, Punkte auf folgende Art:

Ruthe = $^{\circ}$, Fuß = $'$, Zoll = $''$, Linie = $'''$, Punkte = $''''$; z. B.: 60° , $10'$, $3''$, $4'''$, $7''''$ heißt: 60 Ruthen, 10 Fuß, 3 Zoll, 4 Linien, 7 Punkte. Andere unbestimmte, im gemeinen Leben sehr häufig vorkommende Maaße sind: die Daumlänge (Breite), Fingerlänge, Handlänge, Spanne, Schritt, Armlänge (Elle), und Klafter (von den Fingerspitzen der einen Hand bis zu den Fingerspitzen der andern).

Damit die Schüler einen anschaulichen Begriff von der Länge jedes dieser Maaße bekommen, so ist es nothwendig, daß der Lehrer ihnen diese Maaße in der Wirklichkeit vorzeigt, was leicht ist. Er zeigt ihnen nämlich einen Stab, der gerade eine Ruthe lang ist, dann eben so einen andern, von der Länge eines Fußes; läßt untersuchen, wie viel Mal dieser in der Ruthe enthalten ist, und prägt den Kindern die Zahl ein. Dann zeigt er ihnen das Zollmaaß, und stellt damit dieselbe Untersuchung wie bei der Ruthe an. Auf diese Weise finden die Kinder selbst, daß 1 Ruthe = 12 Fuß, = 144 Zoll, = 1728 Linien, u. s. w. Zugleich übt

er die übrigen Längenmaaße ein; z. B.: die Elle (= 2 Fuß oder 25 $\frac{1}{2}$ Zoll), die Klafter, u. s. w. Hieran schließt sich dann Folgendes:

§. 175.

Auflösen (resolutio) und Zurückführen (reductio) der Längen- und Breitenmaaße.

Es gibt ein doppeltes Längenmaaß: ein zehnthheiliges (geometrisches) oder Dezimalmaaß, die Ruthe zu 10 Fuß, der Fuß zu 10 Zoll, der Zoll zu 10 Linien, u. s. w.; und auch ein zwölftheiliges (Duodezimalmaaß) oder Werkmaaß, die Ruthe zu 12 Fuß, der Fuß zu 12 Zoll, der Zoll zu 12 Linien, u. s. w. Das Auflösen größerer Maaße in kleinere geschieht nach §. 82 ff., und das Zurückführen kleinerer Maaße auf größere nach §. 91. Sollen also z. B. 12° in kleinere Maaße, in Fuß, Zolle und Linien, verwandelt werden, so rechne man: 1 Ruthe = 12 Fuß, 12° = 12 × 12' = 144 Fuß; 1 Fuß = 12'', 144' = 144 × 12'' = 1728 Zoll; u. s. w. Sind noch kleinere Maaße namhaft gemacht, so zählt man sie zu den einzelnen Produkten; z. B.: 8 Ruthen 6 Fuß 4 Zoll = 1228 Zoll; denn 1° = 12', 8° = 8 × 12' = 96', 96' + 6' = 102'; 1' = 12'', 102' = 102 × 12'' = 1224'', 1224'' + 4'' = 1228''.

Eben so müßte man eine bestimmte Anzahl Linien oder Zolle erst durch mehrfache Theilung mit 12 zur höchsten Sorte bringen; z. B.: 36 Fuß = 3 Ruthen; denn 12' = 1°, 36' = 3 × 12', folglich 3 × 1° = 3°. Oder: 124 Zoll = 10' 4'', denn 12'' = 1', 124'' = 10 × 12' + 4'' oder 10' 4''; oder 12 in 124 ist 10 Mal enthalten, mit einem Rest von 4 Zoll, also sind 124 Zoll = 10' 4''.

Hat man aber eine Menge Linien oder Zolle nach dem Zehner-Maaß in Ruthen zu verwandeln, so darf man, anstatt mit 10 zu theilen, nur immer von der Rechten zur Linken eine Stelle wegnehmen für jede Benennung; z. B.: 1234''' = 1°, 2', 3'', 4'''; oder: 1° + 2' + 3'' + 4''', (gelesen: 1 Ruthe, 2 Fuß, 3

Zoll, 4 Linien). Eben so sind $345 \text{ Zoll} = 3^\circ, 4', 5''$; $7060 \text{ Linien} = 7^\circ, 6'', \text{ d. h., } 7 \text{ Ruthen } 6 \text{ Zoll.}$

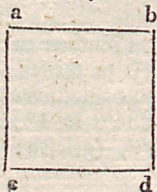
Umgekehrt kann man jedes aus mehreren Benennungen bestehende Maaß durch Multiplikazion bald auf die kleinste Benennung bringen; z. B. $20^\circ, 6', 8'', 6''' = 20686'''$; man zieht bloß die Zahlen zusammen, und betrachtet sie als eine Zahl. Der Grund hievon ist leicht einzusehen. (S. Aufg. zum Zifferr., Heft 2, Neb. 6, Zahl 1, Aufg. 1—9.)

Das Auflösen und Zurückführen dieser Maaße macht den Schülern keine Schwierigkeiten, und der Lehrer wird dabei nicht lange verweilen dürfen; jedoch können viel Aufgaben gerechnet werden; z. B.: ein Feld ist 240 Fuß lang; dieß beträgt wie viel Ruthen (12theilig) u. c.? Auch kann man mit den Maaßen Additions-, Subtraktions-, Multiplikations- und Divisions-Übungen anstellen, wenn man es für nöthig hält. Wir indes gehen zu folgendem §. über, der es zunächst mit der Steigerung der Zahlen im Quadrat oder Geviert zu thun hat, welche Steigerung nur sichtlich und sinnlich durch den Raum ist. Der Lehrer besorge sich hiezu ein kleines Brettchen, das 1 Zoll lang und 1 Zoll breit ist; dann ein Brett von 1 Fuß Länge und 1 Fuß Breite. Letzteres kann auf einer Seite mit schwarzen Strichen in 100, auf der andern in 144 Quadrat-Zoll getheilt werden, damit die Schüler ein anschauliches Bild von der Größe dieser Flächen in sich aufnehmen. Auch die Schüler können solche Flächen aus Papier oder Pappe schneiden.

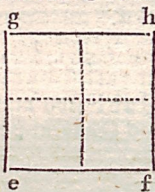
§. 176.

Quadrate im eigentlichen Sinne.

Ein Geviert oder Quadrat ist eine Fläche, die von vier gleich langen Seiten eingeschlossen ist und vier rechte Winkel enthält; z. B:



Bei einem solchen Geviert können Länge und Breite (Höhe) unterschieden werden. So ist in dem vorstehenden Geviert cd die Länge, und ac die Höhe oder Breite; beide sind sich stets gleich, und daher ist es beliebig, welche Seite man zur Länge, und welche man zur Höhe oder Breite macht; man braucht auch nur eine Seite zu messen. Beträgt eine Seite eines solchen Gevierts einen Zoll, so müssen auch die übrigen einen Zoll betragen, und das Geviert muß 1 Zoll breit und 1 Zoll lang seyn. Eine solche Fläche heißt ein Quadrat: Zoll. Hieraus ergibt sich zugleich, was ein Quadrat: Fuß, eine Quadrat: Elle, eine Quadrat: Ruthe u. s. w. ist. Beträgt in einem Gevierte eine Seite zwei Zoll, so müssen auch die übrigen zwei Zoll lang seyn. Ein solches Geviert kann in vier Gevierte getheilt werden, wovon jedes 1 Zoll lang und 1 Zoll hoch wäre, oder es würde $2 \text{ Mal } 2 = 4$ Zoll im Geviert haben; z. B.:



Aus demselben Grunde hat folgendes Geviert $aecu$

a		e
1	2	3
4	5	6
7	8	9
c		u

3 Mal 3 Zoll oder 9 Zoll im Geviert, Quadrat: Zoll, wenn man annimmt, daß eine von den Seiten 3 Zoll beträgt. So beträgt ein Geviert, dessen eine Seite 4 Fuß beträgt, im Geviert 16 Fuß, Quadrat: fuß ($16 \square$). Weil der Längensfuß 12 Zoll hat, so muß der Quadratfuß 12 Mal 12 Zoll oder 144 Zoll

Wurzel von 81. (9^2 heißt: 9 zur 2ten Potenz erhoben, oder mit sich selbst multipliziert, oder die Quadratzahl von 9.) — Nicht jede Zahl ist eine reine Quadratzahl, wohl aber kann jede Zahl eine Wurzel seyn. So sind z. B. die Zahlen 6, 8, 12, 15 keine reinen Quadratzahlen, weil sie nicht aus zwei gleichen Faktoren entstanden sind; aber diese Zahlen können Wurzeln seyn, und zwar: 6 von $6 \times 6 = 36$, 8 von $8 \times 8 = 64$, u. s. w. Keine Primzahl ist eine Quadratzahl. Weiß man die Quadratzahl, so kann man in vielen Fällen leicht ihre Wurzel finden; so ist von 16 die Wurzel 4, von $25 = 5$, von $81 = 9$, u. s. w. Bei größern Zahlen ist dieß weit schwieriger, und erfordert eine besondere Anleitung.

Der Lehrer lasse viele Zahlen ins Quadrat erheben; z. B.: das Quadrat von 36 ist 1296. Man kann in dem gegebenen Beispiele die 3 Zehner als den ersten Theil, und die 6 Einer als den andern Theil der Quadratzahl betrachten. Hiernach besteht das Quadrat von 36 a) aus 3 Zehner $\times$ 3 Zehner = 90 Zehner = 900; b) aus dem doppelten Produkt der beiden Theile, Einer und Zehner, in einander, nämlich aus $30 \times 6 = 180$, und aus $6 \times 30 = 180$; und c) aus dem Quadrate des andern Theils der Einer, $6 \times 6 = 36$. Also $900 + 180 + 180 + 36 = 1296$. Oder:

$$\begin{array}{r}
 (30+6) \times (30+6) \\
 30+6 \\
 30+6 \\
 \hline
 180+36 \\
 900+180 \\
 \hline
 900+360+36 = 1296.
 \end{array}$$

Das Quadrat von 40 = 1600. Denn $40 = 4 \times 10$, $4 \times 4 = 16$, $10 \times 10 = 100$, $16 \times 100 = 1600$.

Das Quadrat von 200 = 40,000; denn $200 = 2 \times 100$, $2 \times 2 = 4$, $100 \times 100 = 10,000$, $4 \times 10,000 = 40,000$.

Auf dieselbe Art können nun, wenn man die Uebung ausdehnen will, die Quadrate von Hundertern, Tausendern, Zehntausendern u. s. w. gefunden werden; jedoch zu weit darf man die Sache wieder nicht treiben.

Das Quadrat von 456 = 207936.

Berechnung: 456

$$\begin{array}{r} 456 \\ \hline 207936 \end{array}$$

Das Quadrat von 16 Ruthen 8 Fuß = 277 Quadrat Ruthen 112 Quadrat Fuß.

Berechnung. 16 Ruth. 8 Fuß

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 40 \\ \hline 16 \\ \hline 200 \\ \hline 2 \quad 00 \end{array}$$

144 : 40000 Fuß = 277 □°, 112 □'

$$\begin{array}{r} 39888 \\ \hline 112 \end{array}$$

In diesem Beispiele sind 16° 8' in 200' aufgelöst, und diese Zahl ist mit sich selbst multipliziert worden, gibt 40000 □', die durch die Division mit 144 in □Ruthen verwandelt wurden, = 277 □° 112 □'.

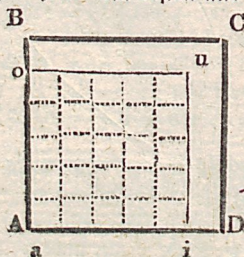
Daß die Berechnung solcher Aufgaben sich nicht für das Kopfrechnen, sondern mehr für das schriftliche eigne, steht ein Jeder ein.

(S. Aufg. 3. Ziffern., Heft 2, S. 96, Aufg. 10 u. 11.)

§. 178.

Erhebung des Bruchs ins Quadrat. (Fortsetzung.)

Die Brüche erhebt man ins Quadrat, wenn man sowohl den Zähler als den Nenner mit sich selbst vielfältigt; dieß erhellet am besten aus Folgendem:



A B, C D ist ein Quadrat, und soll 1 Zoll betragen im Quadrat; folglich wird auch jede Seite 1 Zoll betragen, oder $\frac{1}{2}$ Zoll und im Geviert $\frac{1}{4}$; das Quadrat o n i a ist von 4 Seiten eingeschlossen, wovon jede $\frac{1}{2}$ eines Zolles beträgt; $\frac{1}{2}$ einer Seite beträgt im Geviert $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$ einer Seite muß daher im Geviert $5 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ betragen, und $\frac{5}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{25}{16}$.

Soll man eine gemischte Zahl ins Quadrat erheben, so richtet man sie vorher ein, und verfährt dann wie mit echten Brüchen; z. B.: $2\frac{3}{4}^2 = 2\frac{3}{4} \times 2\frac{3}{4}$ oder $\frac{11}{4} \times \frac{11}{4} = \frac{121}{16} = 7\frac{9}{16}$. Sind ungleichbenannte Längensmaasse mit Brüchen ins Quadrat zu erheben, so bringt man vorher Alles auf die kleinste Benennung, und rechnet dann wie im vorigen Beispiel; z. B.: $24^\circ 10\frac{5}{8}' = ?$

Berechnung.

$$\begin{array}{r}
 24^\circ 10\frac{5}{8}' \\
 \underline{12} \\
 58 \\
 \underline{24} \\
 298\frac{5}{8}' \\
 \underline{2389} \\
 2389 \quad 144 \\
 64 : 5707321 = 89176 \square \text{Fuß} = 619 \square \text{Ruthen} 40\frac{1}{4} \square \text{Z.} \\
 \underline{5707264} \quad \underline{89136} \\
 \frac{57}{4} \quad 40
 \end{array}$$

Hier sind zuerst $24^\circ 10\frac{5}{8}'$ in Achte-Fuß aufgelöst, = $\frac{2389}{8}$; dieser Bruch ist dann mit sich selbst multipliziert, = $\frac{5707321}{64} \square \text{Fuß} = 89176\frac{1}{4} \square \text{Fuß} = 619 \square \text{Ruthen} 40\frac{1}{4} \square \text{Z.}$

(C. Aufg. 3 Ziffern., Heft 2, S. 96, Aufg. 12.)

§. 179.

Anwendung des Vorhergehenden auf wirkliche Flächen.

1) Ein Feld, das gerade eine Quadratfläche bildet, ist auf einer Seite 12 Ruthen lang; wie viel beträgt sein Quadrat-Inhalt?

Auflösung. Ist das Feld ein Quadrat, und eine

Seite desselben 12 Ruthen lang, so muß jede der andern Seiten ebenfalls 12 Ruthen lang sein; es muß also aus 12 Reihen bestehen, jede zu 12 Quadrat-Ruthen, mithin das ganze Feld 12×12 Quadrat-Ruthen oder 144 Quadrat-Ruthen.

2) Eine Fläche ist 2°, 3', 2'' lang und eben so breit; wie viel hält sie im Quadrat? (10theilig).

Auflösung. Hier bringe ich 2°, 3', 2'' auf Eine Benennung (S. 249.): $2^\circ = 20'$, $20' + 3' = 23'$, $23' = 23 \times 10'' = 230''$, $230'' + 2'' = 232''$. Das Quadrat von $232'' = 232 \times 232 = 53824 \square'' = 538 \square' 24 \square''$, oder $5 \square^\circ 38 \square' 24 \square''$.

3) Jemand legt einen Obstgarten an, der 18 Ruth. lang und eben so breit ist; auf jede Quadrat-Ruthe pflanzt er 3 junge Obstbäume, jeden zu 12 Egr.; wie hoch kommt die Anlegung des Gartens?

Auflösung. Ist der Garten ein Quadrat und eine Seite 18° lang, so müssen die andern auch 18° lang seyn; die ganze Fläche muß also 18 Reihen enthalten, jede Reihe zu $18 \square^\circ = 324 \square^\circ$. Pflanzt er auf jede Quadrat-Ruthe 3 Obstbäumen, so braucht er deren $3 \times 324 = 972$ Bäumen; kostet 1 Bäumchen 12 Egr. = $\frac{1}{2}$ Thlr., so muß er deren $272 \frac{1}{2}$ Thlr. = 486 Thlr. haben; folglich kostet ihm die Anlage des Obstgartens 486 Thlr.

4) Ein Ring (Marktplatz) einer Stadt ist 20° lang und 20° breit. In der Mitte desselben stehen 12 Häuser, von denen jedes 4° lang und auch so breit ist; es fragt sich, wie viel Quadrat-Ruthen der leere Platz des Ringes beträgt?

Auflösung. Der Ring ist 20° lang und auch so breit, enthält also im Quadrat $20 \times 20^\circ = 400 \square^\circ$; die 12 Häuser, à 4° lang und breit, nehmen jedes $16 \square^\circ$ ein, zusammen also $12 \times 16 \square^\circ = 192 \square^\circ$, $400 \square^\circ$ weniger $192 \square^\circ$ bleiben $208 \square^\circ$; so viel beträgt der leere Platz des Ringes.

5) Jemand besitzt eine Wiese, die $40\frac{1}{2}$ Ruthe lang und auch so breit ist, also eine Quadrat-Fläche bildet: hievon läßt er einem guten Freunde an der einen Seite

ein Quadrat: Stück Wiese ab, wovon eine Seite 12 Ruthen lang ist; für die Quadrat: Ruthe bekommt er 1 Thlr. 4 Ggr.; wie viel muß der Freund bezahlen, und wie viel behält der andere noch übrig?

Auflösung. Die Wiese ist $40\frac{1}{2}$ Ruthe lang und $40\frac{1}{2}$ Ruthe breit, also $40\frac{1}{2} \times 40\frac{1}{2}$ oder $\frac{81}{2} \times \frac{81}{2} = \frac{6561}{4} = 1640\frac{1}{4}$ □Ruthe. Hievon gehen ab: 12×12 Ruthen = 144 □Ruthen; diese kosten, à □Ruthe 1 Thlr. 4 Ggr., folglich 144×1 Thlr. 4 Ggr. = 168 Thaler. Es fragt sich: wie viel Wiesenland der andere noch übrig behält. $40\frac{1}{2} \times 40\frac{1}{2} = \frac{6561}{4} = 1640\frac{1}{4}$ □R.; hievon weggenommen 144 □R., bleiben noch $1640\frac{1}{4}$

$$\begin{array}{r} 144 \\ \hline 1496\frac{1}{4} \end{array} \quad \text{(Viel Beispiele.)}$$

(S. Aufg. 3. Ziffer., Heft 2, S. 96, Aufg. 15—27.)

§. 180.

Messung und Berechnung anderer rechtwinkliger Flächen (des Rechtecks).

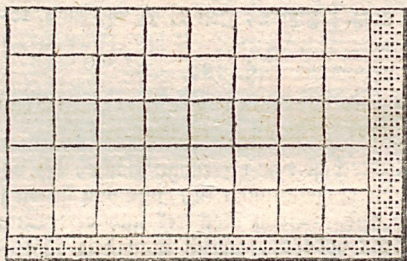
Ein Rechteck ist eine viereckige Fläche, die von zwei Paar Seiten eingeschlossen ist, und von denen je zwei sich gleich sind. Beim Rechteck sind also Länge und Breite nicht gleich. Will man den Quadrat: Inhalt einer solchen Fläche wissen, so muß man die Länge und Breite messen; dann braucht man nur die Längen- und Breitenzahl mit einander zu vervielfältigen, wie beim Quadrat. Dieß läßt sich am besten durch folgendes Bild klar machen.

a			b		
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
c			d		

a b c d ist ein Rechteck; a b ist die Länge, und b d die Breite desselben. Nimmt man an, daß es 6 Zoll lang und 2 Zoll breit sei, so beträgt es $6 \times 2 = 12$ Zoll im Quadrat; denn es enthält 2 Reihen, jede zu

6 □'', oder 6 Reihen, jede zu 2 □''. Ein Rechteck, dessen Länge 8 Zoll, und die Breite 3 Zoll beträgt, muß aus 3 Reihen bestehen, jede zu 8 □'', folglich aus $8 \times 3'' = 24 \text{ □''}$.

Ist eine Fläche 4 Fuß 6 Zoll lang und 10 Zoll breit, so muß die ganze Fläche aus 10 Reihen bestehen, jede zu 54 □'', folglich aus $10 \times 54 = 540 \text{ □''}$. Hier mußten 4 Fuß erst in Zolle verwandelt werden, d. h. man machte die Längenzahl mit der Breitenzahl gleichnamig. Hat eine Fläche aber $8\frac{1}{2}$ Ruthen Länge und $5\frac{1}{2}$ Ruthe Breite, so enthält sie im Quadrat $48\frac{1}{8}$ Ruthe; denn wenn eine Fläche $8\frac{1}{2}$ Ruthen lang und $5\frac{1}{2}$ Ruthe breit ist, so enthält sie $5\frac{1}{2}$ von $8\frac{1}{2}$ Ruth. = $48\frac{1}{8} \text{ □Ruthe}$. Dieß veranschaulicht folgendes Bild:



Die Fläche hat erstlich 5 Reihen zu 8 □Fuß = 40 □Fuß; an jeder dieser 5 Reihen ist noch ein Stück von $\frac{1}{2} \text{ □Fuß} = \frac{5}{2} = 3\frac{1}{2} \text{ □Fuß}$; an der langen Seite noch 8 Stücke von $\frac{1}{2} \text{ □Fuß} = 4 \text{ □Fuß}$, und in der Ecke noch ein Stück von $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \text{ □Fuß} = \frac{1}{8} \text{ □Fuß}$; also im Ganzen $40 + 3\frac{1}{2} + 4 + \frac{1}{8} \text{ □Fuß} = 48\frac{1}{8} \text{ □Fuß}$.

Der Lehrer zeigt den Kindern zu Anfang des Paragraphen eine Rechteck-Fläche in Pappe geschnitten, und auch eine Quadrat-Fläche, und die Kinder werden bald finden, wodurch sich jene von dieser unterscheidet. Hierauf läßt er viele andere rechtwinklige Flächen im Zimmer angeben; z. B. die Tische, Tafeln, Thüren, den Fußboden (vielleicht), die Wände (vielleicht) u. s. w.; auch können die Kinder angehalten werden, selbst Flächen zu zeichnen, zuerst

erst ohne Bedingung, dann nach Bedingungen; z. B.:
Zeichnet Rechtecke; zeichnet ein Rechteck, das 6 Zoll lang
und 4 Zoll breit ist! Zeichnet eine Fläche, die eine Länge
von $4\frac{1}{2}$ Zoll und eine Breite von 3 Zoll hat, u. s. w.! Die
Kinder brauchen hiezu eines verjüngten Maaßstabes, des-
sen Anfertigung und Gebrauch der Lehrer zeigt. Große
Flächen nach Ruthen und Fußten müssen im Hofe oder im
Felde abgesteckt werden. Hierauf können Thüren, Fenster,
Fußböden, Wände u. dergl. Flächen gemessen, ihr Qua-
drat-Inhalt angegeben und nach dem verjüngten Maaß-
stabe aufgetragen werden. Haben die Schüler Alles gehö-
rig eingesehen, so wende man dieß auf die Berechnung
wirklicher Flächen an, gebe auch Beispiele mit Brüchen,
und veranschauliche ihnen diese durch Zeichnung oder wirk-
liche Flächen von Pappe.

§. 181.

Anwendung des vorigen Paragraphen auf wirk-
liche Flächen.

1) Eine Fläche ist 2' 4" (10theilig) lang und 6" breit; wie groß ist sie?

Antw.: 1 $\square'$ 44"; denn die Fläche hat 6 Reihen, jede
zu 24 $\square''$, also $6 \times 24 \square'' = 144 \square'' = 1 \square' 44 \square''$.

2) Eine Straße ist 10° 8' lang (10theil.) und 2° breit; wie viel Quadrat-Fläche enthält sie?

Antw.: Die Straße ist 108' lang und 20' breit, ent-
hält also 20 Reihen, jede zu 108 $\square'$ = 20×108
 $\square' = 2160 \square'$, oder 21 $\square^\circ$ 60 $\square'$.

3) Ein Stück Leinwand ist 35 Ellen lang und $\frac{1}{4}$ Ellen breit; wie viel Quadrat-Ellen enthält die Lein-
wand?

Antw.: Das Stück Leinwand ist 35 Ellen lang und $\frac{1}{4}$
Ellen breit, enthält also 35 Reihen, jede zu $\frac{1}{4}$
Ellen, = $35 \times \frac{1}{4}$ Quadrat-Ellen = $8\frac{3}{4}$ Quadrat-
Ellen oder 96 $\frac{3}{4}$ Quadrat-Ellen.

4) Eine Kirche steht auf einem Raume, der 6° 8'
lang und 3° 4' breit ist; wie viel Quadrat-Ruthen
groß ist der Raum? (10theilig.)

Antw.: $6^{\circ} 8'$ Länge = $68'$ Länge und $3^{\circ} 4'$ Breite = $34'$ Breite. Beträgt die Länge $68'$ und die Breite $34'$, so besteht der ganze Raum aus 68 Reihen, jede zu $34'$, = $68 \times 34' = 2312 \square' = 23 \square^{\circ} 12 \square'$.

5) Ein Schulhaus soll gebaut werden; der Platz dazu wird gemessen und abgesteckt, und hat eine Länge von $6^{\circ} 10'$ (12theil.), und eine Breite von $4\frac{1}{2}^{\circ}$. Es fragt sich, wie groß der Platz im Quadrat sei?

Antw.: $30 \square^{\circ} 108 \square'$; die Länge = 82 Fuß, die Breite = 54 Fuß, $82 \times 54 = 4428$ Quadrat-Fuß = 30 Quadrat-Ruthen 108 Quadrat-Fuß.

6) Ein Feld ist 30 Ruthen 4 Fuß lang und 20 Ruthen 5 Fuß breit; wie groß ist es?

Antw.: $623 \square^{\circ} 20 \square'$.

7) Ein Bauer besitzt ein Gut, dessen Aecker zusammen 3 Hufen 16 Morgen betragen; wie viel $\square$ Ruthen beträgt der Flächen-Inhalt aller seiner Aecker?

Antw.: Da eine Hufe 30 Morgen enthält, so betragen 3 Hufen $3 \times 30 = 90$ Morgen; 90 Morgen + 16 Morgen = 106 Morg., 1 Morg. = $180 \square$ Ruthen, also 106 Morgen = $106 \times 180 \square$ Ruthen = $19080 \square$ Ruthen.

8) Eine Schulstube ist 30 Fuß lang, 18 Fuß breit, 20 Fuß hoch; wie viel beträgt der Flächen-Inhalt der Wände, der Decke und des Bodens, ohne Rücksicht auf die Fenster und Thüren?

Antw.: Hier ist zu bemerken, daß die Schulstube 3 Paar gleiche Flächen hat, nämlich: a) Die Decke und den Boden, wovon jede 30 Fuß lang und 18 Fuß breit ist, folglich 30×18 Fuß = $540 \square$ Fuß beträgt, beide Flächen also $2 \times 540 \square$ Fuß = $1080 \square$ Fuß enthalten. b) Die zwei langen Wände, wovon jede 30 Fuß lang und 20 Fuß hoch ist, folglich ein Quadrat 20×30 Fuß = $600 \square$ Fuß, beide zusammen also $2 \times 600 \square$ Fuß = $1200 \square$ Fuß. c) Die 2 kurzen Wände; jede derselben ist 20 Fuß lang und 18 Fuß breit, einzeln also 20×18 Fuß = 360

Fuß im Quadrat, zusammen aber 2×360 □Fuß = 720 □Fuß. Alle sechs Flächen enthalten also zusammen: $1080 + 1200 + 720$ Quadrat-Fuß = 3000 □Fuß = 30 Quadrat-Ruthen (10theilig).

9) In selbiger Schulstube stehen 8 lange Tische (Tafeln); jede ist $8\frac{1}{2}$ Fuß lang und $2\frac{1}{2}$ Fuß breit: welchen Quadrat-Flächenraum nehmen a) jeder, b) sämtliche Tische ein?

Antw.: Ist jeder Tisch $8\frac{1}{2}$ oder $\frac{17}{2}$ Fuß lang und $2\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{2}$ Fuß breit, so enthält er $\frac{17}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{85}{2}$ Quadrat-Fuß = $20\frac{1}{2}$ □Fuß. Da 8 Tische darin stehen, und jeder $20\frac{1}{2}$ □Fuß einnimmt, so nehmen sie $8 \times 20\frac{1}{2}$ □Fuß ein; $8 \times 20 = 160$ □Fuß, $+ 8 \times \frac{1}{2} = \frac{40}{2} = 20$ □Fuß; 160 □Fuß $+ 20$ □Fuß = 180 □Fuß; folglich nehmen alle Tische 180 □Fuß ein.

10) Mitten durch selbige Stube geht der Länge nach ein Gang, der $4\frac{1}{2}$ Fuß breit ist; an einer der langen Seiten der Wände geht gleichfalls ein Gang, der aber nur $3\frac{1}{2}$ Fuß breit ist; der Sitz des Lehrers nimmt einen Raum ein, der $7\frac{1}{2}$ Fuß lang und 5 Fuß breit ist. Es fragt sich, wie viel Tische von $8\frac{1}{2}$ Fuß Länge und $2\frac{1}{2}$ Fuß Breite noch Platz hätten?

Antw.: Da die Stube 30 Fuß lang und 18 Fuß breit ist, so muß der ganze Flächen-Inhalt = 30×18 = 540 □Fuß. Hievon gehen ab: 180 □Fuß, folglich bleibt noch 360 □Fuß leerer Raum. Der Gang mitten durch die Stube ist 30 Fuß lang und $4\frac{1}{2}$ Fuß breit, also im Quadrat $30 \times 4\frac{1}{2}$ = 135 □Fuß; 360 weniger 135 □Fuß = 225 □Fuß. Der Gang an der langen Wand ist 30 Fuß lang und $3\frac{1}{2}$ Fuß breit, also $30 \times 3\frac{1}{2}$ Fuß im Quadrat = 105 Fuß; 225 □Fuß von 225 □Fuß = 120 □Fuß. Der Sitz des Lehrers ist $7\frac{1}{2}$ Fuß lang und 5 Fuß breit, also $5 \times 7\frac{1}{2}$ □Fuß = $37\frac{1}{2}$ □Fuß; 120 □Fuß von 120 □Fuß = $82\frac{1}{2}$ □Fuß. Soll nun berechnet werden, wie viel Tische von $8\frac{1}{2}$ Fuß Länge und $2\frac{1}{2}$ Fuß Breite = 25 □Fuß in dem leeren

Raume von 100 □Fuß noch angebracht werden können, so muß ich sehen, wie oft jene Summe in dieser enthalten ist. Der Flächen-Inhalt eines Tisches beträgt 25 □Fuß; nun ist 25 in 100 □Fuß 4 Mal enthalten, folglich können 4 Tische angebracht werden.

11) Ein Müller bestellt einen Mehlkasten von 7 Ellen Länge, 3 Ellen Breite und 2 Ellen Höhe (außwendig). Die Bretter sind $1\frac{1}{2}$ Zoll dick. Wie viel beträgt sein Flächen-Inhalt im Lichten, d. h., inwendig ohne Deckel.

Antw.: Da die Bretter $1\frac{1}{2}$ Zoll dick sind, so ist der Kasten inwendig 2 Ellen weniger $1\frac{1}{2}$ Zoll tief; 2 Ellen, à Elle $25\frac{1}{2}$ Zoll, = 51 Zoll; 51 Zoll weniger $1\frac{1}{2}$ Zoll = 49 $\frac{1}{2}$ Zoll Tiefe. Die Seitenbretter sind ebenfalls jedes einzeln $1\frac{1}{2}$ Zoll dick; die innere Breite verliert also $2 \times 1\frac{1}{2} = 3$ Zoll, ist also: 3 Ellen = 76 $\frac{1}{2}$ Zoll weniger 3 Zoll = 73 $\frac{1}{2}$ Zoll. So auch ist die innere Länge 7 Ellen oder 178 $\frac{1}{2}$ Zoll weniger 3 Zoll = 175 $\frac{1}{2}$ Zoll. Setzt zur Berechnung des innern Flächen-Inhalts, der aus folgenden Theilen besteht.

1) Aus dem Boden, der 73 $\frac{1}{2}$ Zoll breit und 175 $\frac{1}{2}$ Zoll lang ist; also:

$$\begin{array}{r} 73\frac{1}{2} \times 175\frac{1}{2} \\ 147 \quad \quad 351 \\ \quad \quad 147 \\ \hline 4 \overline{) 51597} = 12899\frac{1}{4} \text{ □Zoll.} \\ \underline{51596} \\ \frac{1}{4} \end{array}$$

2) Aus den zwei langen Seiten, wovon jede 49 $\frac{1}{2}$ Zoll tief und 175 $\frac{1}{2}$ Zoll lang ist, also $2 \times 49\frac{1}{2} \times 175\frac{1}{2}$ Zoll.

$$\begin{array}{r} 49\frac{1}{2} \quad \quad 175\frac{1}{2} \\ \hline 99 \quad \quad 351 \\ \quad \quad 99 \\ \hline 4 \overline{) 34749} = 8687\frac{1}{4} \text{ □Zoll} \\ \underline{34748} \quad \quad 2 \\ \hline \frac{1}{4} \quad 17374\frac{1}{2} \text{ Zoll.} \end{array}$$

3) Aus den zwei kurzen Seiten, wovon jede 49 $\frac{1}{2}$ Zoll hoch und 73 $\frac{1}{2}$ Zoll breit ist; also:

$$2 \times 49\frac{1}{2} \times 73\frac{1}{2} \text{ Zoll}$$

$$\begin{array}{r} 99 \quad 147 \\ \hline 99 \end{array}$$

Zusammen also: $12899\frac{1}{2} \square''$

$$4 \overline{14553} = 3638\frac{1}{2} \square \text{ Zoll}$$

$$\begin{array}{r} 14552 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$17374\frac{1}{2} \square''$$

$$7276\frac{1}{2} \square''$$

$$37550\frac{1}{2} \square''$$

$$7276\frac{1}{2} \square \text{ Zoll.}$$

12) Ein Hofraum bildet eine Fläche, die 6° 7' lang und 3° 11' breit ist; an der einen Seite ist ein grüner Platz zum Bleichen und Abtrocknen der Wäsche eingezäunt; der Zaun ist 4 $\frac{1}{2}$ ° lang und 2° 4' breit. Wie viel leerer Raum ist noch übrig?

Ansatz und Berechnung.

6° 7' Länge 3° 11' Breite. 4° 2' Länge 2° 4' Breite

$$\begin{array}{r} 12 \\ 79 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 47 \\ \hline 79 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 28 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 423 \\ 329 \\ \hline \end{array}$$

$$144 : 1400' = 9 \square^\circ$$

$$1296$$

$$144 : 3713' = 25 \square^\circ$$

$$3600$$

$$104 \square'$$

$$113 \square'$$

$$25 \square^\circ \quad 113 \square'$$

$$9 \square^\circ \quad 104 \square'$$

$$16 \square^\circ \quad 9 \square'$$

Erklärung. 6 Ruthen 7 Fuß Länge = 79 Fuß und 3 Ruthen 11 Fuß Breite = 47 Fuß; im Quadrat also $79 \times 47 = 3713$ Quadrat-Fuß oder 25 Quadrat-Ruthen 113 Quadrat-Fuß (Quadrat-Inhalt des ganzen Hofes). Der eingezäunte Platz ist 4 Ruthen 2 Fuß lang, = 50 Fuß, und 2 Ruthen 4 Fuß breit, = 28 Fuß, im Quadrat also 50×28 Fuß = 1400 Quadrat-Fuß, oder 9 Quadrat-Ruthen 104 Quadrat-Fuß. Diesen Quadrat-Inhalt von dem Quadrat-Inhalt des ganzen Hofraumes abgezogen = 16 Quadrat-Ruthen 9 Quadrat-Fuß (leerer Raum).

13) Ein Landwirth legt einen Obst-, Gemüse- und Blumengarten an. Er bestimmt dazu ein Feld, das zwar keine rechtwinklige Fläche bildet, das er aber in eine solche verwandelt, welche 30° 8' lang und 20°

10' breit ist. Mitten durch den Garten gehen 2 Wege, nämlich ein Längenweg und ein Breitenweg. Der Längenweg hat 6 Fuß Breite, der Breitenweg eben so viel. Der übrige Acker wird so in 3 Theile getheilt, daß $\frac{1}{4}$ davon zu Blumen: Rabatten, das andere aber zu Gemüse: und Obst: Anbau bleibt, und zwar zu gleichen Theilen. Wenn er nun aus jedem Stück Acker für den Gemüsebau Beete macht, à 3° 9' Länge und 6' Breite, so fragt sich's, wie viel Beete dann können gemacht werden, und wenn er ferner für jeden Obstbaum eine Fläche von 16 □' bestimmt, wie viel Bäume er darauf pflanzen kann?

Ansatz und Berechnung.

30° 8' (Länge)	20° 10' (Breite)	368	250
12	12	6'	6'
<u>368'</u>	<u>250'</u>	<u>2208 □'</u>	<u>1500 □'</u>
	368	1500 6×6=36 □'	
	<u>18400</u>	<u>3708 □'</u>	
	736	36 □'	
	<u>9.2000 □'</u>	<u>3672 □' (Wege)</u>	
3° 9' l., 6' br.	3672		
12	<u>88328 □' (bebautes Land)</u>		
<u>45'</u>	4) <u>22082 □' (Blumen: Rabatten)</u>		
6	3		
<u>270 □'</u>	<u>66246 □' (Obst: und Gemüseland)</u>		
(ein Beet)	2) <u>33123 □' (so viel auf jeden Theil)</u>		
	270 33123 □' = 122 $\frac{6}{10}$ Beete		
	<u>32940</u>		
	<u>12 $\frac{3}{10}$ 6 $\frac{1}{10}$</u>		
	16 33123 □' = 2070 $\frac{3}{10}$ Bäume		
	<u>33120</u>		
	<u>3</u>		
	<u>12</u>		

Erklärung. Hier ist zuerst der Flächen: Inhalt des ganzen Gartenlandes berechnet, welcher 92000 □ Fuß beträgt; der Längenweg = 2208 □ Fuß, und der Breitenweg = 1500 □ Fuß, zusammen = 3708 □ Fuß. Da jedoch bei der Flächen: Berechnung des Längenweges schon das Stück, wo sich beide Wege durchkreuzen, mit eingeschlossen ist, so

darf bei der Berechnung des Breitenweges dieses Stück nicht mit berechnet werden; und thut man es dennoch, so muß man den Flächen-Inhalt desselben, d. i. 6×6 oder 36 □Fuß, vom ganzen Flächen-Inhalt beider Wege, d. h. von 3708 □Fuß, abziehen, gibt 3672 □Fuß. Diesen Flächen-Inhalt der Wege abgezogen vom Flächen-Inhalt des ganzen Gartenlandes = 92000, bleibt noch 88328 □Fuß zu bebauendes Land; wovon $\frac{1}{4}$ = 22082 □Fuß zu Blumen-Rabatten, das Uebrige oder 3×22082 □Fuß = 66246 □Fuß zum Obst- und Gemüsebau bestimmt wird, das, in 2 gleiche Theile getheilt, = 33123 □Fuß. Soll ein Beet $3^{\circ} 9' \text{ L.}, 6' \text{ br.},$ d. i., 270 □Fuß groß sein, so können aus 33123 □Fuß Land so viel Beete gemacht werden, als 270 □Fuß in 33123 □Fuß enthalten sind, nämlich $122\frac{5}{7}$ Beete. Eben so kann man auf 33123 □Fuß Land so viel Bäume pflanzen, als 16 □Fuß (Flächenraum eines Baumes) in 33123 □Fuß enthalten sind, nämlich $2070\frac{3}{7}$ Bäume, welche Zahl für voll angenommen werden muß.

14) Der Fußboden eines Zimmers soll gebielt werden; das Zimmer ist 25' lang und 18' breit; die Bretter sind à 15' lang $1\frac{1}{4}'$ breit. Wie viel Bretter sind erforderlich? (vorausgesetzt, daß nichts von den Brettern abgeht.)

Aufsl.: Da das Zimmer 25' lang 18' breit ist, so muß der Fußboden $18 \times 25' \text{ Q.} = 450' \text{ Q.}$; jedes Brett ist $1\frac{1}{4} \times 15' = 26\frac{1}{4}' \text{ Q.}$; man braucht also so viel Bretter, als $26\frac{1}{4}' \text{ Q.}$ in $450' \text{ Q.}$ enthalten ist, = $17\frac{1}{2}$ Brett.

15) Zur Verschalung der Decken zweier Stuben, wovon die größere 20' lang und 16' breit, die kleinere eben so lang, aber nur halb so breit ist, nimmt man Bretter von 15' Länge und $1\frac{1}{2}$ Breite; wie viel Bretter braucht man a) zur größern, b) zur kleinern, und c) zu beiden Stuben zusammen genommen?

Aufsl.: Die größere Stube enthält $20 \times 16' = 320' \text{ Q.}$, die kleinere aber nur $20 \times 8' = 160' \text{ Q.}$; jedes Brett $15 \times 1\frac{1}{2}' = 22\frac{1}{2}' \text{ Q.}$ So viel Mal $22\frac{1}{2}'$ in 320 enthalten ist, so viel Bretter sind zur größern Stube erforderlich, nämlich $14\frac{2}{3}$ Bretter; und so

viel Mal $22\frac{1}{2}$ in 160 enthalten ist, so viel Bretter braucht man zur kleinern Stube, nämlich $7\frac{1}{2}$ Brett; zusammen also $21\frac{1}{2}$ Brett.

16) Jemand säet auf 1 Morgen 15 Mezen Korn; wie viel auf 2 Hufen 12 Morgen? und wie viel kommt dann auf 1 □ Ruthe?

Aufl.: 2 Hufen 12 Morgen = 72 Morgen. Säet er auf 1 Morg. 15 Mezen, so muß er auf 72 Morg. $72 \times 15 \text{ Mz.} = 1080 \text{ Mz.}$, oder 67 Schfl. 8 Mz. säen. 1 Morgen = 180 Quadrat-Ruthen; werden auf 180 Quadrat-Ruthen 15 Mz. gesäet, so kommt auf 1 □ Ruthe der 180ste Theil von 15 Mz. $= \frac{15}{180} \text{ Mz.} = \frac{1}{12} \text{ Mz.}$

Man könnte jetzt noch berechnen, wie viel man von 67 Schfl. 8 Mz. einerntet, wenn 1 Schfl. das 5te Korn, d. h. 5 Schfl., gibt.

17) In einem neuerbauten Hause sollen 16 Thüren, wovon jede $3\frac{1}{2}$ Elle hoch und $1\frac{1}{2}$ Elle breit ist, auf beiden Seiten angestrichen werden. Der Anstreicher verlangt für den Quadrat-Fuß $1\frac{1}{2}$ Sgr.; wie hoch kommt Alles?

Aufl.: Die Thür ist $3\frac{1}{2}$ Elle hoch, d. i. $\frac{7}{2}$ Ellen oder 7 Fuß hoch, und $1\frac{1}{2}$ Elle breit, d. i. $\frac{3}{2}$ Ellen oder 3 Fuß, im Quadrat also 21 Fuß; kostet jeder Quadrat-Fuß $1\frac{1}{2}$ Sgr., so beträgt das Anstreichen einer Thür $21 \times 1\frac{1}{2} \text{ Sgr.} = 21 + 10\frac{1}{2} \text{ Sgr.} = 31\frac{1}{2} \text{ Sgr.} = 1 \text{ Thlr. } 1\frac{1}{2} \text{ Sgr.}$; für 16 Thüren also $16 \times 1 \text{ Thlr. } 1\frac{1}{2} \text{ Sgr.} = 16 \text{ Thlr. } 24 \text{ Sgr.}$. Nun wird aber jede Thür auf beiden Seiten angestrichen; also macht es noch ein Mal so viel, nämlich $2 \times 16 \text{ Thlr. } 24 \text{ Sgr.} = 33 \text{ Thlr. } 18 \text{ Sgr.}$; 1 Thür = 2 Thlr. 3 Sgr.

Man könnte jetzt noch berechnen lassen, wie viel das Anstreichen einer □ Elle beträgt. Da jede Thür $3\frac{1}{2}$ Elle hoch und $1\frac{1}{2}$ Elle breit ist, so enthält sie auf einer Seite $3\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = 5\frac{1}{4}$ Quadrat-Elle = $5\frac{1}{4}$ Elle im Quadrat; beide Seiten also $2 \times 5\frac{1}{4} \text{ □ Elle} = 10\frac{1}{2} \text{ □ Elle}$. Kosten nun $10\frac{1}{2} \text{ □ Elle}$

2 Thlr. 3 Sgr. oder 63 Sgr., so kommen auf 1 Elle so viel Sgr., als $10\frac{1}{2}$ in 63 enthalten ist; $10\frac{1}{2}$ Elle = $\frac{21}{2}$ Ellen; $63 = \frac{126}{2}$, $\frac{21}{2}$ in $\frac{126}{2}$ ist 6 Mal enthalten, d. h. 6 Sgr. — So viel kommt auf eine Quadrat-Elle.

18) Jemand hatte einen Garten von 18° Länge und 24° Breite: diesen ließ er mit Brettern umzäunen, von denen jedes Brett 8" breit war und 7 Sgr. kostete; wie viel Bretter waren erforderlich, und was kosteten sie?

Aufl.: Hier müssen 18° Länge in Fosse verwandelt werden, = 180' oder 1800"; ist jedes Brett 8" breit, so braucht man dazu so viel Bretter, als 8 in 1800" enthalten ist, 8 in 1800 = 225 Bretter. Man braucht also zur Länge einer kurzen Seite 225 Bretter, und zu den beiden langen Seiten 2×225 Bretter = 450 Bretter. Die Breite ist = 240' oder 2400", 8 in 2400 = 300 Mal enthalten, also sind zur Umzäunung einer langen Seite 300 Bretter, und zu beiden 2×300 Bretter = 600 Bretter erforderlich. Kostet 1 Brett 7 Sgr., so kosten a) 450 Bretter 450×7 Sgr.; 7 Sgr. = $\frac{7}{10}$ und $\frac{3}{10}$ Thlr., $450 \times \frac{7}{10}$ Thlr. = 90 Thlr., $450 \times \frac{3}{10}$ Thlr. = 15 Thlr., 90 Thlr. + 15 Thlr. = 105 Thlr. b) $600 \times \frac{7}{10}$ Thlr. = 120 Thlr., $600 \times \frac{3}{10}$ Thlr. = 20 Thlr., 120 Thlr. + 20 Thlr. = 140 Thlr., 140 Thlr. + 105 Thlr. = 245 Thlr.; folglich braucht man 1050 Bretter, welche 245 Thlr. kosten.

19) Eine Ruthe auseinander standen eichene Rippssäulen, jede zu 12 Sgr., und zwischen zweien immer 2 Riegelhölzer, jedes zu 10 Sgr. Wie viel von jedem war nöthig, und was kosteten diese?

Aufl.: Der Garten bildet ein Rechteck, dessen Länge 18 Ruthen, und Breite 24 Ruth. beträgt. Zu dem Paar langen Seiten, à 24 Rippssäulen, braucht er also $2 \times 24 = 48$ Rippssäulen, zu dem Paar kurzen Seiten, à 18 Rippssäulen, also $2 \times 18 = 36$

Rippsäulen, $36 + 48 = 84$ Rippsäulen. Kostet jede 12 Sgr. $= \frac{2}{3}$ Thlr., so kosten 84 Stück $84 \times \frac{2}{3}$ Thlr. $= 112$ Thlr. $= 33\frac{1}{3}$ Thlr. $= 33$ Thlr. 18 Sgr.

Außerdem stehen zwischen 2 Rippsäulen immer 2 Niegelhölzer; die langen Seiten brauchen also $2 \times 24 \times 2 = 96$ Niegelhölzer, beide kurze Seiten aber $2 \times 18 \times 2 = 72$ Niegelhölzer; zusammen also 168 Niegelhölzer. Kostet 1 Stück 10 Sgr. $= \frac{1}{3}$ Thlr., so kosten 168 Stück $168 \times \frac{1}{3}$ Thlr. $= 56$ Thlr.

20) Vier Zimmerleute hatten 12 Tage daran gearbeitet, und 3 Tagelöhner in 4 Tagen die Löcher gemacht; von den ersten erhielt jeder täglich 14 Sgr., von den letzten jeder 9 Sgr.; was betrug dieß, und wie theuer kam die ganze Umzäunung?

Aufsl.: Wenn jeder Zimmermann täglich 14 Sgr. erhält, so bekommt er in 12 Tagen 12×14 Sgr., 14 Sgr. $= \frac{2}{3}$ Thlr. weniger 1 Sgr.; $12 \times \frac{2}{3}$ Thlr. $= 6$ Thlr.; hievon gehen ab 12 Sgr., $= 5$ Thlr. 18 Sgr.; bekommt einer so viel, so müssen 4 Arbeiter 4×5 Thlr. 18 Sgr. bekommen, $= 22$ Thlr. 12 Sgr. Wenn jeder Tagelöhner täglich 9 Sgr. bekommt und 4 Tage arbeitet, so beträgt dessen Lohn 4×9 Sgr. $= 36$ Sgr. $= 1$ Thlr. 6 Sgr.; nun sind 3 Tagelöhner, also bekommen diese 3×1 Thlr. 6 Sgr. $= 3$ Thlr. 18 Sgr.; beide zusammen also 26 Thlr. Ueberhaupt also:

a) die Bretter . . .	245 Thlr.
b) die Rippsäulen . .	33 — 18 Sgr.
c) die Niegelhölzer .	56 — „ —
d) das Arbeitslohn .	26 — „ —
	360 Thlr. 18 Sgr.

Mehrere Beispiele setzen wir nicht her. Damit sich der Schüler Alles recht deutlich und lebendig denkt, so kann er angeleitet werden, daß in der Aufgabe Angegebene durch eine Zeichnung sich zu veranschaulichen. Dieß kann bei jeder Aufgabe geschehen, wenn Zeit dazu ist.

(S. Aufg. 3. Ziffern., Heft 2, S. 98 ff., Aufg. 28—79.)

§. 182.

Aus dem gegebenen Flächen-Inhalt und einer Seite die andere Seite der Fläche zu berechnen.

Früher schon ist gezeigt worden, wie Zahlen als Produkte zweier Faktoren angesehen werden können, und daß, wenn dieses Produkt und ein Faktor angegeben worden, man den andern Faktor findet, wenn das Produkt durch den bekannten Faktor dividirt wird. Es sei z. B. 24 das Produkt, und ein Faktor 6, so muß der andere Faktor gleich sein $24 : 6 = 4$. — Gesezt nun, es betrüge der Flächen-Inhalt eines Stücks Landes 24 Quadrat-Ruthen, und eine Seite wäre 6 Ruthen lang, so müßte die Fläche 6 Reihen enthalten; so viel Mal 6 in 24 enthalten ist, so viel Quadrat-Ruthen enthält jede Reihe, und ist also auch so viel Ruthen lang. Nun ist 6 in 24 enthalten 4 Mal, folglich muß die Fläche eine Breite von 4 Ruthen haben; denn jeder Quadrat-Flächeninhalt ist als ein Produkt zweier Faktoren zu betrachten. Hieraus folgt denn nun die Regel: Um die Zahl einer Seite der Fläche zu finden, dividire ich mit der Zahl der bekannten andern Seite in die Zahl des Flächen-Inhalts.

Zur Andeutung des Stufenganges folgende Beispiele:

1) Jemand besitzt ein Stück Leinwand, dessen Flächen-Inhalt 120 Ellen beträgt, wovon eine Seite $1\frac{1}{2}$ Elle breit ist; wie lang ist die Leinwand?

Aufl.: Ist der Flächen-Inhalt 120 □Ellen und die Breite $1\frac{1}{2}$ Elle, so muß die ganze Leinwand so viel Ellen lang seyn, als $1\frac{1}{2}$ Elle in 120 □Ellen enthalten ist. $120 = 2\frac{2}{3}^2$, $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, $\frac{3}{2}$ in $2\frac{2}{3}^2$ ist 80 Mal enthalten; folglich beträgt die Länge 80 Ellen.

2) Wenn 1 Morgen Land 180 □Ruthen enthält, so fragt sich's, wie lang er ist, wenn eine Seite 9 Ruthen, oder 2 Ruthen, oder 6 Ruthen, oder 18 Ruthen, oder 3 Ruthen, oder 4 Ruthen u. s. w. breit ist?

Aufl.: Enthält der Morgen 180 □Ruthen, und ist

eine Seite 9 Ruthen breit, so muß die andere 20 Ruthen lang sein; denn 9 ist in 180 20 Mal enthalten. Ist eine Seite 2 Ruthen oder 6 Ruthen u. f. w. breit, so muß die andere 90 Ruthen oder 30 Ruthen u. f. w. lang sein, u. f. w.

3) Der kölnische Morgen enthält 300 □ Ruthen; wenn nun die Länge 20, 25, 30, 50, 60 u. f. w. Ruthen beträgt, wie breit ist dann ein solcher Morgen?

Aufl.: Die Breite muß gleich sein dem 20sten Theile von 300 □ Ruthen, = 15 Ruthen, oder dem 25sten Theile von 300 □ Ruthen, = 12, u. f. w.

4) Es ist bekannt, daß 1 Hufe 30 Morgen, und 1 Morgen 180 □ Ruthen enthält, 1 Hufe also aus 30×180 □ Ruthen besteht; wie breit ist eine Hufe, deren Länge 100, 200, 300, 40, 90, 150, 600, 800 Ruthen ist?

Antw.: 54, 27, 18, 135, 60, 36, 9, $6\frac{2}{3}$ Ruth. breit.

5) H hat ein Feld, 50° l. 38° br., und will es mit einem andern 26° breiten Felde vertauschen; wie lang muß dieses sein?

Aufl.: Ein Feld, 50° l. 38° br., = 1900 □°. Das andere Feld soll ebenfalls so viel □ Ruthen enthalten und 26° breit sein; folglich muß seine Länge = 26 in 1900 □°, oder $73\frac{1}{3}$ Ruthen.

6) Zur Bekleidung eines Altars braucht man 16 Ellen $\frac{3}{4}$ breites Tuch; wie viel würde man brauchen, wenn es $1\frac{1}{2}$ Elle breit ist?

Aufl. 16 Ellen $\frac{3}{4}$ br. Tuch = $16 \times \frac{3}{4} = 28$ □ Ellen.

Sollen diese 28 □ Ellen $1\frac{1}{2}$ Elle breit sein, so müssen sie so viel Mal 1 Elle lang sein, als $1\frac{1}{2}$ in 28 enthalten ist; $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, $28 \text{ Ell.} = \frac{56}{3}$, $\frac{3}{2}$ in $\frac{56}{3}$ ist $18\frac{2}{3}$ Mal enthalten; also braucht man $18\frac{2}{3}$ Ellen.

7) Zur Beschlagung einer Schirmwand oder sogenannten spanischen Wand sind 7 Ellen $\frac{3}{4}$ breite Leinwand erforderlich; wie breit mußte sie sein, wenn man mit 5 Ellen auskommen wollte?

Aufl.: 7 Ellen $\frac{3}{4}$ breite Leinwand = $\frac{35}{4}$ □ Ell. = $8\frac{3}{4}$

□ Ell. Sollen $8\frac{3}{4}$ □ Ellen 5 Ellen lang sein, so muß

die Breite $1\frac{1}{2}$ Ellen betragen; denn 5 in $8\frac{1}{3}$ ist $4\frac{1}{3}$ Mal enthalten.

8) Um eine Straße abzukürzen, will man sie durch einen Aker von 150° Länge 80° Breite ziehen. Dem Eigenthümer soll der Betrag des Weges auf der schmalen Seite neben dem Wege ersetzt werden. Wenn nun der Weg 2° breit ist, wie viel muß auf der schmalen Seite neben dem Wege zugemessen werden, damit er nichts verliert?

$$\begin{array}{r} \text{Berechnung: } 150^\circ \quad 80 \\ \quad \quad \quad 2 \quad \quad 2 \\ \hline 300 \square^\circ \quad 78 \mid 300 \square^\circ = 3^\circ \\ \quad \quad \quad 234 \\ \hline \quad \quad \quad 66 \\ \quad \quad \quad 12 \\ \hline 78 \mid 792 = 10\frac{4}{3} \\ \quad \quad 780 \quad 6 \\ \quad \quad \frac{1}{7} \frac{2}{8} \mid \frac{2}{1} \frac{3}{3} \end{array}$$

(C. Aufg. z. Ziffer., Heft 2, S. 103, Aufg. 80—99.)

Jede dieser Aufgaben gilt wieder nur als eine zur Bildung mehrerer anderer derselben Art.

Schließlich fügen wir noch hinzu, daß bei einer Fläche, die ungleiche Breite an den 2 Enden hat, die Mittelzahl oder Durchschnittszahl für die rechte Breite oder Länge genommen werden muß. Diese findet man, wenn man die ungleiche Länge oder Breite zusammenzählt und die Summe durch 2 theilt. Es sei z. B. eine Fläche $10'$ l., und an dem einen Ende $5'$, am andern Ende $7'$ breit, so sieht man die Breite so an, als wäre sie durchgängig $6'$ breit; denn $5+7=12$, $12:2=6$, 6 ist die Durchschnittszahl.

(C. Aufg. z. Ziffer., Heft 2, S. 105, Aufg. 100—103.)

B. Körperberechnung.

§. 183.

Der Würfel oder Kubus als allgemeines Körpermaaß.

Schon §. 173. dieser Übung haben wir gesehen, daß bei der Ausmessung der Längen nur auf eine

Richtung, bei der Ausmessung der Flächen auf zwei, und bei der Ausmessung der Körper auf drei Richtungen zu sehen ist, welche alle drei in rechten Winkeln zu einander liegen. So wie man alle Flächen durch Quadrat-Flächen mißt: so berechnet man den Inhalt der Körper durch den Würfel oder Kubus. Der Würfel oder Kubus ist ein viereckiger Körper, der von 6 Flächen eingeschlossen ist, die sämmtlich gleichgroße Gevierte oder Quadrate bilden. Diese Flächen stoßen in 12 rechten Kanten zusammen, und enthalten 24 rechte Winkel, wovon 3 sich zu einer Ecke vereinigen; daher hat er 8 Ecken. Von den Flächen sind je 2, und von den Kanten je 4 gleichlaufend. Der Würfel hat 3 gleiche meßbare Richtungen: die Länge, Breite und Höhe. Ist der Würfel oder Kubus einen Zoll hoch, einen Zoll breit, einen Zoll lang, so heißt er ein Würfel- oder Kubik-Zoll, d. h., der Würfel (Kubus) hat einen körperlichen Inhalt von einem Kubik-Zoll. Hieraus ist zugleich zu entnehmen, was ein Kubik-Fuß, eine Kubik-Elle, Kubik-Klafter, Kubik-Ruthe, Kubik-Meile ist.

Der Zweck dieses Sen ist, den Kindern einen anschaulichen Begriff von der Größe des Würfels oder Kubus beizubringen. Zur Deutlichmachung muß der Lehrer sich mehrere Würfel zu verschaffen suchen. Er kann sie leicht selbst aus Thon oder Pappe verfertigen, oder von einem Tischler aus Holz verfertigen lassen; jeder muß 1 Zoll lang, 1 Zoll breit und 1 Zoll hoch sein. Auch von der Größe eines Kubikfußes muß er den Kindern einen anschaulichen Begriff geben. Dieß geschieht, wenn man den Kindern einen Kasten, oder Stein, oder auch einen Klotz von 1 Kubik-Fuß zeigt. Leicht läßt sich auch ein Kubikfuß aus Ziegeln zusammensetzen. Umständlicher, jedoch nicht unmöglich, ist, den Kindern eine Kubik-Ruthe zu veranschaulichen. Dieß läßt sich bewerkstelligen, wenn man ihnen den Raum einer Kubik-Ruthe an der Mauer oder an der Wand eines Gebäudes zeigt, und auf die freie Ecke des gedachten Würfels eine Stange stellt.

§. 184.

Berechnung kubischer Körper.

So wie man an einem Quadrat die Breite weiß, wenn man die Länge gemessen hat: so weiß man am Würfel die Breite und Höhe durch Messung der Länge. Ein Würfel, dessen eine Kante 1 Zoll ist, beträgt auch im Würfel oder dem körperlichen Inhalte nach 1 Zoll; ein Würfel, dessen eine Kante 2 Zoll lang ist, hat Flächen, die 2×2 (4) Zoll im Quadrat betragen, und beträgt im körperlichen Inhalt $2 \times 2 \times 2 = 8$ Kubik:Zoll. Hat man einen Würfel, der 3 Zoll lang ist, so ist er auch 3 Zoll breit, und jede seiner Flächen beträgt 9 Zoll im Quadrat; und diese 9 Quadrat:Zoll sind 3 Zoll hoch; daher hat die Seite eines Würfels, dessen eine Kante 3 Zoll ist, 3×3 Zoll im Quadrat, und der Würfel selbst beträgt $3 \times 3 \times 3 = 27$ Zoll im Würfel (Kubus), d. h., 27 Kubik:Zoll (geschrieben: 27 $\square\square''$). Ein Würfel, dessen eine Kante ein Fuß ist, hat Flächen, die einen Fuß im Quadrat betragen, und der körperliche Inhalt ist 1 Kubik:Fuß. Theilt man den Fuß in 12 Zoll, so hat er Flächen, die $12 \times 12 = 144$ Zoll im Quadrat betragen, und sein Körper:Inhalt (Kubus) beträgt $12 \times 12 \times 12$ Zoll $= 12 \times 144 = 1728$ Kubik:Zoll. Demnach ist der Kubik:Fuß ein Würfel, der 12 Zoll breit, 12 Zoll lang, 12 Zoll hoch ist, und enthält 12 Schichten, jede Schicht zu 12 Reihen, jede Reihe zu 12 Würfeln, wovon jeder 1 Kubik:Zoll beträgt. Aus demselben Grunde enthält die 12theilige Kubik:Ruthe 1728 Kubik:Fuß. Nimmt man den Fuß 10theilig, so ist der Kubik:Fuß 10 Zoll hoch, 10 Zoll breit, 10 Zoll lang; enthält also 10 Schichten, jede Schicht 10 Reihen, jede Reihe 10 Würfel zu 1 Kubik:Zoll; also der ganze Kubik:Fuß $10 \times 10 \times 10 = 10 \times 100 = 1000$ Kubik:Zoll. So wie nun eine Quadrat:Ruthe 144 Quadrat:Fuß, 1 Quadrat:Fuß 144 Quadrat:Zoll enthält: so sind in einer Kubik:Ruthe 1728 Kubik:Fuß, in einem Kubik:Fuß 1728 Kubik:Zoll enthalten.

Hieraus folgt die Regel: Um den Körper: Inhalt irgend eines Würfels zu berechnen, darf man nur eine seiner drei Ausdehnungen, z. B. die Länge, messen, diese mit sich selbst vervielfältigen, und das Produkt noch ein Mal mit derselben Zahl, d. h., mit der Höhenzahl, die gleich ist der Längenzahl, multiplizieren; das Heraus: kommende gibt den Körper: Inhalt des Würfels an.

Vieles hier Vorkommende läßt sich durch Würfel veranschaulichen, und muß den Kindern auch anschaulich gemacht werden, wozu wir einige Winke geben wollen. Der Lehrer nimmt zuerst 8 Würfel, wovon jeder 1 Kubik-Zoll ist, legt sie so über- und neben einander, daß sie gleichsam einen Würfel bilden, dessen eine Kante oder Seite 2 Zoll hat (also 2 Würfel über- und neben einander). Hierauf lasse man sie selbst bemerken, daß dieser Würfel, von oben an gerechnet, aus 2 waagerechten Schichten besteht, wovon jede 2 Reihen enthält, und jede Reihe wieder 2 Kubik-Zoll. Bald werden sie finden, daß jede Schicht 2×2 oder 4 Kubik-Zoll enthält, folglich der ganze Körper aus $2 \times 2 \times 2$ oder aus $2 \times 4 = 8$ Kubik-Zoll besteht; also auch in 8 Würfel zerlegt werden kann. Auf selbige Art macht man es mit 27 Würfeln, die man in 3 Schichten legt, woraus ein Würfel entsteht, der zur Seite 3 Zoll hat; von den 3 Schichten hat jede 3 Reihen, jede Reihe zu 3 Kubik-Zoll; folglich hat jede Schicht $3 \times 3 = 9$ Kubik-Zoll, also der ganze Würfel $3 \times 3 \times 3 = 3 \times 9 = 27$ Kubik-Zoll. Aus solchen Veranschaulichungen wird der Schüler einsehen, daß es einerlei ist, ob die Höhe, die Länge oder die Breite vervielfältigt wird. Hierbei muß die Berechnung des Flächen: Inhalts der Oberfläche eines zusammengesetzten Würfels nicht vernachlässigt werden, damit der Unterschied zwischen Flächenraum und Körperraum in dem Schüler recht deutlich zum Bewußtsein gebracht werde. Andeutungen dazu enthält der Paragraph selbst.

§. 185.

Kubik-Zahlen. (Fortsetzung des vorigen Paragraphen.)

Wenn eine Zahl mit sich selbst vervielfältigt wird, so findet man das Quadrat der Zahl. Wenn das Quadrat wiederum mit seiner Wurzel, d. h., noch ein Mal mit der nämlichen Zahl, vervielfältigt wird, so heißt dieß neue Produkt die Würfelzahl oder Kubikzahl, und die Wurzel in Rücksicht auf diese die Kubikwurzel. So ist z. B. 27, welche Zahl aus 3×9 oder aus $3 \times 3 \times 3$ entsteht, der Kubus von 3; ferner $64 = 4 \times 4 \times 4$ ist der Kubus von 4; $125 = 5 \times 5 \times 5$ ist der Kubus von 5. Im ersten Beispiel ist 2 die Kubikwurzel, im 2ten ist 3 die Kubikwurzel, im 4ten ist 4 die Kubikwurzel, u. s. w. Wenn man so weiter fortfährt, so werden sich von 1 bis 10 folgende Quadrat- und Kubikzahlen ergeben.

			Länge. Breite. Höhe. Kubus.
Der Kubus von	$1 = 1$	denn	$1 \times 1 \times 1 = 1$
— — —	$2 = 8$	—	$2 \times 2 \times 2 = 8$
— — —	$3 = 27$	—	$3 \times 3 \times 3 = 27$
— — —	$4 = 64$	—	$4 \times 4 \times 4 = 64$
— — —	$5 = 125$	—	$5 \times 5 \times 5 = 125$
— — —	$6 = 216$	—	$6 \times 6 \times 6 = 216$
— — —	$7 = 343$	—	$7 \times 7 \times 7 = 343$
— — —	$8 = 512$	—	$8 \times 8 \times 8 = 512$
— — —	$9 = 729$	—	$9 \times 9 \times 9 = 729$
— — —	$10 = 1000$	—	$10 \times 10 \times 10 = 1000$

Oder:

Wurzel	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadrat	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Kubus	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Das Wurzelzeichen des Kubus ist wie das Wurzelzeichen des Quadrates; man schreibt in die Öffnung des Wurzelzeichens noch eine kleine 3, z. B. $\sqrt[3]{125}$ heißt: Kubikwurzel aus 125, d. i., 5. So

auch 5^3 heißt 5 auf den Würfel oder Kubus erhoben,
d. i., $5 \times 5 \times 5 = 125$.

Der Lehrer lasse, nachdem er dieses mit den Kindern durchgegangen, von vielen Zahlen den Kubik-Inhalt schriftlich berechnen. Für's Kopfrechnen ist diese Rechnung in den meisten Fällen zu schwer. Wir stellen die Berechnung einiger Aufgaben her. Z. B.:

Was ist die Kubikzahl von 263?

Berechnung:

$$\begin{array}{r} 263 \\ 263 \\ \hline 69169 \text{ (Quadrat)} \\ 263 \\ \hline 181914447 \text{ (Kubikzahl).} \end{array}$$

Welches ist der Kubus von 30 Ruth. 9 Fuß?

Berechnung:

$$\begin{array}{r} 30^\circ 9' \\ 12 \\ \hline 369' \\ 369 \\ \hline 136161 \text{ (Quadrat: Fuß)} \\ 369 \\ \hline 1728 : 50243409 \text{ (Kubik: Fuß)} = 29076 \square \square^\circ \\ 50243328 \\ \hline 81 \square \square' \end{array}$$

Erklärung: 30 Ruthen 9 Fuß mache ich zu Fuß, = 369 Fuß, multiplizire die Zahl mit sich selbst, und erhalte die Quadratzahl 136161, welche wieder, mit 369 multipliziert, die Kubikzahl 50243409 gibt; dieß sind aber Fuß, die durch die Division mit 1728 in Kubik-Ruthen verwandelt werden, denn 1728 Kubik-Fuß geben 1 Kubik-Ruthe. So viel Mal also die Zahl in 50243409 Fuß enthalten ist, so viel Ruthen sind 50243409 Fuß, nämlich 29076 Kubik-Ruthen 81 Kubik-Fuß.

Was ist der Kubus von $24\frac{2}{3}$ Ruthen?

Berechnung.

$$\begin{array}{r} 24\frac{2}{3} \\ 74 \times 74 \\ \hline 3 \times 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 74 \\ 74 \\ \hline 5476 \times 74 \\ 9 \times 3 \end{array}$$

5476

74

$$27 \overline{) 405224} = 15008\frac{8}{27} \text{ Kubik: Ruthen.}$$

405216

 $\frac{8}{27}$

Erläuterung. $24\frac{2}{3}$ Ruthen mache ich zu 3tel: Ruthen, = $\frac{74}{3}$ Ruthen, multiplizire dann Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner, = $\frac{5476}{9}$ Quadrat: Ruthen; diese wieder mit $\frac{74}{3}$ vervielfältigt = $\frac{5476}{9} \times \frac{74}{3} = \frac{405224}{27} = 15008\frac{8}{27}$ Kubik: Ruthen.

(S. Aufg. 3. Ziffern., Heft 2, S. 106, Aufg. 1 — 7.)

§. 186.

Einige angewandte Beispiele.

1) In einer Ziegelscheune stehen 6 Haufen Ziegel; ein jeder dieser Haufen hat eine Höhe von 6 Fuß 6 Zoll, und ist eben so breit und lang: es fragt sich, wie viel Kubik: Fuß alle 6 Haufen enthalten?

Berechnung: 6 Fuß 6 Zoll

12

78 Zoll

78

6084 Quadrat: Zoll

78

474552 Kubik: Zoll

6

$$1728 \overline{) 2847312} \text{ Kubik: Zoll} = 1647 \text{ Kubik: Fuß.}$$

2846016

1296 Kubik: Zoll.

(Bedarf wohl nicht erst einer Erläuterung.)

2) Ein Körper enthält 27 Kubik: Zoll, und bei einem andern Körper beträgt jede Kante 5 Zoll; wie viel betragen beide im Würfel?

17*

Berechnung.

$$\begin{array}{r}
 5 \text{ Zoll} \\
 5 \\
 \hline
 25 \square \text{ Zoll} \\
 5 \\
 \hline
 125 \square \square \text{ Zoll} \\
 + 27 \\
 \hline
 152 \square \square \text{ Zoll}
 \end{array}$$

d. h., der Kubik-Inhalt des andern Körpers beträgt $5 \times 5 \times 5 = 5 \times 25 = 125$ Kubik-Zoll; zu diesen die 27 Kubik-Zoll des ersten Körpers zugezählt, gibt 152 Kubik-Zoll.

3) Jemand hat 3 Körper von verschiedener Größe. Bei dem Würfel B beträgt jede Kante $11\frac{3}{4}$ Zoll, bei dem Würfel A $4\frac{2}{5}$ Zoll, bei dem Würfel C $\frac{1}{8}$ Zoll; wie viel betragen alle 3 im Würfel?

Berechnung.

$$\begin{array}{r}
 \text{B) } 11\frac{3}{4} \text{ Zoll} \quad 47 \quad 2209 \\
 \hline
 47 \times 47 \quad 47 \\
 \hline
 4 \times 4 \quad 2209 \times 47 \quad 64 \mid 103823 = 1622\frac{1}{2} \square \square \text{ Z.} \\
 \hline
 16 \times 4 \quad 103808 \\
 \hline
 \frac{1}{2} \frac{1}{2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{A) } 4\frac{2}{5} \\
 \hline
 24 \times 24 \quad 24 \\
 \hline
 5 \times 5 \quad 24 \\
 \hline
 576 \times 24 \quad 576 \\
 \hline
 25 \times 5 \quad 24 \\
 \hline
 125 \mid 13824 = 110\frac{7}{25} \square \square \text{ Z.} \\
 \hline
 13750 \\
 \hline
 \frac{7}{25}
 \end{array}$$

$$\text{C) } \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{64} = \frac{1}{512} \text{ Kubik-Zoll.}$$

$$\begin{array}{r}
 1622\frac{1}{2} \square \square \text{ Zoll} \\
 110\frac{7}{25} \square \square \text{ Zoll} \\
 \frac{1}{512} \square \square \text{ Zoll} \\
 1728 \mid 1732\frac{1}{2} \square \square \text{ Z.} = 1 \square \square \text{ Z. } 4\frac{1}{2} \square \square \text{ Z.}
 \end{array}$$

d. h., der Kubus von B = $11\frac{3}{4} \times 11\frac{3}{4} \times 11\frac{3}{4} = 1622\frac{27}{64}$ Kubif. Zoll; der Kubus von A = $4\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{2} = 110\frac{7}{8}$ Kubif. Zoll; der Kubus von C = $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{125}$ Kubif. Zoll.

4) Aus einem Würfel, dessen eine Kante 11 Fuß $10\frac{9}{10}$ Zoll beträgt, sollen 2 Würfel herausgeschnitten werden, deren jede Kante $9\frac{4}{5}$ Zoll beträgt; wie viel wird im Würfel übrig bleiben?

Berechnung.

11 Fuß $10\frac{9}{10}$ Zoll
12

$$\begin{array}{r} 9\frac{4}{5} \text{ Zoll} \\ 49 \times 49 \\ \hline 5 \times 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 142\frac{9}{10} \text{ Zoll} \\ 1429 \times 1429 \\ \hline 10 \times 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1429 \\ 1429 \\ 2042041 \\ 1429 \end{array}$$

$$1000 \mid 2918076589 = 2918076\frac{589}{1000} \text{ R. 3.}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ 49 \\ \hline 2401 \times 49 \\ \hline 25 \times 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2401 \\ 49 \\ \hline 117649 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1882\frac{48}{125} \\ \hline 2916194\frac{41}{200} \text{ R. 3.} \end{array}$$

$$125 \mid 235298 = 1882\frac{40}{125} \text{ Kubif. Zoll}$$

$$1728 \mid 2916194\frac{41}{200} \text{ R. 3. Zoll} = 1687 \text{ R. Fuß } 1058\frac{41}{200} \text{ R. 3.}$$

$$2915136$$

$$1058\frac{41}{200} \text{ Kubif. Zoll.}$$

Man vermehre diese Aufgaben.

(C. Aufg. z. Ziffern., Heft 2, C. 107, Aufg. 8—19.)

§. 187.

Messung und Berechnung anderer rechtwinkl. Körper.

Rechtwinkelige Körper sind Körper, die von sechs Rechtecken eingeschlossen sind, wovon immer die zwei gleichlaufenden gleich sind. Bei solchen Körpern können die Breite und Dicke gleich sein, oder auch die Länge und Breite, oder auch alle 3 Ausdehnungen.

Gesezt, wir hätten einen rechtwinkligen Körper (Wierkant), dessen Länge und Breite gleich sind, so mißt man eine dieser Richtungen, sucht dann den Quadrat-Inhalt der Grundfläche (nach §. 181.), mißt dann auch die Höhe, und vervielfältigt den Betrag mit dem Quadrat-Inhalt der Grundfläche; das Produkt gibt den Würfel-Inhalt. Z. B.: es betrüge die Länge 4 Zoll, so wird der Flächen-Inhalt der Grundfläche sein $4 \times 4 = 16$ □Zoll; die Höhe möge 6 Zoll betragen, folglich der ganze Würfel-Inhalt $6 \times 16 = 96$ Würfel- oder Kubik-Zoll. Denkt man sich selbigen Körper (Wierkant) liegend, so sind Breite und Dicke gleich; dennoch muß dasselbe kommen. Dieß gilt von allen andern rechtwinkligen Körpern, die bisweilen 3 verschiedene Lagen haben können. Wäre z. B. ein Körper gegeben, dessen Länge 6 Zoll, die Breite 4 Zoll betrüge, so ist der Flächen-Inhalt der Grundfläche gleich, $4 \times 6 = 24$ □Zoll; beträgt die Höhe oder Dicke 2 Zoll, so bekommt man $2 \times 24 = 48$ Kubik-Zoll als Kubik-Inhalt. Hieraus geht nachfolgende allgemeine Regel hervor: Soll man den Körper-Inhalt eines Körpers berechnen, der von Rechtecken eingeschlossen ist, so multipliziert man die Längen-, Breiten- und Höhenzahl durcheinander; das Produkt gibt die Zahl des Körper-Inhalts.

Noch einige Worte über die Behandlungsweise des Vorstehenden. Der Lehrer verschaffe sich zur Verdeutlichung einige Körper, die von Rechtecken eingeschlossen sind; zeige den Kindern die verschiedenen Lagen, in welchen der Körper seyn könne; mache auf die 3 Richtungen, Länge, Breite und Höhe, aufmerksam; frage darnach welche von den 3 Richtungen gleich sind, wenn der Körper so oder so gestellt wird; nehme hierauf einen Würfel, der gerade einen Kubik-Zoll beträgt, und lasse damit erst die Länge, dann die Breite und die Höhe der zu berechnenden Körper messen und angeben, und frage darnach, wie viel solche Würfel sich wohl aus dem Körper schneiden lassen, und die Kinder werden den Kubik-Inhalt des Körpers finden. Oder man

verfahre so: Man nehme 4 Würfel (jeder 1 Zoll), ordne sie nebeneinander, und frage nach der Länge, Breite und Höhe. Finden die Kinder, daß der Körper 4" l. 1" br. 1" hoch sei, so setzen sie auch bald hinzu, daß der Würfel-Inhalt = 4 Kubik-Zoll. Auch übereinander können die Würfel gesetzt werden: dann ergibt sich, daß die Höhe 4" beträgt, die Länge aber nur 1", und so auch die Breite. Ist dieß eingesehen, so lege der Lehrer jene 4 kleine Würfel dreihig zusammen, und lasse die Kinder bemerken, daß 2 Reihen Würfel, jede von 2 Kubik-Zoll, da liegen, daß die Länge 2 Zoll, die Breite gleichfalls 2 Zoll beträgt; daß sie einen Flächenraum von 4 □ Zoll einnehmen; daß ferner die Höhe 1 Zoll beträgt; folglich der Körper 4 □□" enthält. Darauf wird den Kindern gesagt, daß 1 Körper 2" l. 2" br. 1" hoch $2 \times 2 \times 1 = 4$ Kubik enthält. Stellt man die Würfel in 2 Reihen übereinander, so werden die Kinder bemerken, daß der Körper 2" l. 1" br., aber 2" hoch sei, daß er einen Flächenraum von 2 □□ einnimmt, und daß, wie vorher, der Körper-Inhalt 4" Kubik beträgt. — Nach solchen sehr wichtigen Anschauungen lasse er nun folgende etwas schwerere Aufgaben berechnen. Z. B.: Bildet einen Körper, der 4" hoch 3" br. 6" l. ist! Der Lehrer legt dann die erforderliche Anzahl von Würfeln (wozu freilich 72 Stück gehören) hin; die Kinder werden 4 Schichten übereinander bilden, wovon jede 3 Reihen, à 6 Kubik-Zoll, enthält, und dann finden, daß sie dazu 72 Würfel brauchen, und daß also ein Körper, der 4" hoch 3" br. 6" l. ist, einen Flächenraum von $6 \times 3 = 18$ □□ Zoll einnimmt, und bei einer Höhe von 4" 72 Würfel-Zoll enthält. Solche Aufgaben und Zusammenstellungen machen den Kindern viel Freude; man verweile dabei lange, wenn man Zeit hat. Fleißige Schüler werden ohne Geheiß des Lehrers sich selbst viele Würfel aus Thon gebildet haben, und sich auch auf solche Art zu Hause nützlich beschäftigen. Darauf machen wir den Lehrer noch aufmerksam, daß er jeden so zusammengesetzten Körper nicht nur von Einer Seite betrachten läßt. So können z. B. in dem oben angeführten Beispiele die Kinder darauf geleitet werden, zu sagen: der Körper besteht aus 6 Schichten, wovon jede 3" breit 4" hoch ist, u. s. w.

Wie früher, muß auch hier der Schüler den Flächen-Inhalt der Körper berechnen. So bestehen in obigem zusammengesetzten Körper die Grundfläche und Oberfläche jede aus $6 \times 3 = 18$ □ Zoll, beide aus $2 \times 18 = 36$ □ Zoll; die 2 Längen-Seiten, à $4 \times 6 = 24$ □'', beide $2 \times 24 = 48$ □''; die 2 Breiten-Seiten, à $3 \times 4 = 12$ □'', beide $2 \times 12 = 24$ □''; mithin zusammen $36 + 24 + 48 = 108$ □'', während der Körper-Inhalt nur 72 □□'' beträgt. Noch ein vollständig berechnetes Beispiel, wornach mehrere andere zu bilden sind: Ein Körper, welcher $10''$ l. $6''$ br. $3''$ hoch ist, enthält 3 Schichten übereinander, jede zu 6 Reihen, à 10 □□''; jede Schicht enthält $6 \times 10 = 60$ Kubik-Zoll, also der ganze Körper $3 \times 6 \times 10 = 3 \times 60 = 180$ □□''. Er besteht aus 3 Paar Flächen: 2 enthalten à $6 \times 10 = 60$ □'', beide also $2 \times 60 = 120$ □''; 2 andere à $10 \times 3 = 30$ □'', beide also $2 \times 30 = 60$ □''; die 2 übrigen à $3 \times 6 = 18$ □'', beide also $2 \times 18 = 36$ □''; zusammen also $120 + 60 + 36 = 216$ □ Zoll. — Kommen Brüche vor, so ist das Verfahren dabei eben so.

§. 188.

Anwendung des Vorigen.

1) Wie viel beträgt der Kubik-Inhalt einer Kubik-Klafter Holz, die 6 Fuß breit, 6 Fuß hoch ist, und deren Scheite 3 Fuß lang sind?

Aufl.: Ist die Kubik-Klafter $6'$ br. $6'$ h. $3'$ l., so enthält sie 6 Schichten von 3 Reihen, jede zu 6 □□', oder $6 \times 3 \times 6 = 108$ □□'. Sind die Scheite nur $2\frac{1}{2}'$ lang, so enthält sie nur $6 \times 6 \times 2\frac{1}{2} = 90$ Kubik-Fuß.

2) Wie viel Kubik-Fuß sind in einer Klafter Steine enthalten, wenn sie $3'$ hoch, $6'$ breit und $6'$ lang ist?

Aufl.: Die Klafter enthält 3 Schichten zu 6 Reihen, à 6 □□'; also $6 \times 6 \times 3 = 108$ □□'.

3) Wenn eine Schacht-Ruthe (die beim Bauen zum Messen der Erde, des Sandes u. s. w. gebraucht wird), $12'$ l. $12'$ br. $1'$ hoch ist, wie viel Kubik-Fuß enthält sie dann?

Aufl.: Eine Schacht-Ruthe enthält 12 Reihen zu 12 Kubik-Fuß = 144 □□'.

4) Wie viel Kubik-Fuß enthält ein Achtel Holz in Preußen, wenn es 8' hoch, 9' breit ist, und die Scheite 5' lang sind?

Aufl.: Das Achtel Holz hat 8 Schichten zu 9 Reihen, jede zu 5 Kubik-F., = $8 \times 9 \times 5 = 360$ Kubik-F.

5) Ein Fuder Heu ist 15 Fuß lang, 8 Fuß breit und 12 Fuß hoch; wie viel Kubik-Fuß wird es enthalten?

Aufl.: Das Fuder Heu enthält 12 Schichten zu 8 Reihen, jede zu 15 Fuß Kubik; mithin $15 \times 8 \times 12 = 1440$ Kubik-Fuß.

6) Jemand läßt eine Grube zur Ueberwinterung der Kartoffeln graben; die Grube ist 20 Fuß l., 8 F. br., 6 F. tief; wie viel Kubik-Fuß Erde wird ausgegraben?

Aufl.: Ich denke mir hier den Inhalt der Grube, als enthielte er 6 Schichten, jede zu 8 Reihen, jede Reihe zu 20 Kubik-Fuß; also enthält die Grube $8 \times 6 \times 20 = 960$ □□' (12theilig).

7) Wie viel Kubik-Fuß Erde wird aus einem Grabe, das 8' l. 3' br. u. 5' tief ist, ausgeworfen?

Auflösung und Beweis wie vorher.

8) Auf dem Holzhofe zu N. stehen 30 Reihen Tannen-Holz; jede Reihe ist 20° 10' l., 6' br., 6' hoch. Wie viel Kubik-Ruthen nimmt 1) jede Reihe, 2) alle zusammen ein? und wenn 1 Klafter 6' l., 6' h., 6' br. ist, wie viel Kubik-Klaftern stehen auf dem Holzhofe? welchen Flächenraum nehmen sie ein?

Verechnung.

20° 10' (Länge)

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 \hline
 250' \\
 6 \\
 \hline
 1500 \text{ □}' \quad (\text{Quadrat-Inhalt einer Reihe}) \\
 6 \\
 \hline
 1728 \text{ □}'
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 9000 \text{ □□}' \\
 \times 3 \quad 0 \\
 \hline
 27000 \text{ □□}' \\
 216 : 27000 \text{ □□}' = 1250 \text{ Klaftern.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1728 \text{ □}' \\
 8640 \\
 \hline
 360 \text{ □□}'
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 9000 \text{ □□}' = 5 \text{ □□}^\circ 360 \text{ □□}' \quad (\text{R. Inh. einer Reihe}) \\
 156 \text{ □□}^\circ 432 \text{ □□}' \quad (30 \text{ Reihen}) \\
 \hline
 \text{Kub.-Inhalt aller 30 Reih.)}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1500 \square' \\
 3 \quad 0 \\
 144 \overline{) 45000 \square'} = 312\frac{1}{2} \square^\circ \text{ (Flächenraum des Holzes)} \\
 \underline{44928} \quad \substack{72 \\ 144} \quad \substack{1 \\ 2}
 \end{array}$$

9) Wenn ein Kubikfuß Tannenholz 55 Pfund wiegt, wie viel werden diese 156 Kubik Ruthen 432 Kubikfuß wiegen?

Berechnung.

$$\begin{array}{r}
 156 \square \square^\circ \quad 432 \square \square' \\
 1728 \\
 \hline
 270000 \\
 55 \\
 \hline
 1350000 \\
 135 \\
 \hline
 11 \overline{) 0 \overline{) 1485000 \overline{) 0}}} \text{ Pfd.} = 135000 \text{ Ztr. (Gewicht des ganzen Holzes)}
 \end{array}$$

10) Es hat Jemand 4 Wände zu einem Keller zu bauen; alle 4 Wände sind gleich groß, jede ist 90 Ziegel lang (die Ziegel der Länge nach gerechnet), $6\frac{1}{2}$ Ziegel breit (die Ziegel der Breite nach gerechnet), und $40\frac{1}{3}$ Ziegel hoch (die Ziegel der Dicke nach gerechnet). In diesem Keller werden aber 6 Nischen (Rischen) angebracht; durch jede Nische werden 100 Ziegel erspart: wie viel Ziegel muß man haben, um den Bau zu vollenden?

Auflösung. Ist eine Wand 90 Ziegel lang, $6\frac{1}{2}$ Ziegel breit und $40\frac{1}{3}$ Ziegel hoch, so enthält sie $40\frac{1}{3}$ Schicht, jede Schicht $6\frac{1}{2}$ Reihe zu 90 Ziegeln, also $40\frac{1}{3} \times 6\frac{1}{2} \times 90 = 23595$ Ziegel: alle 4 Wände betragen demnach $4 \times 23595 = 94380$ Ziegel. Da aber 6 Nischen gemacht werden, und man durch jede Nische 100 Ziegel, im Ganzen also $6 \times 100 = 600$ Ziegel erspart, so braucht man 600 Ziegel weniger; 94380 Ziegel weniger 600 Ziegel = 93780 Ziegel.

11) Eine 5 Meilen lange und 18 Fuß breite Straße soll mit Kies 10 Zoll hoch beschüttet werden; wie

viel Schachtruthen Rieß braucht man dazu, und wie viel Fuhren sind nöthig, wenn der Wagen: Kasten 7' l. 3' br. 2' tief ist?

Auflösung. Die Straße ist 5 Meilen lang, enthält also 5×24 tausend Fuß = 120 tausend Fuß; und da sie 18 Fuß breit ist, so beträgt der Flächen: Inhalt 18×120 tausend = 2160 tausend □ Fuß. Wird der Sand 10 Zoll, d. i. $\frac{2}{3}$ Fuß, hoch geschützt, so beträgt der Kubik: Inhalt des Sandes $\frac{2}{3} \times 2160$ tausend = 1800 tausend Kubik: Fuß; 144 Kubik: Fuß = 1 Schachtruthe; 1800 tausend Kubik: Fuß = 12500 Schachtruthen; folglich braucht man 12500 Schachtruthen. Der Wagen: Kasten ist 7' l., 3' br., 2' tief, im Kubus also $7 \times 3 \times 2 = 42$ Kubik: Fuß = $\frac{7}{4}$ Schachtruthen; so oft nun $\frac{7}{4}$ Schachtruthen in 12500 Schachtruthen enthalten sind, so viel Fuhren sind nöthig, nämlich $4285\frac{7}{8}$ Fuhre.

12) Wie viel Scheffel sind in einem 20' l. 15' br. und 3' hohen Getreidehaufen enthalten, wenn auf einen preuß. Schfl. $1\frac{1}{2}$ Kubik: Fuß gehen?

Auflösung. Da der Getreidehaufen 20' l. 15' br. ist, so enthält er $20 \times 15 = 300$ □ Fuß, und sein Kubik: Inhalt beträgt, bei einer Höhe von 3', $3 \times 300 = 900$ Kubik: Fuß. Will man nun wissen, wie viel Schfl., à $1\frac{1}{2}$ Kubik: Fuß, darin enthalten sind, so muß man mit $1\frac{1}{2}$ Kubik: Fuß in 900 Kubik: Fuß dividiren, gibt 506 $\frac{2}{3}$ Scheffel.

13) Wie viel Ztnr. Weizen enthält ein Haufen, der 25' l. 15' br. 2 $\frac{1}{4}$ ' hoch ist, wenn 1 Schfl. Weizen 90 Pfd. enthält?

Auflösung. Der Haufen enthält $25 \times 15 \times 2\frac{1}{4} = 1031\frac{1}{4}$ Kubik: Fuß Weizen. Beträgt 1 Scheffel $1\frac{1}{2}$ Kubik: Fuß, so sind in 1031 $\frac{1}{4}$ Kubik: Fuß = $580\frac{5}{8}$ Schfl. enthalten; wiegt 1 Schfl. 90 Pfd., so müssen $580\frac{5}{8}$ Schfl. wiegen $580\frac{5}{8} \times 90$ Schfl. = $52207\frac{1}{2}$ Pfd. oder 474 Ztnr. 67 $\frac{1}{2}$ Pfd.

Anmerk. 1 Schfl. Roggen wiegt 80 Pfd., 1 Schfl. Gerste 70 Pfd., 1 Schfl. Hafer 65 Pfd.

14) Wenn der Kubik-Fuß Wasser 66 Pfd. wiegt, und das Eisen $7\frac{1}{2}$ Mal so schwer ist als das Wasser; wie schwer ist da eine Stange Eisen, 10' l., 5" br., $\frac{3}{4}$ " dick?

Auflösung. Die Stange Eisen enthält im Kubik $120 (10') \times 5 \times \frac{3}{4}'' = 450 \square\square\text{Zoll} = \frac{35}{2} \square\square'$. Wenn nun 1 Kubik-Fuß Wasser 66 Pfd. wiegt, und das Eisen $7\frac{1}{2}$ Mal so schwer ist, so wiegt 1 Kubik-Fuß Eisen $7\frac{1}{2} \times 66 \text{ Pfd.} = 514\frac{1}{2} \text{ Pfd.}$, $\frac{35}{2}$ Kubik-Fuß also $\frac{35}{2} \times 514\frac{1}{2} \text{ Pfd.} = 134\frac{1}{2} \text{ Pfd.}$

Anmerkung: Vielleicht geschieht manchem Lehrer ein Gefallen, wenn wir hier noch Folgendes hersetzen:

Viele Gegenstände in der Natur werden ihrer Schwere nach, nach einer bestimmten Masse Wasser gemessen und gewogen.

1 Kubik-Fuß Wasser wiegt etwa 66 bis 70 Pfund.

Nun ist Platina 21 $\times$, Gold 19 $\frac{1}{2}$ $\times$, Quecksilber 14 $\times$, Blei 11 $\frac{1}{2}$ $\times$, Silber 11 $\times$, Wismuth 9 $\times$, Kupfer 8 $\frac{1}{2}$ $\times$, Messing 8 $\times$, Stahl 7 $\frac{1}{2}$ $\times$, Eisen 7 $\frac{1}{2}$ $\times$, Zinn 7 $\times$, Zink 7 $\times$, Magnesium 7 $\times$, Magnet 4 $\times$, Demantstein 3 $\times$, Marmor 2 $\frac{1}{2}$ $\times$, Quarz 2 $\frac{1}{2}$ $\times$, Bergkrystall 2 $\frac{1}{2}$ $\times$, Feuerstein 2 $\frac{1}{2}$ $\times$, Porzellanerde 2 $\frac{1}{2}$ $\times$, Kreide 2 $\frac{1}{2}$ $\times$, Kalkstein (Gyps) 2 $\frac{1}{2}$ $\times$, Steinsalz (Salpeter) 2 $\times$, Bernstein 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\times$, Steinkohlen 1 $\frac{1}{2}$ $\times$, Zucker 1 $\times$, Schwefel 1 $\frac{1}{2}$ $\times$ (ungefähr)

so schwer als Wasser.

Holzarten sind zum Theil schwerer, zum Theil leichter als Wasser. Schwerer als Wasser sind: Cedernholz ($1\frac{1}{2}$ $\times$), Buxbaumholz ($1\frac{1}{2}$ $\times$), Brasilienholz ($1\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\times$), Ebenholz ($1\frac{1}{2}$ $\times$), Mahagoniholz ($1\frac{1}{2}$ $\times$), Eichenholz (1 $\times$). — Leichter als Wasser sind: das Buchenholz ($\frac{1}{2}$ $\times$) (ungefähr), u. s. w.

1 Kubik-Fuß Luft wiegt 2 $\frac{1}{2}$ Loth.

1 Kubik-Zoll Eisen wiegt 7 Unzen 3 Drachmen
1 Scrupel 7 $\frac{1}{2}$ Gran.

1	Kubik-Fuß	Platina	wiegt	1470	Pfund.
1	—	Gold	—	1365	—
1	—	Quecksilber	—	980	—
1	—	Blei	—	805	—
1	—	Silber	—	770	—
1	—	Wismuth	—	630	—
1	—	Kupfer	—	595	—
1	—	Messing	—	560	—
1	—	Stahl	—	525	—
1	—	Eisen	—	546	—
1	—	Zinn	—	490	—
1	—	Zink	—	490	—
1	—	Magnesium	—	490	—
1	—	Magnet	—	280	—
1	—	Demantstein	—	210	—
1	—	Marmor	—	175	—
1	—	Quarz	—	186 $\frac{2}{3}$	—
1	—	Bergkrystall	—	186 $\frac{2}{3}$	—
1	—	Feuerstein	—	175	—
1	—	Porzellan	—	163 $\frac{1}{3}$	—
1	—	Kreide	—	175	—
1	—	Kalkstein	—	175	—
1	—	Steinsalz	—	140	—
1	—	Bernstein	—	74 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$	—
1	—	Steinkohlen	—	87 $\frac{1}{5}$	—
1	—	Zucker	—	70	—
1	—	Schwefel	—	126	—
1	—	Seewasser	—	70	10 Unzen
1	—	Wein	—	68	6 —

1 Loth Gold kann in 500 Goldplättchen, jedes vier Quadrat-Zoll groß, d. h. in 20 Quadrat-Fuß, verwandelt werden.

Welchen Gebrauch der Lehrer von diesen Bemerkungen machen will, hängt billigerweise von ihm selber ab. Wir haben gefunden, daß Rechenaufgaben, in denen die eigenthümliche Schwere mancher Naturkörper berücksichtigt wurde, die Aufmerksamkeit der Jugend sehr anzog und die Rechenlust anregte.

dividire ich durch die Breite $3\frac{1}{2}$ Fuß, $= 19\frac{1}{2}$ Fuß; folglich ist der Trog $19\frac{1}{2}$ Fuß lang. Man könnte auch Tiefe und Breite durcheinander vervielfältigen und mit dem Produkt die 150 Kubik-Fuß theilen.

2) Eine Mauer, die 4104 Kubik-Fuß enthält, ist $12^{\circ} 8' 1.$, $18'$ hoch; wie dick ist sie?

Auflösung. Ist die Mauer $12^{\circ} 8'$ lang und $18'$ hoch, so enthält sie so viel Flächenraum, als $18'$ in 4104 Kubik-Fuß enthalten sind, nämlich 228 □Fuß; diese wieder durch die Länge $12^{\circ} 8' = 152'$ getheilt, gibt die Dicke $1\frac{1}{2}$ Fuß.

3) Auf einem Raume stehen 4000 Klastern Holz in einer Länge von 75° und in einer Breite von $6\frac{2}{3}^{\circ}$; wie hoch steht das Holz?

Aufl.: 4000 Klastern $= 250$ Kubik-Ruthen, weil 108 Kubik-Fuß eine Kubik-Klafter, und 1728 Kubik-Fuß eine Kubik-Ruthe ausmachen. Diese nehmen einen Flächenraum ein von $75 \times 6\frac{2}{3} = 500$ □Ruthen. Um nun die Höhe zu finden, dividirt man mit den Flächen-Inhalt 500 □Ruthen in 250 Kubik-Ruthen, $= \frac{2}{3}$ Ruthe oder 6 Fuß.

(S. Aufg. 3. Zifferr., Heft 2, S. 111, Aufg. 56—65.)

§. 190.

Einige Sätze aus der Raumlehre (Anhang).

Zum Schluß noch einige Sätze aus der Raumlehre für diejenigen, die davon Gebrauch zu machen denken.

a) Ein Körper, der von 6 Flächen eingeschlossen ist, und dessen Flächen Rauten oder Schrägraute sind (verschobener Würfel, Rautensechseck, Rautenzack), wird ausgemessen, indem die Höhe vervielfältigt wird mit der durch die Breite vervielfältigten Länge. Länge, Breite und Höhe müssen sich aber dabei rechtwinkelig durchschneiden.

b) Ein Körper, der von 3 Rechtecken und 2 Dreiecken (Dreikant-Prisma) eingeschlossen ist, wird berechnet dadurch, daß man zuerst das eine Dreieck

im Geviert berechnet, (§. 255., S. 197.), und das Herausgekommene mit der Höhe vervielfältigt.

c) Eine Walze wird im Würfel berechnet dadurch, daß man zuerst den Kreis im Geviert berechnet, und das, was herauskommt, mit der Höhe vervielfältigt.

d) Da eine dreieckige Spitzsäule der 3te Theil von einem Dreikant ist, mit dem die Grundfläche und Höhe gleich sind, so wird der Würfel-Inhalt einer dreieckigen Spitzsäule gefunden dadurch, daß man von der Höhe, mit dem Geviert-Inhalt der Grundfläche vervielfältigt, den 3ten Theil nimmt.

e) Den Kubus jeder Spitzsäule erhält man dadurch, daß man die Grundfläche im Geviert mit $\frac{1}{3}$ der Höhe vervielfältigt.

f) Man erhält den Würfel-Inhalt einer Kugel dadurch, daß man das Geviert des Durchmessers mit dem Umkreise vervielfältigt und das Herausgekommene durch 6 theilt; oder auch dadurch, daß man $\frac{1}{2}$ des Halbmessers mit der Oberfläche vervielfältigt; und die Oberfläche im Geviert erhält man durch Vervielfältigung des Umkreises mit dem Durchmesser.

g) Unregelmäßige Körper kann man in dem Würfel-Inhalt berechnen dadurch, daß man sie in regelmäßige zertheilt, oder sie in regelmäßige größere setzt, die Zwischenräume mit Sand anfüllt, und dieses hernach wieder besonders berechnet und abrechnet.

(Vergleiche Harnisch Raumlehre oder Messkunst, §. 237 — 248).

§. 191.

Berechnung des Kubik-Inhaltes solcher Körper, deren Breite und Dicke an beiden Enden nicht gleich ist.

Wie man Flächen, deren eine Ausdehnung an den 2 Enden ungleich ist, durch die Mittel- oder Durchschnittszahl zu berechnen pflegt: eben so berechnet man den Kubik-Inhalt eines Körpers, dessen Breite und

Dicke an beiden Enden nicht gleich ist. Es sei z. B. ein Balken zu berechnen, der 20 Fuß lang, oben 3 Fuß breit und $2\frac{1}{2}$ Fuß dick, unten aber nur 2 Fuß breit $1\frac{1}{2}$ Fuß dick ist, so sucht man die Mittel- oder Durchschnittszahl der ungleichen Ausdehnungen: also die obere Breite ist 3 Fuß, die untere nur 2 Fuß, im Durchschnitt also $2\frac{1}{2}$ Fuß; die obere Dicke $= 2\frac{1}{2}$ Fuß, die untere nur $1\frac{1}{2}$ Fuß, im Durchschnitt also 2 Fuß. Der Balken wird also betrachtet, als sei er 20 Fuß lang, $2\frac{1}{2}$ Fuß breit, 2 Fuß dick. Die weitere Rechnung ist bekannt.

(S. Aufg. 3. Ziffer., Heft 2, S. 112, Aufg. 66—68).

W 5205

(2.)

778.



Saßliche
Anweisung
zum
gründlichen
Kopf- und Zifferrechnen.

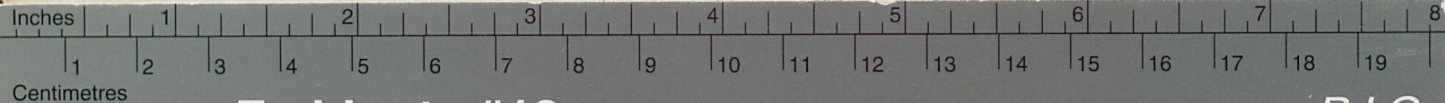
Nach
bewährten Grundsätzen
und in methodischer Stufenfolge
für
Schullehrer-Bildungsanstalten, Gymnasien,
Bürger- und Volksschulen
bearbeitet

von
Christian Gottlieb Scholz,
Rector in Meife.

Mit einem Vorwort

von

Dr. phil. L. H. L. M. Th. v. ...



Farbkarte #13

B.I.G.

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black

